НЕЙРОІНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ

НЕЙРОИНФОРМАТИКА И ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

NEUROINFORMATICS AND INTELLIGENT SYSTEMS

УДК 519.832.3+004.032.26

Романюк В. В.

Канд. техн. наук, доцент Хмельницкого национального технического университета

РЕШЕНИЕ МАТРИЧНОЙ $3\times N$-ИГРЫ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО КОМБИНИРОВАНИЯ АЛГОРИТМОВ ОБУЧЕНИЯ НЕЙРОННОЙ СЕТИ С МЕРОЙ ОШИБКИ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПО ВРЕМЕНИ ОБУЧЕНИЯ ПРИ ОБЪЕМЕ ПОТРЕБЛЯЕМЫХ РЕСУРСОВ

Рассматривается произвольная нейронная сеть с тремя взаимозависимыми показателями: мера ошибки идентификации, получаемая после времени обучения по одному из возможных N алгоритмов обучения нейросети, соответствует некоторому объему потребляемых ресурсов. Для условия невозможности указания приоритетности и количественного ранжирования этих показателей предлагается переход к соответствующей $3\times N$-игре и ее решению в форме оптимальной стратегии второго игрока, с чьими вероятностями следует комбинировать алгоритмы обучения нейросети. При первоначальной неприемлемости критерия Байеса-Лапласа для выбора оптимального алгоритма применимость этого критерия поддерживается лишь после истечения определенного периода времени функционирования нейросети, когда станет возможным точечное оценивание весов ее показателей.

Ключевые слова: нейросеть, показатели нейросети, алгоритм обучения, задача принятия решений, матричная игра, оптимальная стратегия второго игрока, критерий Байеса-Лапласа.

ВВЕДЕНИЕ И АКТУАЛЬНОСТЬ

Принятие решений с помощью нейронных сетей является необходимым шагом на пути к освоению искусственного интеллекта [1]. В этом аспекте построение и оптимизация архитектуры нейросети играют фундаментальную роль. Ключевыми факторами в использовании нейросети являются уровень ее обучения и мера ошибки идентификации (МОИ), а также количество ресурсов, необходимых для нормального функционирования нейросети [2, 3]. Тем не менее, различные подходы к реализации процесса обучения нейросети приводят к совершенно разным значениям этих трех факторов, второй из которых и частично третий являются неизменными атрибутами нейросети. В связи с этим выбор способа обучения нейросети должен осуществляться в рамках согласования МОИ с временем обучения нейросети, прямо определяющим уровень ее обучения, и количеством потребляемых ресурсов, что не всегда выполнимо однозначно.

АНАЛИЗ ПО ПЕРВОИСТОЧНИКАМ ТЕОРИИ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Примером невозможности однозначного выбора алгоритма обучения нейросети даже из двух вариантов является хотя бы та ситуация, когда у одной нейросети меньше МОИ, а на обучение другой нейросети уходит меньше времени, причем нейроархитектор не может определиться с приоритетностью среди МОИ и временем обучения [4]. Задача выбора была бы вырожденной [5, 6], когда у одной из нейросетей оказались бы наименьшие значения МОИ, время обучения и количество потребляемых ресурсов. Однако это преимущественно невозможно, поэтому приходиться решать соответствующую задачу принятия решений (ЗПР) с определенным количеством альтернатив (числом способов обучения) и тремя состояниями. Но даже и в этом случае возникает серьезная дилемма, связанная с вероятностным оцениванием состояний-факторов [5, 7], поскольку, скажем, в процессе функционирования нейросети и МОИ, и объем потребляемых ресурсов очень важны, хотя и практически являются диаметрально противоположно взаимодействующими категориями, ведь уменьшение МОИ возможно за счет увеличения этого объема [2, 4], но при этом нейросеть необходимо переобучать (или дообучать).

ЦЕЛЬ И ЗАДАНИЯ

Исходя из существования различных алгоритмов обучения нейросети, приводящих к достаточно разным трехфакторным группам данных, характеризующих функциональность нейросети, необходимо решить ЗПР о выборе оптимального алгоритма обучения в условиях невозможности осуществления однозначного выбора одновременно по трем факторам-параметрам нейросети. Для этого сначала нужно формализировать эту ЗПР, после чего сформулировать критерий оптимального выбора, помня о том, что любая гипотеза о вероятностной мере трех состояний среды здесь является неотвергаемой.

РЕШЕНИЕ ЗПР С НЕИЗВЕСТНОЙ ВЕРОЯТНОСТНОЙ МЕРОЙ ТРЕХ СОСТОЯНИЙ СРЕДЫ

Пусть состояние среды r_1 будет отвечать МОИ, время обучения нейросети свяжем с состоянием среды r_2, а состояние среды r_3 будет символизировать объем потребляемых ресурсов, необходимых для нормального функционирования нейросети. Через m_j обозначим j-й алгоритм обучения нейросети, где $j=\overline{1,\ N}$ при $N \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$. Тогда если p_j будет МОИ нейросети после j-го алгоритма ее обучения (в процентах или относительных единицах), t_j станет периодом времени, необходимым для обучения нейросети по этому алгоритму (в секундах, например, или минутах, часах, днях), а u_j будет объемом потребляемых нейросетью ресурсов (скажем, в гигабайтах памяти или в количестве процессоров), то получим ЗПР с $N \times 3$-матрицей решений. Подчеркнем, вправду, что в этой матрице безразмерной величиной является только МОИ. Следовательно, необходима дополнительная нормировка, которую выполним для каждого из трех показателей нейросети по отношению к наибольшему значению. Но прежде всего заметим, что перед включением j-го алгоритма обучения нейросети в рассмотрение нужно удостовериться в том, что порождаемые им три параметра нейросети удовлетворяют общему требованию, согласно которому их значения не должны превышать задаваемые допустимые границы:

$$p_j \leqslant p_{\max}, \ t_j \leqslant t_{\max}, \ u_j \leqslant u_{\max}. \qquad (1)$$

Приняв во внимание то, что любая гипотеза о вероятностной мере трех состояний среды неотвергаема, то есть исследователь или пользователь нейросети не может для данного класса задач распределить количественно приоритетность среди состояний $\{r_i\}_{i=1}^{3}$, построим матричную $3 \times N$-игру с матрицей $\mathbf{K}=\left[k_{ij}\right]_{3\times N}$, где

$$k_{1j}=\frac{p_j}{\max\limits_{n=\overline{1,\ N}} p_n},\quad k_{2j}=\frac{t_j}{\max\limits_{n=\overline{1,\ N}} p_n},\quad k_{3j}=\frac{u_j}{\max\limits_{n=\overline{1,\ N}} p_n}. \qquad (2)$$

В этой игре роль второго игрока принимает на себя пользователь нейросети (или же ее архитектор в смысле оптимизации функционирования). Первый игрок олицетворяет все задачи решаемого с помощью данной нейросети класса, которые усиливают многообразие количественной приоритетности среди состояний $\{r_i\}_{i=1}^{3}$.

Из решения $\mathbf{K}=\left[k_{ij}\right]_{3\times N}$-игры при (2) нас интересует только оптимальная стратегия [8] второго игрока (ОСВИ)

$$\breve{\mathbf{Q}}=\left[\breve{q}_1 \ \ \breve{q}_2 \ \ \cdots \ \ \breve{q}_N\right] \in \arg\min_{\mathbf{Q}\in\mathcal{Q}} \max_{\mathbf{X}\in\mathcal{X}} \left(\mathbf{X}\cdot\mathbf{K}\cdot\mathbf{Q}^{\mathrm{T}}\right)=\breve{\mathcal{Q}}\subset\mathcal{Q}=$$

$$=\left\{\mathbf{Q}=\left[q_1 \ \ q_2 \ \ \cdots \ \ q_N\right]\in\mathbb{R}^N : \sum_{j=1}^{N} q_j=1,\ q_j\in[0;\,1]\ \ \forall\ j=\overline{1,\ N}\right\}, \qquad (3)$$

где

$$\mathbf{X}=\left[x_1 \ \ x_2 \ \ x_3\right]\in\mathcal{X}=\left\{\mathbf{X}\in\mathbb{R}^3 : x_1+x_2+x_3=1,\ x_i\in[0;\,1]\ \ \forall\ i=\overline{1,\ 3}\right\},$$

чья вероятность $\breve{q}_j$ соответствует вероятностному весу алгоритма m_j. Лишь в сравнительно редких случаях, когда $N \in \mathbb{N} \setminus \{1\}$ достаточно невелико, ОСВИ в (3) окажется вырожденной, то есть найдется j_1-й алгоритм такой, что $\breve{q}_{j_1}=1,\ j_1\in\{\overline{1,\ N}\}$. В остальных же случаях придется решать задачу практической реализации ОСВИ в (3), используя, например, работу [9], что возможно в процессе обучения нейросети с поэтапным наращиванием уровня шума от нулевого до некоторого гранично максимального. При этом желательно, чтобы число таких этапов было пропорционально общему знаменателю ненулевых вероятностей ОСВИ в (3), представленных в форме дробей с одинаковыми минимально возможными целочисленными знаменателями при целых значениях числителей [9]. Таким образом, осуществление критерия оптимального выбора алгоритма обучения нейросети, состоящего в минимизации максимально неудобного распределения количественных приоритетностей среди состояний-параметров нейросети $\{r_i\}_{i=1}^{3}$, происходит с помощью комбинирования алгоритмов обучения с соответствующими вероятностями из ОСВИ в (3).

Рассмотрим следующий пример. Пусть $N = 4$, причем допустимые границы для состояний-параметров нейросети $\{r_i\}_{i=1}^{3}$ установлены так:

$$p_{\max}=0{,}05,\ t_{\max}=60,\ u_{\max}=16, \qquad (4)$$

где время $t_{\max}$ представлено в секундах, а параметр r_3 измеряется в гигабайтах оперативной памяти. МОИ для каждого из четырех исследуемых алгоритмов оказываются такими:

$$\{p_j\}_{j=1}^{4}=\{0{,}034;\ 0{,}036;\ 0{,}04;\ 0{,}032\}. \tag{5}$$

На обучение нейросети по каждому из алгоритмов уходят такие периоды времени в секундах:

$$\{t_j\}_{j=1}^{4}=\{54;\ 51{,}3;\ 37{,}8;\ 52{,}92\}. \tag{6}$$

И, наконец, объем необходимой оперативной памяти в гигабайтах:

$$\{u_j\}_{j=1}^{4}=\{12{,}125;9{,}375;\ 9{,}375;12{,}5\}. \tag{7}$$

Как видно, параметры $\{r_i\}_{i=1}^{3}$ со значениями (5)–(7) при (4) удовлетворяют требованию (1), поэтому каждый из четырех алгоритмов может быть задействован в процессе обучения нейросети. Применив нормировку (2), получаем 3×4-игру с матрицей

$$\mathbf{K}=\left[k_{ij}\right]_{3\times 4}=\begin{pmatrix} 0{,}85 & 0{,}9 & 1 & 0{,}8 \\ 1 & 0{,}95 & 0{,}7 & 0{,}98 \\ 0{,}97 & 0{,}75 & 0{,}75 & 1 \end{pmatrix}. \tag{8}$$

В чистых стратегиях эта игра не решается, поэтому ОСВИ здесь оказывается невырожденной:

$$\breve{\mathbf{Q}}=\begin{bmatrix} 0 & \frac{10}{73} & \frac{74}{219} & \frac{115}{219} \end{bmatrix}\in\mathbb{R}^4. \tag{9}$$

Применение ОСВИ (9) в смысле комбинирования трех алгоритмов обучения $\{m_j\}_{j=2}^{4}$ с вероятностями $\{\breve{q}_j\}_{j=2}^{4}$ из (9) гарантирует оптимальное значение 3×4-игры с матрицей (8)

$$v_{\text{opt}}=\frac{193}{219}\approx0{,}8813, \tag{10}$$

то есть нейросеть, обученная за

$$v_{\text{opt}}\cdot\max_{n=\overline{1,\,4}} t_n=\frac{193}{219}\cdot54\approx47{,}589 \text{ секунд,}$$

будет работать с МОИ на уровне

$$v_{\text{opt}}\cdot\max_{n=\overline{1,\,4}} p_n=\frac{193}{219}\cdot0{,}04\approx0{,}03525,$$

используя при этом

$$v_{\text{opt}}\cdot\max_{n=\overline{1,\,4}} u_n=\frac{193}{219}\cdot12{,}5\approx11{,}016 \text{ гигабайт оперативной памяти.}$$

Естественно, с течением времени функционирования нейросети будут накапливаться знания [1, 4] о классе задач, которые она будет решать. Это даст возможность количественно оценивать приоритеты среди ее параметров $\{r_i\}_{i=1}^{3}$. И если удается получить точечные оценки

$$x_i=\mu_i\in[0;\,1]\quad\forall\, i=\overline{1,\,3}, \tag{11}$$

то тогда выбор оптимального алгоритма обучения m_{j*} должен естественным образом происходить по известному критерию Байеса-Лапласа [5, 6]:

$$j*\in\arg\min_{j=\overline{1,\,N}}\sum_{i=1}^{3}k_{ij}\mu_i. \tag{12}$$

Для приведенного примера с параметрами нейросети со значениями (5)–(7) при (4), представляемыми в форме (8), можно с самого начала не решать 3×4-игру с матрицей (8), а взять $\mu_i=\frac{1}{3}\ \ \forall\, i=\overline{1,\,3}$. Тогда

$$j*\in\arg\min_{j=\overline{1,\,4}}\left\{\frac{1}{3}\sum_{i=1}^{3}k_{ij}\right\}=\{3\},$$

что определяет третий алгоритм обучения как оптимальный. Однако, обратим внимание, обучая нейросеть за 37,8 секунд на 9,375 гигабайт оперативной памяти, мы будем получать довольно большую МОИ, равную в среднем четырем процентам. Кроме того, не будучи уверенным в равноважности МОИ, времени обучения и объема оперативной памяти как показателях функциональности нейросети, такой результат представляется весьма условным. А равновероятное комбинирование четырех алгоритмов в такой ситуации также не даст улучшения в среднем, поскольку

$$\begin{bmatrix}\frac{1}{3} & \frac{1}{3} & \frac{1}{3}\end{bmatrix}\cdot\begin{pmatrix} 0{,}85 & 0{,}9 & 1 & 0{,}8 \\ 1 & 0{,}95 & 0{,}7 & 0{,}98 \\ 0{,}97 & 0{,}75 & 0{,}75 & 1 \end{pmatrix}\cdot\begin{bmatrix}\frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4} & \frac{1}{4}\end{bmatrix}^{\mathrm{T}}=0{,}8875,$$

что превышает оптимальное значение (10) 3×4-игры с матрицей (8).

ВЫВОД

Решение $\mathbf{K}=\left[k_{ij}\right]_{3\times N}$-игры при (2) в форме ОСВИ в (3) позволяет по прошествии процесса обучения нейросети достичь гарантированных МОИ, времени обучения и объема потребляемых нейросетью ресурсов при достаточном количестве этапов обучения. В дальнейшем процессе функционирования нейросети, скорее всего, приоритетность этих параметров можно будет оценивать количественно с большей степенью уверенности, что даст возможность использовать решение (12) соответствующей ЗПР с $N\times3$-матрицей решений $\mathbf{K}^{\mathrm{T}}=\left[k_{ji}\right]_{N\times3}$ при (2). Вопросом получения точечных оценок (11) после истечения определенного периода времени функционирования нейросети и стоит заняться в продолжении представленного исследования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Рассел, С.* Искусственный интеллект: современный подход (AIMA) / С. Рассел, П. Норвиг. – [2-е изд.]. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2007. – 1408 с. : ил.
2. *Хайкин, С.* Нейронные сети: полный курс / С. Хайкин. – [2-е изд.]. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2006. – 1104 с.
3. *Каллан, Р.* Основные концепции нейронных сетей / Р. Каллан. – М. : Издательский дом «Вильямс», 2001. – 288 с.
4. Нейронные сети. STATISTICA Neural Networks: Методология и технологии современного анализа данных [справочное издание / под ред. В. П. Боровикова]. – 2-е изд., перераб. и доп. – М. : Горячая линия – Телеком, 2008. – 392 с.
5. *Трухаев, Р. И.* Модели принятия решений в условиях неопределенности / Р. И.Трухаев. – М. : Наука, 1981. – 258 с.
6. *Черноруцкий, И. Г.* Методы принятия решений / И. Г. Черноруцкий – С.Пб. : БХВ-Петербург, 2005. – 416 с. : ил.
7. *Park, I.* A Bayesian approach for quantification of model uncertainty / Park Inseok, Hemanth K. Amarchinta, Ramana V. Grandhi // Reliability Engineering & System Safety. – 2010. – Volume 95, Issue 7. – P. 777–785.
8. *Воробьев, Н. Н.* Основы теории игр. Бескоалиционные игры / Н. Н. Воробьев. – М. : Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1984. – 496 с.
9. *Романюк, В. В.* Метод реалізації оптимальних змішаних стратегій у матричній грі з порожньою множиною сідлових точок у чистих стратегіях з відомою кількістю партій гри / В. В. Романюк // Наукові вісті НТУУ «КПІ». – 2009. – № 2. – С. 45–52.

Стаття надійшла до редакції 17.09.2012.

Романюк В. В.

РОЗВ'ЯЗУВАННЯ МАТРИЧНОЇ $3\times N$-ГРИ ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО КОМБІНУВАННЯ АЛГОРИТМІВ НАВЧАННЯ НЕЙРОННОЇ МЕРЕЖІ З МІРОЮ ПОМИЛКИ ІДЕНТИФІКАЦІЇ ЗА ЧАСОМ НАВЧАННЯ ПРИ ОБ'ЄМІ СПОЖИВАНИХ РЕСУРСІВ

Розглядається довільна нейронна мережа із трьома взаємозалежними показниками: міра помилки ідентифікації, одержувана після часу навчання за одним з можливих N алгоритмів навчання нейромережі, відповідає деякому об'єму споживаних ресурсів. Для умови неможливості вказівки пріоритетності й кількісного ранжування цих показників пропонується перехід до відповідної $3\times N$ -гри та її розв'язку у формі оптимальної стратегії другого гравця, із чиїми ймовірностями варто комбінувати алгоритми навчання нейромережі. При первісній неприйнятності критерію Байєса-Лапласа для вибору оптимального алгоритму застосовність цього критерію підтримується лише після закінчення певного періоду часу функціонування нейромережі, коли стане можливим точкове оцінювання ваг її показників.

Ключові слова: нейромережа, показники нейромережі, алгоритм навчання, задача прийняття рішень, матрична гра, оптимальна стратегія другого гравця, критерій Байєса-Лапласа.

Romanuke V. V.

Solving the matrix $3\times N$ game for combining optimally algorithms of the neuronet learning with identification error measure after the learning time by a volume of the consumed resources

A neural network is considered with three interdependent indexes: identification error measure, being acquired after the learning time by one of the N available algorithms for the neuronet learning, corresponds to some volume of the consumed resources. For condition of unfeasibility of pointing at the priority and ranking quantitatively these indexes we suggested the conversion into the corresponding $3\times N$ game and its solution in the form of the second player optimal strategy, with whose probabilities the algorithms for the neuronet learning should be combined. Despite the primary inadmissibility of the Bayes-Laplace criterion for optimal algorithm selection this criterion applicability is supported only on the expiry of a certain time period of the neuronet functioning, when the point evaluation of its indexes weights becomes available. In giving an example with four algorithms for the neuronet learning, we calculated its guaranteed indexes after having combined those algorithms optimally, where worsening of such indexes is also demonstrated by the other approach.

Key words: neuronet, indexes of neuronet, algorithms for learning, decision making problem, matrix game, second player optimal strategy, Bayes-Laplace criterion.

REFERENCES

1. Russell S., Norvig P. Artificial intelligence: Modern Approach. Moscow, Publishing house «Williams», 2nd ed., 2007, 1408 p.
2. Haykin S. Neural Networks: Full Course. Moscow, Publishing house «Williams», 2nd ed., 2006, 1104 p.
3. Kallan R. Principal Conceptions of Neural Networks. Moscow, Publishing house «Williams», 2001, 288 p.
4. Borovikov V. P. Neural Networks. STATISTICA Neural Networks: Methodology and technologies of modern data analysis. Moscow, Hot Line – Telecom, 2nd ed., 2008, 392 p.
5. Trukhayev R. I. Models of decision making under uncertainties. Moscow, Nauka, 1981, 258 p.
6. Chernorutskiy I. G. Methods of decision making. Saint-Petersburg, BHV-Petersburg, 2005, 416 p.
7. Inseok Park, Hemanth K. Amarchinta, Ramana V. Grandhi. A Bayesian approach for quantification of model uncertainty, *Reliability Engineering & System Safety*, 2010, Vol. 95, Issue 7, pp. 777–785.
8. Vorob'yov N. N. Basics of game theory. Non-cooperative games. Moscow, Nauka, 1984, 496 p.
9. Romanuke V. V. Method of realizing the optimal mixed strategies in the matrix game with the empty set of saddle points in pure strategies with the known number of the game plays, *Naukovi visti NTUU «KPI»*, 2009, No. 2, pp. 45–52.