

УДК 519.63

Дивак М. П.¹, Порплиця Н. П.², Масляк Ю. Б.³, Пукас А. В.⁴, Мельник А. М.⁵¹Д-р техн. наук, професор, декан факультету комп'ютерних інформаційних технологій Тернопільського національного економічного університету, Тернопіль, Україна²Канд. техн. наук, старший викладач кафедри комп'ютерних наук Тернопільського національного економічного університету, Тернопіль, Україна³Аспірант кафедри комп'ютерних наук Тернопільського національного економічного університету, Тернопіль, Україна⁴Канд. техн. наук, доцент, завідувач кафедри комп'ютерних наук Тернопільського національного економічного університету, Тернопіль, Україна⁵Канд. техн. наук, доцент кафедри комп'ютерних наук Тернопільського національного економічного університету, Тернопіль, Україна

МЕТОД ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛЕЙ ОБ'ЄКТІВ ІЗ РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ З ПРОСТОРОВО РОЗПОДІЛЕНИМ КЕРУВАННЯМ НА ОСНОВІ АНАЛІЗУ ІНТЕРВАЛЬНИХ ДАНИХ

Актуальність. В теорії ідентифікації систем розроблено ряд методів для побудови моделей об'єктів з розподіленими параметрами. Основою математичних моделей таких об'єктів являються системи диференціальних рівнянь в частинних похідних або їх різницеві аналоги. Разом з тим, для синтезу різницевого аналога необхідно використовувати методи структурно-параметричної ідентифікації. Переважно такі методи ґрунтуються на випадкових даних експерименту і похибки вимірювань не враховуються. У випадку урахування похибок вимірювань отримуємо дані в інтервальному вигляді. Останнім часом для розв'язування задач структурної ідентифікації математичних моделей використовують поведінкові моделі медоносних бджіл, які в літературі називають алгоритми бджолоїної колонії (АБК). Разом з тим, випадки структурної ідентифікації математичних моделей на основі аналізу інтервальних даних, коли об'єкт з розподіленими параметрами містить просторово розподілені керуючі фактори, в літературі не розглянуто, однак є актуальними для задач моделювання просторового розподілу концентрацій забруднюючих речовин в атмосфері, задач температурно-керованого сушіння тощо.

Мета роботи – адаптація відомих методів АБК для розв'язування задачі структурно-параметричної ідентифікації моделей об'єктів з розподіленими параметрами з додатковим урахуванням просторово розподіленого керування.

Метод. Структурну та параметричну ідентифікацію здійснено на основі методу аналізу інтервальних даних. В запропонованому методі оператори синтезу структури моделі, на відміну від існуючих методів, побудовано на застосуванні роевого інтелекту, зокрема, на основі алгоритму бджолоїної колонії.

Результати. Наведено приклад застосування методу для задачі моделювання процесу сушіння гіпсокартону на завершальній стадії його виробництва. Змодельовано два режими представлення просторово розподіленого керування у вигляді температурного поля сушильної камери. Побудована математична модель адекватно відображає розподіл вологості на листі гіпсокартону при реалізації процесу його сушіння.

Висновки. Запропоновано метод ідентифікації інтервальних моделей об'єктів із розподіленими параметрами для випадку просторово розподіленого керування, в якому оператори синтезу структури моделі, на відміну від існуючих методів, побудовано на застосуванні роевого інтелекту. Важливою особливістю запропонованого методу є його можливість достатньо ефективно «обходити» локальні мінімуми, тобто відкидати ті набори структурних елементів моделі, які не забезпечують її задані прогностичні властивості, чи призводять до переускладнення.

Ключові слова: інтервальний аналіз даних, структурно-параметрична ідентифікація, алгоритм бджолоїної колонії.

НОМЕНКЛАТУРА

ІСНАР – інтервальна система нелінійних алгебричних рівнянь;

АБК – алгоритм бджолоїної колонії;

РО – різницевий оператор;

ІРО – інтервальний різницевий оператор;

$\vec{f}^T(\bullet)$ – вектор невідомих базисних функцій, що визначає структуру різницевого оператора;

$V_{i,j,h,k}$ – модельована характеристика у точці з дискретно заданими просторовими координатами в момент часу k ;

i, j, h – дискретно задані просторові координати;

k – часова дискрета;

\vec{u} – вектор вхідних змінних (керуючих факторів);

\vec{g} – вектор невідомих параметрів РО;

$\eta_1(i, j, h, k), \dots, \eta_p(i, j, h, k)$ – відомі функції, які однозначно визначають розподіл керуючих факторів у всіх вузлах вимірювальної сітки;

p – номер керуючого фактору;

$[z_{i,j,h,k}^-, z_{i,j,h,k}^+]$ – інтервал можливих значень модельованої характеристики в точці з дискретними координатами в момент часу k ;

$[\hat{v}_{i,j,h,k}]$ – інтервальні оцінки прогнозованої характеристики;

$\{f_1^s(\bullet); f_2^s(\bullet); \dots; f_{I_s}^s(\bullet)\} \subset F$ – набір структурних елементів, що задає поточну s -у структуру ІРО;

λ_s – поточна структура ІРО;

m_s – кількість елементів у поточній структурі λ_s ;

$[I_{\min}; I_{\max}]$ – інтервал, межі якого задають відповідно мінімальне та максимальне значення потенційної кількості структурних елементів у структурі ІРО;

F – множина усіх структурних елементів;

$|F| = L$ – потужність множини F ;

\hat{g}^s – вектор відомих значень параметрів, оцінений для поточної структури ІРО;

Δ – множина усіх можливих структур IPO;
 $\delta(\lambda_s)$ – функція мети;
 $\text{mid}(\bullet)$, $\text{wid}(\bullet)$ – операції визначення центру та ширини інтервалів, відповідно;
 MCN – максимальна кількість ітерацій;
 $LIMIT$ – максимально можлива кількість ітерацій «незмінності» структури;
 S – початкова кількість структур IPO;
 $[\hat{v}_{i,j,k}^-; \hat{v}_{i,j,k}^+]$ – інтервальні оцінки рівня вологості на листі гіпсокартону в точках з дискретно заданими координатами в момент часу k ;
 $\eta_p(i, j, k)$ – функція, яка задає значення температури в сушильній камері в точках з дискретно заданими координатами в момент часу k .

ВСТУП

Задачі моделювання об'єктів з розподіленими параметрами є одними з найскладніших, оскільки, крім моделювання часових змін, необхідно одночасно моделювати просторовий розподіл їх характеристик. Під розподіленими параметрами таких об'єктів розуміють їх характеристики, наприклад: тиск, температуру, густину, вологість, рівень концентрації тощо. Такий параметр (характеристику) об'єкта називають його розподіленим параметром. Значення цього параметра відрізняється у різних точках об'єкта, тобто розподілені по ньому. Тоді об'єкт, який характеризується кількома такими параметрами (характеристиками), називають об'єктом з розподіленими параметрами.

В теорії ідентифікації розроблено ряд методів для побудови моделей таких об'єктів. В основі математичних моделей таких об'єктів є система диференціальних рівнянь в частинних похідних або її різницеві аналоги. Разом з тим, для синтезу різницевого аналога необхідно використовувати методи структурно-параметричної ідентифікації. Такі методи розроблені у працях Івахненка О. Г., Степашка В. С. [1, 2], проте передбачається, що дані експерименту є випадковими і не враховуються похибки вимірювань. У випадку урахування похибок вимірювань отримуємо дані в інтервальному вигляді. В цьому випадку задача ідентифікації моделей об'єктів з розподіленими параметрами суттєво ускладнюється, оскільки передбачає оцінювання хоча б одного розв'язку ІСНАР [3, 7, 10]. Для формування загальної структури моделі використовують методи групового урахування аргументів або ж генетичні алгоритми, однак ці методи не придатні у випадку представлення результатів експерименту в інтервальному вигляді.

Останнім часом для розв'язування задач структурної ідентифікації математичних моделей використовують поведінкові моделі медоносних бджіл, які в літературі називають алгоритмами бджолиної колонії (АБК) [4–6]. Проте, якщо математична модель містить входні змінні у вигляді просторово розподілених керуючих факторів, зазначена задача суттєво ускладнюється. Тому метою даної праці є адаптація відомих методів АБК для розв'язування задачі структурно-параметричної ідентифікації моделей

об'єктів з розподіленими параметрами з додатковим урахуванням просторово розподіленого керування.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Задачу структурної ідентифікації РО зазвичай розглядають у такому загальному вигляді [6, 7]:

$$v_{i,j,h,k} = \tilde{f}^T(v_{0,0,0,0}, \dots, v_{0,0,h-1,0}, v_{i-1,0,0,0}, \dots, v_{0,j-1,0,0}, \dots, v_{i-1,j-1,h-1,k-1}, \vec{u}) \cdot \vec{g},$$

$$i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, h = 1, \dots, H, k = 1, \dots, K, \quad (1)$$

Однак, у випадку розв'язування задач ідентифікації моделей об'єктів з розподіленими параметрами з просторово розподіленими керуючими факторами (значення керуючих факторів не є сталими для усіх вузлів вимірювальної сітки), доцільно переписати загальний вигляд РО (1) наступним чином:

$$v_{i,j,h,k} = \tilde{f}^T(v_{0,0,0,0}, \dots, v_{0,0,h-1,0}, v_{i-1,0,0,0}, \dots, v_{0,j-1,0,0}, \dots, v_{i-1,j-1,h-1,k-1}, \eta_1(i, j, h, k), \dots, \eta_p(i, j, h, k)) \cdot \vec{g},$$

$$i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, h = 1, \dots, H, k = 1, \dots, K, p = 1, \dots, P, \quad (2)$$

Зауважимо, що функція керування може бути задана як аналітично, так і таблично. Наприклад, у випадку двовимірної вимірювальної сітки, розподіл керуючого фактору можна подати у вигляді таблично заданої функції $\eta_1(i, j, k)$ наступним чином (табл. 1).

Наприклад, у табл. 1 значення $\eta_1(0, 0, 1)$ означає відоме значення фактору керування у вузлі вимірювальної сітки з координатами $i=0, j=0$, в момент часу $k=1$.

Загальний вигляд РО (2) отримуватимемо на основі аналізу експериментальних даних, які представлено в інтервальному вигляді та отримано для обмеженої кількості часових дискрет за умов просторово розподілених керуючих факторів впливу. При цьому вектор оцінок $\hat{\vec{g}}$ параметрів \vec{g} та вектор базисних функцій $\tilde{f}^T(\bullet)$ у різницевому операторі (2) отримуватимемо із умов забезпечення гарантованої точності моделі:

$$[\hat{v}_{i,j,h,k}] \in [z_{i,j,h,k}^-; z_{i,j,h,k}^+],$$

$$i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, h = 1, \dots, H, k = 1, \dots, K, \quad (3)$$

Інтервальні оцінки прогнозованої характеристики з виразу (3) $[\hat{v}_{i,j,h,k}]$ обчислюватимемо на основі такого різницевого оператора:

$$[\hat{v}_{i,j,h,k}] = [\hat{v}_{i,j,h,k}^-; \hat{v}_{i,j,h,k}^+] = \tilde{f}^T([\hat{v}_{0,0,0,0}], \dots, [\hat{v}_{i-1,0,0,0}], \dots, [\hat{v}_{0,j-1,0,0}], \dots, [\hat{v}_{i-1,j-1,h-1,k-1}], i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, h = 1, \dots, H, k = 1, \dots, K, p = 1, \dots, P. \quad (4)$$

Таблиця 1 – Таблично задана функція

$j \backslash i$	0	...	1
0	$\eta_1(0, 0, 1)$...	$\eta_1(I, 0, 1)$
\vdots	\vdots	\vdots	\vdots
J	$\eta_1(0, J, 1)$...	$\eta_1(I, J, 1)$

Беручи до уваги те, що всі обчислення в РО (4) необхідно проводити із застосуванням правил інтервальної арифметики, РО (4) будемо називати ІРО [3, 6–8].

Складність задачі налаштування ІРО (4) полягає в тому, що невідомими є не лише параметри, а і його структура. Для початку введемо ряд позначень, які необхідні для розкриття суті формальної постановки задачі.

Позначимо за λ_s поточну структуру ІРО:

$$\lambda_s = \{f_1^s(\bullet) \cdot \hat{g}_1^s; f_2^s(\bullet) \cdot \hat{g}_2^s; \dots; f_m^s(\bullet) \cdot \hat{g}_m^s\} \subset \Lambda. \quad (5)$$

Множина усіх структурних елементів $F = \{f_1(\bar{v}_{i,j,h,k}, \eta_1(i,j,h,k), \dots, \eta_p(i,j,h,k)); \dots; f_l(\bar{v}_{i,j,h,k}, \eta_1(i,j,h,k), \dots, \eta_p(i,j,h,k)); \dots; f_L(\bar{v}_{i,j,h,k}, \eta_1(i,j,h,k), \dots, \eta_p(i,j,h,k))\}$. Вектор відомих значень параметрів \hat{g}^s оцінений для поточної структури ІРО на основі методів параметричної ідентифікації, які ґрунтуються на процедурах випадкового пошуку [9, 10].

Задача структурної ідентифікації полягає у пошуку структури λ_s ІРО у вигляді (4), що задовольняє умови (3) на множині усіх дискрет. Варто зазначити, що параметрична ідентифікація в цьому випадку є етапом структурної ідентифікації. Як відомо, у випадку, коли дані задано в інтервальному вигляді, цей етап полягає у формуванні деякого вектора базисних функцій (поточної структури λ_s ІРО) і знаходженні оцінок параметрів ІРО шляхом розв'язування ІСНАР [3, 7, 10].

Якість поточної структури ІРО оцінюватимемо за значенням показника $\delta(\lambda_s)$, який кількісно визначає наближеність поточної структури до задовільної в сенсі забезпечення умов (3). Значення показника обчислюватимемо за допомогою таких виразів:

$$\delta(\lambda_s) = \max_{i=1, \dots, I, j=1, \dots, J, h=1, \dots, H, k=1, \dots, K, p=1, \dots, P} \left\{ \text{mid}(\bar{f}_s^T \times \right. \\ \times ([\bar{v}_{0,0,0,0}], \dots, [\bar{v}_{0,0,h-1,0}], [\bar{v}_{-1,0,0,0}], \dots, \\ [\bar{v}_{1,j-1,0,0}], \dots, [\bar{v}_{-1,j-1,h-1,k-1}], \eta_1(i,j,h,k), \dots, \\ \dots, \eta_p(i,j,h,k)) \cdot \hat{g}^s) - \text{mid}([z_{i,j,h,k}]) \left. \right\}, \quad (6)$$

якщо $[\bar{v}_{i,j,h,k}] \cap [z_{i,j,h,k}] = \emptyset \quad \exists i = 1, \dots, I \quad \exists j = 1, \dots, J,$
 $\exists k = 1, \dots, K, \exists p = 1, \dots, P;$

$$\delta(\lambda_s) = \max_{i=1, \dots, I, j=1, \dots, J, h=1, \dots, H, k=1, \dots, K, p=1, \dots, P} \left\{ \text{wid}(\bar{f}_s^T \times \right. \\ \times ([\bar{v}_{0,0,0,0}], \dots, [\bar{v}_{0,0,h-1,0}], [\bar{v}_{-1,0,0,0}], \dots, \\ [\bar{v}_{1,j-1,0,0}], \dots, [\bar{v}_{-1,j-1,h-1,k-1}], \eta_1(i,j,h,k), \dots, \\ \dots, \eta_p(i,j,h,k)) \cdot \hat{g}^s) \cap [z_{i,j,h,k}] \left. \right\}, \quad (7)$$

якщо $[\bar{v}_{i,j,h,k}] \cap [z_{i,j,h,k}] \neq \emptyset \quad \forall i = 1, \dots, I, \quad \forall j = 1, \dots, J,$
 $\forall h = 1, \dots, H, \quad \forall k = 1, \dots, K, \quad \forall p = 1, \dots, P.$

Вираз (6) описує «наближеність» поточної структури до задовільної на початкових ітераціях, тим часом як вираз (7) у випадку $\delta(\lambda_s) = 0$ забезпечує виконання умов (3).

Тепер задачу структурної ідентифікації ІРО запишемо формально у вигляді задачі знаходження мінімуму функції $\delta(\lambda_s)$:

$$\delta(\lambda_s) \xrightarrow{\hat{g}^s, \bar{f}_s(\bullet)} \min, \quad m_s \in [I_{\min}; I_{\max}], \quad \bar{f}_s(\bullet) \in F. \quad (8)$$

Чим менше значення $\delta(\lambda_s)$, тим «краща» поточна структура ІРО. Якщо $\delta(\lambda_s) = 0$, то поточна структура ІРО дає можливість побудувати адекватну модель, для якої інтервальні оцінки прогнозованої характеристики належать до інтервалів можливих значень модельованої характеристики.

2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

До класу об'єктів та процесів з розподіленими параметрами з просторово розподіленим керуючим фактором, можуть належати, наприклад, процес сушіння гіпсокартону під час його виробництва [11, 12], де його розподіленим параметром (характеристикою) є вологість на поверхні листа, а керуючим фактором – розподіл температурного поля в сушильній камері, та процес поширення забруднення автотранспортом атмосфери, де розподіленим параметром є рівень концентрації шкідливих викидів, а керуючим фактором – розподіл інтенсивності автотранспорту у різних точках ділянки, для якої будують модель та ін.

Як в задачах сушіння гіпсокартону, так і при вимірюванні рівня концентрацій шкідливих викидів у атмосфері, спільним є те, що в одному та в іншому випадках експериментальні дані подають в інтервальному вигляді. Для побудови адекватної моделі потрібно забезпечити її точність в межах вимірних даних з інтервальними похибками. Подібні задачі розглянуто у праці [12]. Але там не враховано просторового розподілу факторів керування. У таких випадках задача суттєво ускладнюється і ідентифікація стає не просто складною оптимізаційною задачею з заданими умовами у вигляді інтервальних даних, а ще й задачею, в якій треба врахувати функцію розподілу. Тому функція мети цієї задачі ускладнюється суттєвим чином. Для знаходження оптимальних параметрів функції мети потрібно застосовувати методи ройового інтелекту, притаманного бджолиній колонії.

У працях [6, 12] розглянуто метод структурно-параметричної ідентифікації математичних моделей об'єктів з розподіленими параметрами, який застосовували за умов постійних керуючих факторів впливу. Цей метод побудовано на основі аналогії з харчовою поведінкою колонії медоносних бджіл. Метою цієї праці є удосконалення зазначеного методу структурно-параметричної ідентифікації шляхом урахування функції розподілу керуючих факторів впливу.

Методи ройового інтелекту моделюють колективну поведінку мультиагентних децентралізованих систем. Ці

методи застосовують для розв'язування складних оптимізаційних задач, зокрема багатовимірної оптимізації, дискретної оптимізації, багатокритеріальної оптимізації тощо [4–6]. В основу методів ройового інтелекту покладено біологічний принцип: особини об'єднуються у зграї чи колонії для покращення умов своєї життєдіяльності. Зокрема, кожна особина колонії має більше шансів на виживання у боротьбі з хижаками, загалом колонія може ефективніше проводити пошук їжі, ніж кожна особина самостійно тощо. Таким чином, будь-яка колонія живих організмів у процесі функціонування ефективно вирішує оптимізаційні і, як правило, багатокритеріальні задачі.

3 МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

Вищезгаданий метод структурно-параметричної ідентифікації моделей об'єктів з розподіленими параметрами ґрунтується на основі АБК, запропонованого Д. Каррабодією для розв'язування оптимізаційної задачі із складною функцією мети багатьох змінних [4–6]. Основна ідея АБК полягає у моделюванні поведінки колонії медоносних бджіл у процесі пошуку їжі (нектару).

Розглянемо зазначений метод, який побудований на основі поведінкових моделей бджолоїної колонії, шляхом детального аналізу схеми його реалізації, наведеної на рис. 1.

На рис. 1 оператор $P(\Lambda_{mcn}, F)$ здійснює перетворення структури різницевого оператора у вигляді (5) відповідно до процедури дослідження околу відомого джерела нектару робочими бджолами. У контексті задачі структурної ідентифікації це означає, що на поточній ітерації застосування методу структурної ідентифікації потрібно на основі кожної з поточних структур математичної моделі λ_s , які задають координати відомих джерел нектару, згенерувати по одній «новій» λ'_s , які задаватимуть координати точок в околі цих джерел їжі. Варто зазначити, що згадана «нова» структура означає окіл джерела нектару, тому має бути «близькою» до первинної структури IPO λ_s . Тобто оператор $P(\Lambda_{mcn}, F)$ здійснює перетворення множини поточних координат джерел нектару в координати точок віх околі, тобто здійснює перетворення множини поточних структур IPO Λ_{mcn} , згенерованих на ітерації алгоритму msp у множини структур IPO Λ'_{mcn} . Генеруємо таку «нову» структуру шляхом заміни випадковим чином частини елементів поточної λ_s . Заміну частини елементів здійснюємо наступним чином: чим «гірша» структура λ_s , тим більшу кількість її структурних елементів потрібно замінити. Показник n_s визначає кількість елементів у поточній структурі λ_s , які потрібно замінити.

На рис. 1 оператор попарної селекції $D_1(\lambda_s, \lambda'_s)$ «кращої» із структур IPO λ_s та λ'_s за значеннями функції мети відповідно до процедури запам'ятовування координат та якості джерела нектару для робочих бджіл. Оператор $D_1(\lambda_s, \lambda'_s)$ реалізує процес синтезу множини «кращих» структур IPO Λ^1_{mcn} із поточних множин Λ_{mcn} , Λ'_{mcn} . Та-

ким чином, отримуємо множину структур IPO першого ряду формування $\lambda_s^1 \in \Lambda^1_{mcn}$, $s=1\dots S$. Варто зазначити, що розподіл бджіл у популяції задаємо наступним чином: робочі бджоли – 50% популяції; бджоли-дослідники – 50%.

На рис. 1 оператор $P_\delta(\Lambda_{mcn}, F)$ означає перетворення структури різницевого оператора у вигляді (1) відповідно до процедури дослідження околу відомого джерела нектару бджолами-дослідниками. Оператор $P_\delta(\Lambda_{mcn}, F)$ означає перетворення кожної структури λ_s^1 з множини структур Λ^1_{mcn} першого ряду формування, згенерованих на ітерації алгоритму msp, у множини структур IPO Λ'_s (де $s=1\dots S$) у спосіб заміни випадковим чином n_s елементів кожної структури, елементами із множини структурних елементів F .

На рис. 1 оператор погрупової селекції $D_2(\lambda_s^1, \Lambda'_s)$ «кращої» структури IPO із λ_s^1 та множини $\Lambda'_s = \{\lambda_1 \dots \lambda_r \dots \lambda_{R_s}\}$ за значеннями функції мети відповідно до процедури запам'ятовування координат та якості джерела нектару для бджіл-дослідників. Оператор погрупової селекції $D_2(\lambda_s^1, \Lambda'_s)$ реалізує процес синтезу множини «кращих» структур IPO Λ^2_{mcn} із поточних множин Λ^1_{mcn} та Λ'_{mcn} у спосіб селекції структур IPO λ_s^2 за показниками якості, де $\Lambda'_{mcn} = \{\Lambda'_1 \cup \Lambda'_2 \dots \cup \Lambda'_s \dots \cup \Lambda'_S\}$, $s=1\dots S$. Таким чином отримуємо множину структур IPO другого ряду формування Λ^2_{mcn} . Структури IPO λ_s^2 другого ряду формування на наступній ітерації застосування методу задають координати множини відомих джерел нектару Λ^2_{mcn} , за якими закріплені робочі бджоли популяції.

Лічильник $Limit_s$ для кожної поточної структури IPO, зміна значень якого імітує процес зменшення кількості нектару відповідно до процедури виявлення вичерпаних джерел нектару. Його значення інкрементуємо кожного разу, якщо під час попарної чи погрупової селекції поточна структура не «оновилася», та обнуляємо в іншому випадку. Збільшення значення лічильника $Limit_s$ імітує процес вичерпування джерела нектару. Водночас використаємо критерій, який дозволяє виявляти вичерпані джерела нектару. Для цього введено константу $LIMIT$, значення якої дослідник задає як один із параметрів методу структурної ідентифікації перед його застосуванням. Таким чином, кожне джерело нектару (структура IPO λ_s^2), для якого виконується умова $Limit_s \geq LIMIT$, вважаємо вичерпаним. У такому випадку робоча бджола, закріплена за ним, стає бджолою-розвідником та здійснює випадковий пошук «нового» джерела нектару.

На рис. 1 оператор $P_N(F, I_{\min}, I_{\max})$ випадковим чином генерує «нову» структуру IPO з множини всіх структурних елементів відповідно до процедури випадкового пошуку нового джерела нектару. Оператор $P_N(F, I_{\min}, I_{\max})$ означає генерування випадковим чи-

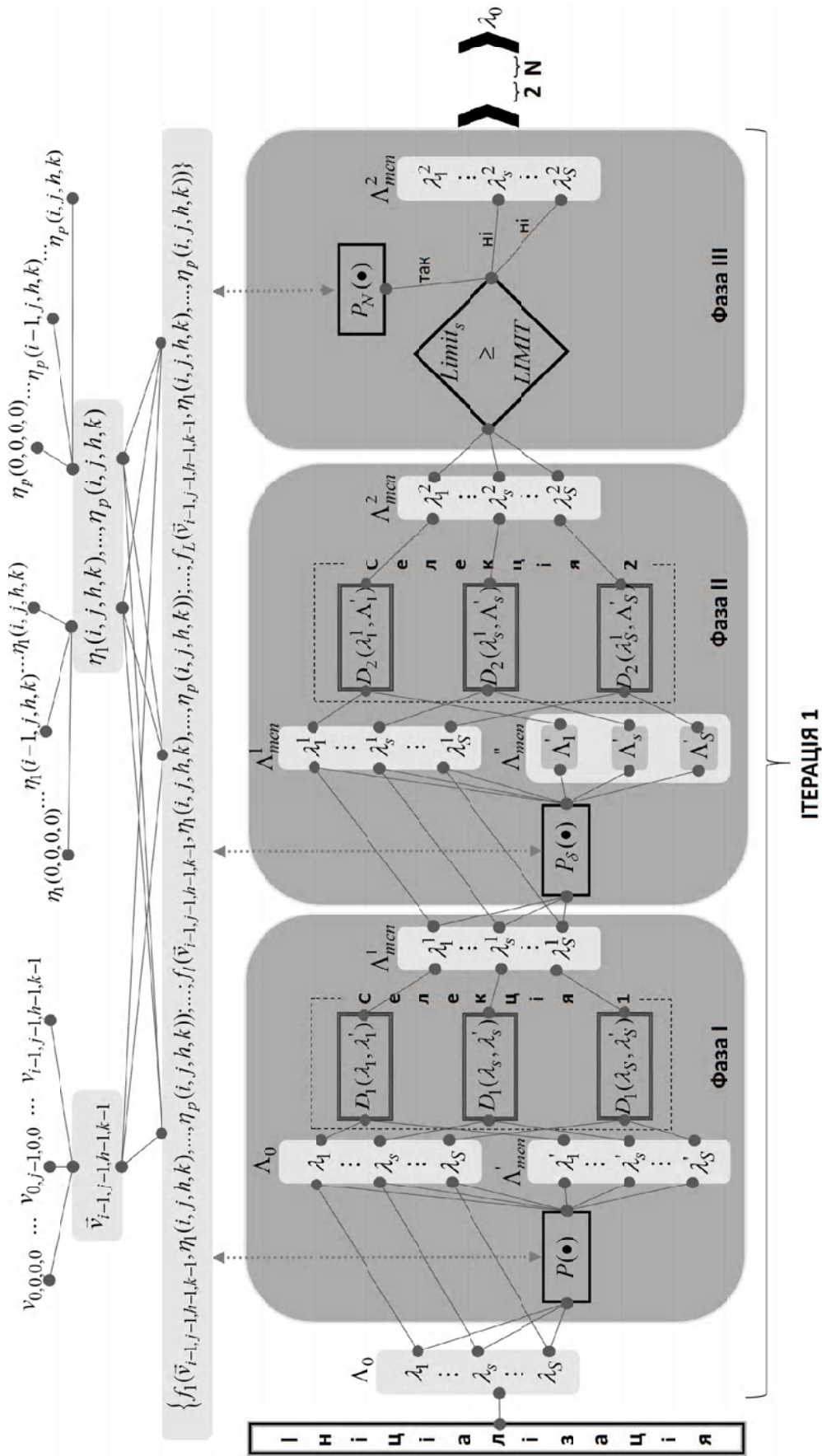


Рисунок 1 – Схема реалізації методу структурно-параметричної ідентифікації ІРО на основі поведінкових моделей бюджетної колонії

ном структури λ_s^2 із множини усіх структурних елементів F , де кількість структурних елементів $m_s \in [I_{\min}, I_{\max}]$. Варто зазначити, що при формуванні «нової» структури IPO оператором $P_N(F, I_{\min}, I_{\max})$, йому будуть доступні всі структурні елементи із множини F .

4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

Розглянемо застосування вищеописаного методу на прикладі процесу сушіння гіпсокартону з урахуванням температурного поля у сушильній камері. Найважливішим етапом виробництва гіпсокартону є етап сушіння листа у сушильній камері. На цьому етапі формується остаточний розподіл вологості на листі, що є визначальним показником для відбракування готової продукції [11, 12]. Допустимий рівень вологості повинен бути в межах від 0,6–0,9% і бажано щоб цей розподіл був якомога рівномірнішим. Очевидно, що забезпечення рівномірного розподілу вологості можна досягнути керуючи температурним полем у сушильній камері. Експериментальне визначення оптимального розподілу температурного поля в сушильній камері для отримання кінцевої продукції високої якості на виробництві призведе до високих витрат. Тому доцільно побудувати математичну модель для дослідження впливу температурного поля у сушильній камері на кінцевий розподіл вологості на листі гіпсокартону.

Дослідження проводилось для листа гіпсокартону таких стандартних розмірів: товщина – 9,5 мм, довжина – 2500 мм, ширина – 1200 мм у точках рівномірно розподіленої вимірювальної сітки з кроком $\Delta x=300$ мм по довжині листа та $\Delta y=300$ мм по ширині листа. Першу точку було зафіксовано на відстані 200 мм від краю по ширині листа та 150 мм від краю по довжині листа відповідно.

Спочатку було отримано експериментальні дані для випадку, коли значення температури в кожній точці сушильної камери були близькими. Дискретні значення функції температури $\eta_1(i, j, 1)$ в сушильній камері наведено в табл. 2.

Таблиця 2 – Дискретні значення функції температури $\eta_1(i, j, 1)$, ($^{\circ}\text{C}$) у сушильній камері

$j \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	125	125	125	125	125	125	125	125
1	125	125	125	125	125	125	125	125
2	125	125	125	125	125	125	125	125
3	125	125	125	125	125	125	125	125

Таблиця 3 – Значення вимірюваної відносної вологості, (%) у точках із заданими координатами i, j

$j \backslash i$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	0,60	0,63	0,66	0,66	0,68	0,65	0,62	0,61
1	0,68	0,74	0,78	0,82	0,85	0,83	0,79	0,71
2	0,72	0,78	0,82	0,85	0,86	0,82	0,78	0,73
3	0,62	0,63	0,68	0,70	0,71	0,67	0,66	0,65

Для вимірювання вологості використано прилад GANN compact A, технічні характеристики якого наведено на сайті [13]. Відносна похибка зазначеного приладу знаходиться в межах 5%. Експериментальні дані вимірної вологості, без урахування похибки, представлені у табл. 3.

З урахуванням 5% похибки вимірювань їх доцільно представити в інтервальному вигляді. Наприклад, інтервальне значення вологості в точці з координатами $i=0, j=0$ матиме такий вигляд: $[z_{0,0}^-, z_{0,0}^+] = [0,57; 0,63]$. Тепер задамо початкові умови для побудови IPO в межах похибок вимірювань експериментальних даних:

$$[\hat{v}_{0,0,1}^-, \hat{v}_{0,0,1}^+] = [0,594; 0,606];$$

$$[\hat{v}_{0,1,1}^-, \hat{v}_{0,1,1}^+] = [0,624; 0,636];$$

$$[\hat{v}_{0,2,1}^-, \hat{v}_{0,2,1}^+] = [0,653; 0,667];$$

$$[\hat{v}_{0,3,1}^-, \hat{v}_{0,3,1}^+] = [0,653; 0,667];$$

$$[\hat{v}_{0,4,1}^-, \hat{v}_{0,4,1}^+] = [0,673; 0,687];$$

$$[\hat{v}_{0,5,1}^-, \hat{v}_{0,5,1}^+] = [0,643; 0,657];$$

$$[\hat{v}_{0,6,1}^-, \hat{v}_{0,6,1}^+] = [0,614; 0,626];$$

$$[\hat{v}_{0,7,1}^-, \hat{v}_{0,7,1}^+] = [0,604; 0,616];$$

$$[\hat{v}_{1,0,1}^-, \hat{v}_{1,0,1}^+] = [0,673; 0,687];$$

$$[\hat{v}_{1,1,1}^-, \hat{v}_{1,1,1}^+] = [0,733; 0,747];$$

$$[\hat{v}_{2,0,1}^-, \hat{v}_{2,0,1}^+] = [0,713; 0,727];$$

$$[\hat{v}_{2,1,1}^-, \hat{v}_{2,1,1}^+] = [0,772; 0,778];$$

$$[\hat{v}_{3,0,1}^-, \hat{v}_{3,0,1}^+] = [0,614; 0,626];$$

$$[\hat{v}_{3,1,1}^-, \hat{v}_{3,1,1}^+] = [0,624; 0,636].$$

$$[\hat{v}_{i,j,k}^-, \hat{v}_{i,j,k}^+] = \hat{g}_1 + \hat{g}_2 \cdot (\eta_p(i-1, j, k) / \eta_p(i-1, j-1, k)) [\hat{v}_{i-1, j-1, k}^-, \hat{v}_{i-1, j-1, k}^+] \times$$

$$\times [\hat{v}_{i-1, j-1, k}^-, \hat{v}_{i-1, j-1, k}^+] + \hat{g}_3 \cdot (\eta_p(i, j, k) / \eta_p(i-1, j-2, k)) \times$$

$$\times [\hat{v}_{i-1, j-2, k}^-, \hat{v}_{i-1, j-2, k}^+] + \hat{g}_4 \cdot (\eta_p(i, j, k) / \eta_p(i-1, j-1, k)) \times$$

$$\times [\hat{v}_{i-1, j-1, k}^-, \hat{v}_{i-1, j-1, k}^+] / [\hat{v}_{i, j-1, k}^-, \hat{v}_{i, j-1, k}^+] + \hat{g}_5 \cdot (\eta_p(i-1, j, k) / \eta_p(i, j, k)) \times$$

$$\times [\hat{v}_{i-1, j, k}^-, \hat{v}_{i-1, j, k}^+] + \hat{g}_6 \cdot [\hat{v}_{i, j-1, k}^-, \hat{v}_{i, j-1, k}^+],$$

$$i = 1, \dots, I, j = 1, \dots, J, j = 2, \dots, 7, k = 1, 2, p = 1, \quad (9)$$

де $\hat{g}_1 = 0,8993$; $\hat{g}_2 = 0,0365$; $\hat{g}_3 = 0,0345$; $\hat{g}_4 = -0,0307$; $\hat{g}_5 = -0,0015$; $\hat{g}_6 = -0,3074$ – оцінки параметрів IPO, отримані на основі застосування процедур випадкового пошуку.

Результати моделювання розподілу вологості для випадку температури в сушильній камері, представлений у табл. 2, наведено на рис. 2 та 3.

З рис. 2 та 3 видно, що при незмінному в координатах температурному полі в сушильній камері рівень вологості гіпсокартону вищий в центрі листа, ніж на його краях, що відповідає фізичним особливостям процесу.

Тепер, із застосуванням отриманої моделі (9) змодельовано ситуацію розподілу вологості на листі гіпсокартону для іншого температурного поля. Для цього функцію розподіленого керування, яка задає температурне поле в камері, підберемо, виходячи із фізичних міркувань, але у такий спосіб, щоб забезпечити якомога рівномірніший розподіл вологості на листі гіпсокартону.

Дискретні значення функції температури $\eta(i, j, 2)$ в сушильній камері, наведено в табл. 4.

У табличному представленні функції $\eta_1(i, j, 2)$ видно, що температура в сушильній камері зростає в напрямку до її центру. Початкові умови для цього випадку моделювання було задано у такий спосіб:

$$[\hat{v}_{0,0,1}^-, \hat{v}_{0,0,1}^+] = [0, 693; 0, 707];$$

$$[\hat{v}_{0,1,1}^-, \hat{v}_{0,1,1}^+] = [0, 727; 0, 7373];$$

$$[\hat{v}_{0,2,1}^-, \hat{v}_{0,2,1}^+] = [0, 7128; 0, 7272];$$

$$[\hat{v}_{0,3,1}^-, \hat{v}_{0,3,1}^+] = [0, 7227; 0, 7372];$$

$$[\hat{v}_{0,4,1}^-, \hat{v}_{0,4,1}^+] = [0, 7127; 0, 7272];$$

$$[\hat{v}_{0,5,1}^-, \hat{v}_{0,5,1}^+] = [0, 7029; 0, 7171];$$

$$[\hat{v}_{0,6,1}^-, \hat{v}_{0,6,1}^+] = [0, 7029; 0, 7171];$$

$$[\hat{v}_{0,7,1}^-, \hat{v}_{0,7,1}^+] = [0, 7128; 0, 7272];$$

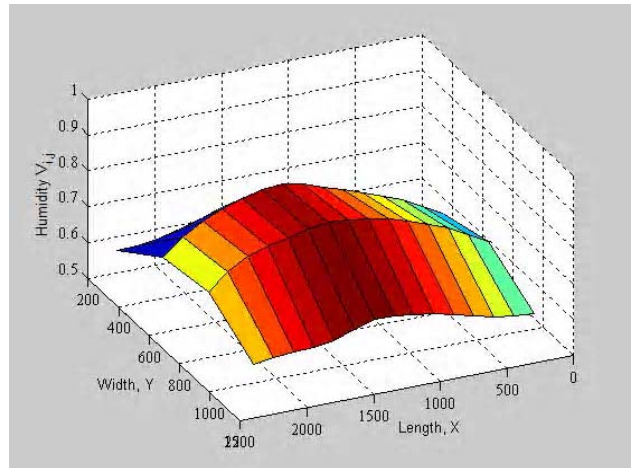


Рисунок 2 – Розподіл вологості на листі гіпсокартону при заданій температурі $\eta_1(i, j, 1)$

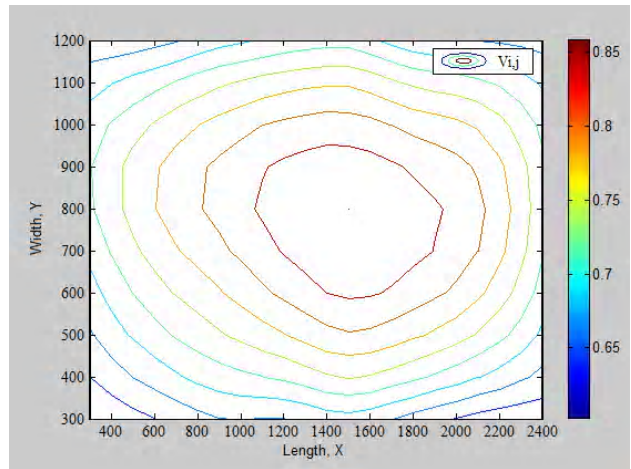


Рисунок 3 – Лінії рівня розподілу вологості на листі гіпсокартону при заданій температурі $\eta_1(i, j, 1)$

Таблиця 4 – Дискретні значення функції температури $\eta_1(i, j, 2)$, (C°) у сушильній камері

$i \backslash j$	0	1	2	3	4	5	6	7
0	120	120	120	120	120	120	120	120
1	120	125	130	135	135	130	125	120
2	120	125	130	135	135	130	125	120
3	120	120	120	120	120	120	120	120

$$\begin{aligned} [\hat{v}_{1,0,1}^-, \hat{v}_{1,0,1}^+] &= [0, 7029; 0, 7171]; \\ [\hat{v}_{1,1,1}^-, \hat{v}_{1,1,1}^+] &= [0, 693; 0, 707]; \\ [\hat{v}_{2,0,1}^-, \hat{v}_{2,0,1}^+] &= [0, 7128; 0, 7272]; \\ [\hat{v}_{2,1,1}^-, \hat{v}_{2,1,1}^+] &= [0, 7029; 0, 7171]; \\ [\hat{v}_{3,0,1}^-, \hat{v}_{3,0,1}^+] &= [0, 7128; 0, 7272]; \\ [\hat{v}_{3,1,1}^-, \hat{v}_{3,1,1}^+] &= [0, 693; 0, 707]. \end{aligned}$$

Результати моделювання процесу сушіння гіпсокартону у випадку задання значень температури функцією $\eta_1(i, j, 2)$ показані на рис. 4 та 5.

6 ОГОВОРЕННЯ

З рис. 4 та 5 видно, що математична модель (9) адекватно відображає розподіл вологості на листі гіпсокартону при реалізації процесу його сушіння. Так як підвищення температури в центрі сушильної камери призводить до зниження рівня вологості у центрі листа гіпсокартону, що повністю узгоджується з особливостями фізичного процесу.

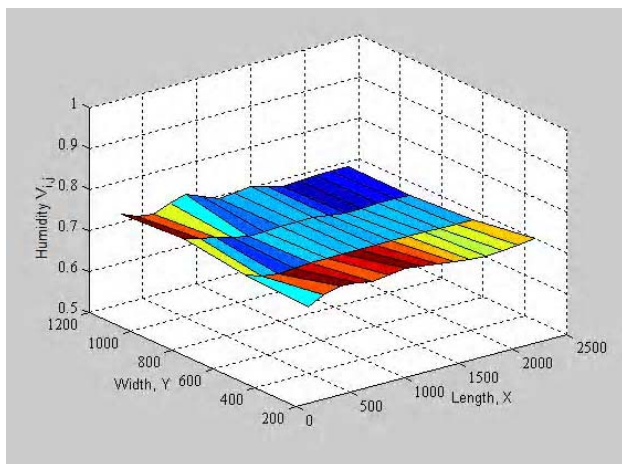


Рисунок 4 – Розподіл вологості на листі гіпсокартону при заданому температурному полі $\eta_1(i, j, 2)$

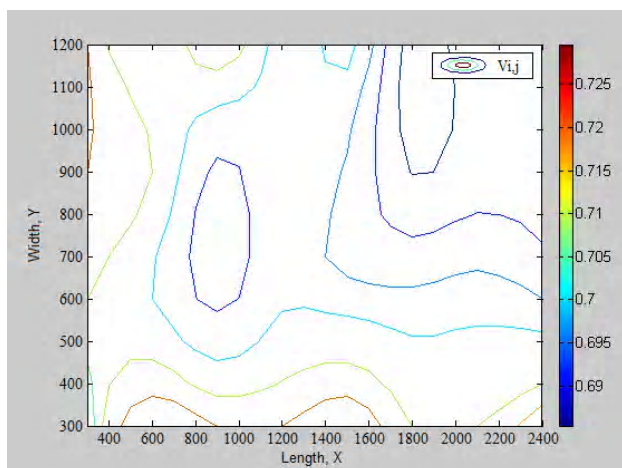


Рисунок 5 – Лінії рівня розподілу вологості на листі гіпсокартону при заданому температурному полі $\eta_1(i, j, 2)$

Таким чином, із розглянутого прикладу бачимо, що запропонований метод ідентифікації моделей об'єктів із розподіленими параметрами дає можливість адекватно урахувувати функцію керування об'єктом, яка є також просторово розподілена. Важливою особливістю запропонованого методу є його можливість достатньо ефективно обходити локальні мінімуми, тобто відкидати ті набори структурних елементів моделі, які не забезпечують її задані прогностичні властивості, чи призводять до переукладнення, про що в достатній мірі показано в праці [6].

ВИСНОВКИ

Запропоновано метод ідентифікації інтервальних моделей об'єктів із розподіленими параметрами для випадку просторово розподіленого керування. В запропонованому методі оператори синтезу структури моделі, на відміну від існуючих методів, побудовано на застосуванні розумового інтелекту, зокрема – на основі алгоритму бджолоїної колонії.

Наведено приклад застосування методу для задачі моделювання процесу сушіння гіпсокартону на завершальній стадії його виробництва. Змодельовано два режими представлення просторово розподіленого керування у вигляді температурного поля сушильної камери. Результати моделювання підтверджують адекватність фізичним процесам.

ПОДЯКИ

Дослідження виконано в рамках науково-дослідної роботи «Математичне та програмне забезпечення для контролю забруднення атмосфери автотранспортом», що виконується за рахунок коштів загального фонду державного бюджету. Номер державної реєстрації НДР: 0116U005507.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Ивахненко А. Г. Индуктивный метод самоорганизации моделей сложных систем / А. Г. Ивахненко. – Киев : Наукова думка, 1981. – 296 с.
2. Степашко В. С. Алгоритмы МГУА как основа автоматизации процесса моделирования сложных объектов на основе процесса моделирования по экспериментальным данным / В. С. Степашко // Автоматика. – 1988. – № 4. – С. 44–45.
3. Дивак М. П. Особливості побудови інтервальної системи алгебричних рівнянь та методу її розв'язку в задачах ідентифікації лінійного інтервального різницевого оператора / М. П. Дивак, Т. М. Дивак // Індуктивне моделювання складних систем. 2009. – Вип. 1. – С. 35–43.
4. Karaboga D. An idea based on honey bee swarm for numerical optimization: technical report: TR-06 / D. Karaboga. – Kayseri : Erciyes University, 2005. – 10 p.
5. Karaboga D. A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (ABC) algorithm / D. Karaboga, B. Basturk // Journal of Global Optimization. – 2007. – Vol. 39, Issue 3. – P. 459–471.
6. Mathematical and algorithmic foundations for implementation of the method for structure identification of interval difference operator based on functioning of bee colony / [N. Porplytsya, M. Dyvak, I. Spivak et al.] // The experience of designing and application of CAD systems in microelectronics (CADSM), 13th international conference, Polyana-Svalyava, 24–27 February 2015: proceedings. – Lviv : CAD Department of Lviv Polytechnic National University, 2015. – P. 196–199.

7. Дивак Т. М. Структурна та параметрична ідентифікація інтервального різницевого оператора на основі алгоритму оцінювання розв'язку інтервальної системи нелінійних алгебричних рівнянь / Т. М. Дивак // Сучасні комп'ютерні інформаційні технології: I Всеукраїнська школа-семинар молодих вчених і студентів, Тернопіль, 20–21 травня 2011 р. : матеріали. – Тернопіль : ТНЕУ, 2011. – С. 13–14.
8. Застосування інтервального різницевого оператора для апроксимації полів концентрацій шкідливих викидів автотранспорту / І. Ф. Войтюк, Т. М. Дивак, М. П. Дивак та ін. // Вимірювальна та обчислювальна техніка в технологічних процесах. – 2011. – Вип. 37, № 1. – С. 44–52.
9. Растринин Л. А. Введение в идентификацию объектов управления / Л. А. Растринин, Н. Е. Маджаров. – М. : Энергия, 1987. – 216 с.
10. Дивак Т. М. Метод параметричної ідентифікації макромоделі у вигляді інтервального різницевого оператора із розділенням вибірки даних / Т. М. Дивак // Сучасні комп'ютерні інформаційні технології: II Всеукраїнська школа-семинар молодих вчених і студентів, Тернопіль, 4–5 травня 2012 р. : матеріали. – Тернопіль : ТНЕУ, 2012. – С. 22–23.
11. Лінія виробництва гіпсокартонних листів [Електронний ресурс] / Майстерня своєї справи. – Режим доступу: <http://msd.in.ua/lin-proizv-gips-karton/>.
12. Макромодель распределения влажности в листе гипсокартона в процессе его сушения на основе интервального разностного оператора / Н. П. Дывак, А. В. Пукас, Т. Н. Дывак и др. // Управляющие системы и машины. – 2013. – № 2. – С. 72–78.
13. Влагомер бесконтактный GANN compact A [Электронный ресурс] / Интервесп Группа компаний. – Режим доступа: http://www.intervesp-stanki.ru/item/gann_compact_a.htm/

Стаття надійшла до редакції 10.01.2017.

Після доробки 12.02.2017.

Дывак Н. П.¹, Порплица Н. П.², Масляк Ю. Б.³, Пукас А. В.⁴, Мельник А. Н.⁵

¹Д-р техн. наук, профессор, декан факультета компьютерных информационных технологий Тернопольского национального экономического университета, Тернополь, Украина

²Канд. техн. наук, старший преподаватель кафедры компьютерных наук Тернопольского национального экономического университета, Тернополь, Украина

³Аспирант кафедры компьютерных наук Тернопольского национального экономического университета, Тернополь, Украина

⁴Канд. техн. наук, доцент, заведующий кафедрой компьютерных наук Тернопольского национального экономического университета, Тернополь, Украина

⁵Канд. техн. наук, доцент кафедры компьютерных наук Тернопольского национального экономического университета, Тернополь, Украина

МЕТОД ІДЕНТИФІКАЦІЇ МОДЕЛЕЙ ОБ'ЄКТОВ С РАСПРЕДЕЛЕННЫМИ ПАРАМЕТРАМИ С ПРОСТРАНСТВЕННО РАСПРЕДЕЛЕННЫМ УПРАВЛЕНИЕМ НА ОСНОВЕ АНАЛИЗА ИНТЕРВАЛЬНЫХ ДАННЫХ

Актуальность. В теории идентификации систем разработано ряд методов для построения моделей объектов с распределенными параметрами. Основой математических моделей таких объектов являются системы дифференциальных уравнений в частных производных или их разностные аналоги. Вместе с тем, для синтеза разностного аналога необходимо использовать методы структурно-параметрической идентификации. Преимущественно такие методы основываются на случайных данных эксперимента и погрешности измерений не учитываются. В случае учета погрешностей измерений получаем данные в интервальном виде. В последнее время для решения задач структурной идентификации математических моделей используют поведенческие модели медоносных пчел, которые в литературе называют алгоритмами пчелиной колонии (АБК). Вместе с тем, случаи структурной идентификации математических моделей на основе анализа интервальных данных, когда объект с распределенными параметрами содержит пространственно распределенные управляющие факторы, в литературе не рассмотрены, однако являются актуальными для задач моделирования пространственного распределения концентраций загрязняющих веществ в атмосфере, задач температурно-управляемой сушки и тому подобное.

Цель работы – адаптация известных методов АБК для решения задачи структурно-параметрической идентификации моделей объектов с распределенными параметрами с дополнительным учетом пространственно распределенного управления.

Метод. Структурную и параметрическую идентификацию осуществлено на основе метода анализа интервальных данных. В предложенном методе операторы синтеза структуры модели, в отличие от существующих методов, построено на применении роевого интеллекта, в частности, на основе алгоритма пчелиной колонии.

Результаты. Приведен пример применения метода для задачи моделирования процесса сушки гипсокартона на завершающей стадии его производства. Смоделировано два режима представления пространственно распределенного управления в виде температурного поля сушильной камеры. Построенная математическая модель адекватно отражает распределение влажности на листе гипсокартона при реализации процесса его сушки.

Выводы. Предложено метод идентификации интервальных моделей объектов с распределенными параметрами для случая пространственно распределенного управления, в котором операторы синтеза структуры модели, в отличие от существующих методов, построено на применении роевого интеллекта. Важной особенностью предложенного метода является его возможность достаточно эффективно «обходить» локальные минимумы, то есть отвергать те наборы структурных элементов модели, которые не обеспечивают ее заданные прогностические свойства, или приводят к переусложнению.

Ключевые слова: интервальный анализ данных, структурно-параметрическая идентификация, алгоритм пчелиной колонии.

Dyvak M. P.¹, Porplytsya N. P.², Maslyak Y. B.³, Pukas A. V.⁴, Melnyk A. M.⁵

¹D.Sc., Professor, Dean of the Faculty of Computer Information Technology, Ternopil National Economic University, Ternopil, Ukraine

²Ph.D., Senior Lecturer at the Computer Science Department, Ternopil National Economic University, Ternopil, Ukraine

³Post-graduate student at the Computer Science Department, Ternopil National Economic University, Ternopil, Ukraine

⁴Ph.D., Associate Professor, Head of the Computer Science Department, Ternopil National Economic University, Ternopil, Ukraine

⁵Ph.D., Associate Professor at the Computer Science Department, Ternopil National Economic University, Ternopil, Ukraine

METHOD OF IDENTIFICATION OF MODELS OF OBJECTS WITH DISTRIBUTED PARAMETERS WITH A SPATIALLY DISTRIBUTED CONTROL BASED ON INTERVAL DATA ANALYSIS

Context. There are developed a number of methods to build models of objects with distributed parameters in the system identification theory. The basis of mathematical models of such objects are the systems of partial differential equations or their difference analogs. Therewith, for the synthesis of difference analog the methods of structural and parametric identification must be used. Mainly, such methods

are based on random experimental data and measurement errors are not taken into account. When the measurement errors are taken into account we obtain data in interval form. Recently, for solving the tasks of structure identification of mathematical models the honey bee behavioral models are used, which are called the artificial bee colony algorithms (ABCA) in the literature. At the same time, the cases of structure identification of mathematical models based on interval data analysis when the object with distributed parameters includes spatially distributed control factors are not considered in the literature, but are relevant for the tasks of modeling of spatially distribution of pollutant concentrations in the atmosphere and temperature-controlled drying tasks etc.

Objective is adaptation of known ABCA methods for solving task of structure and parametric identification of models of objects with distributed parameters with spatially distributed control taken into account in addition.

Method. Structure and parametric identification has been implemented based on interval data analysis. In proposed method the operators of model structure synthesis, in contrast to existing methods, are built using the swarm intelligence, particularly based on artificial bee colony algorithm.

Results. An example of applying the method for task of modeling of drywall drying process in the final stage of its production is shown. Two modes of representation of spatially distributed control in kind of temperature field in drying oven were modeled. A mathematical model adequately reflects the humidity distribution in the drywall sheets when implementing its drying process.

Conclusions. The method for identification of interval models of objects with distributed parameters for the case of spatially distributed control was proposed. The operators of model structure synthesis, in contrast to existing methods, are built using the swarm intelligence. An important feature of the proposed method is its ability to efficiently “bypass” local minima, scilicet reject those sets of structural elements of the model that do not provide its prognostic properties, or lead to very high complexity.

Keywords: interval data analysis, structure-parametric identification, artificial bee colony algorithm.

REFERENCES

1. Ivaxnenko A. G. Induktivnyj metod samoorganizacii modelej slozhnyx sistem. Kiev, Naukova dumka, 1981, 296 p.
2. Stepashko V. S. Algoritmy MGUA kak osnova avtomatizacii procesa modelirovaniya slozhnyx ob'ektov na osnove procesa modelirovaniya po e'ksperimental'nym dannym, *Avtomatika*, 1988, No. 4, pp. 44–45.
3. Dyvak M. P., Dyvak T. M. Osoblyvosti pobudovy intervalnoi systemy alhebrychnykh rivnian ta metodu ii rozv'jazku v zadachakh identyfikacii liniinoho intervalnogo riznytsevoho operatora, *Induktivne modeliuвання складnykh system*, 2009, Vyp. 1, pp. 35–43.
4. Karaboga D. An idea based on honey bee swarm for numerical optimization: technical report: TR-06. Kayseri, Erciyes University, 2005, 10 p.
5. Karaboga D., Basturk B. A powerful and efficient algorithm for numerical function optimization: artificial bee colony (ABC) algorithm, *Journal of Global Optimization*, 2007, Vol. 39, Issue 3, pp. 459–471.
6. Porplytsya N., Dyvak M., Spivak I. et al. Mathematical and algorithmic foundations for implementation of the method for structure identification of interval difference operator based on functioning of bee colony, *The experience of designing and application of CAD systems in microelectronics (CADSM), 13th international conference, Polyana-Svalyava, 24–27 February 2015: proceedings*. Lviv, CAD Department of Lviv Polytechnic National University, 2015, pp. 196–199.
7. Dyvak T. M. Strukturna ta parametrychna identyfikatsiia intervalnogo riznytsevoho operatora na osnovi alhorytmu otsiniuvannya rozv'iazku intervalnoi systemy neliniinykh alhebrychnykh rivnian, *Suchasni kompiuterni informatsiini tekhnolohii: I Vseukrainska shkola-seminar molodykh vchenykh i studentiv, Ternopil, 20–21 travnia 2011 r. : materialy*. Ternopil, TNEU, 2011, pp. 13–14.
8. Voitiuk I. F., Dyvak T. M., Dyvak M. P. ta in. Zastosuvannya intervalnogo riznytsevoho operatora dlia aproksymatsii poliv konsentratsii shkidlyvykh vykydiv avtotransportu, *Vymiriuvalna ta obchysluvalna tekhnika v tekhnolohichnykh protsesakh*, 2011, Vyp. 37, No.1, pp. 44–52.
9. Rastrigin L. A., Madzharov N. E. Vvedenie v identyfikaciyu ob'ektov upravleniya. Moscow, E'nergiya, 1987, 216 p.
10. Dyvak T. M. Metod parametrychnoi identyfikatsii makromodeli u vyhliadi intervalnogo riznytsevoho operatora iz rozdilenniam vybirky danykh, *Suchasni kompiuterni informatsiini tekhnolohii: II Vseukrainska shkola-seminar molodykh vchenykh i studentiv, Ternopil, 4–5 travnia 2012 r. : materialy*. Ternopil: TNEU, 2012, pp. 22–23.
11. Liniia vyrobnytstva hipsokartonnykh lystiv Maisternia svoiei spravy. Access mode: <http://msd.in.ua/lin-proizv-gips-karton/>.
12. Dyvak N. P., Pukas A. V., Dyvak T. N. i dr. Makromodel' raspredeleniya vlazhnosti v liste gipsokartona v processe ego susheniya na osnove interval'nogo raznostnogo operatora, *Upravlyayushhie systemy i mashiny*, 2013, No. 2, pp. 72–78.
13. Vlagomer beskontaktnyj GANN compact A. Intervesp Gruppa kompanij. Access mode: http://www.intervesp-stanki.ru/item/gann_compact_a.htm/