ными отношениями. Предложена общая интерпретация операции декартового произведения, и соответственно, производных операций. Существует ряд СУБД, в которых реализован объектно-реляционный подход, но такая реализация не содержит комплексной поддержки всех компонент объектно-реляционной модели, в том числе и операционной спецификации. В данной работе операционная спецификация объектно-реляционной модели представлена в общем виде, сохраняя общность с реляционной моделью данных, и не ассоциирована с конкретной реализацией в СУБД.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Makinouchi, A.* A consideration on Normal Form of Not-Necessarily-Normalized Relations in the Relational Data Model [Text] // in Proc. of the 3rd International Conference on Very Large Data Bases. – Tokyo, 1977. – P. 447–453.
2. *Garani, G.* Generalized Relation Data Model [Text]: // International Journal of Computer Systems Science and Engineering (IJCSES). – 2007. – vol. 4, N 1. –P. 43–59.
3. *Мейер, Д.* Теория реляционных баз данных [Текст] : пер. с англ. – М. : Мир, 1987. – С. 45–48.
4. *Тиори, Т.* Проектирование структур баз данных: в 2-х кн. [Текст] / Т. Тиори, Дж. Фрай. – М. : Мир, 1985. – Кн. 1. – С. 287 : Кн. 2 – С. 320.
5. *Чапланова, Е. Б.* Об одном подходе к построению объектно-реляционной модели данных [Текст] / Н. В. Касаткина, С. С. Танянский, Е. Б. Чапланова // Збірник наукових праць Військового інституту Київського національного університету імені Тараса Шевченка. – К. : ВІКНУ, 2009. – Вип. 20. – С. 141–146.

Стаття надійшла до редакції 22.02.2012.

Чапланова О. Б.

ОПЕРАЦІЙНА СПЕЦИФІКАЦІЯ ОБ'ЄКТНО-РЕЛЯЦІЙНОЇ МОДЕЛІ ДАНИХ

Стаття присвячена розробці загальних принципів формування операційної специфікації об'єктно-реляційної моделі даних. Формально визначено основні операції, визначено базис операційної специфікації об'єктно-реляційної моделі даних. Пропонується використовувати апарат реляційної алгебри з рекурсивної складової для виконання операцій над відносинами, які містять вкладені неатомарні атрибути.

Ключові слова: об'єктно-реляційна модель даних, вкладені атрибути, рекурсивна реляційна алгебра, операційна специфікація.

Chaplanova E.

OPERATING SPECIFICATIONS OF THE OBJECT-RELATIONAL DATA MODEL

The article proposed the development of general principles of formation of the operating specifications of object-relational data model. Formally defined the basic operations, and defined basis of the operating specifications of object-relational data model. It is proposed to use the apparatus of the relational algebra with a recursive component to perform operations on relations, which contain nested non-atomic attributes.

Key words: object-relational data model, nested attributes recursive relational algebra, the operating specification.

УДК 519.6

Хомченко А. Н.[1], Мотайло А. П.[2]

[1]Д-р. физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой Херсонского национального технического университета

[2]Старший преподаватель Херсонского национального технического университета

ДИСКРЕТНЫЙ АНАЛОГ ИНТЕГРАЛА ПУАССОНА ДЛЯ ШАРА

В работе решена задача Дирихле для шара с дискретно заданными условиями на границе. В роли вычислительного шаблона использована конструкция из гексаэдра и октаэдра, вписанных в шар. Получен дискретный аналог интегральной формулы Пуассона в виде пропорциональной стратифицированной выборки.

Ключевые слова: задача Дирихле, шар, интеграл Пуассона, шаблон, гексаэдр, октаэдр.

ВВЕДЕНИЕ

В 1820 г. французский математик, механик и физик Пуассон нашел интегральное представление решения уравнения Лапласа в круге с граничными условиями Дирихле. Трехмерное обобщение интеграла Пуассона для круга называют интегралом Пуассона для шара. Эффективность практических применений интеграла Пуассона и точность вычислений существенно зависит не только от ядра Пуассона, но и от характера заданных граничных условий. Недостатки интеграла Пуассона общеизвестны. Преодолеть некоторые из них можно путем замены интеграла подходящей интегральной суммой. Для шара это непросто, поскольку весовые коэффициенты должны быть непрерывными функциями координат контрольной точки внутри шара. Кроме того, они должны сохранить усредняющие свойства ядра Пуассона. Ниже рассматриваются вычислительные шаблоны, позволяющие построить дискретный аналог интеграла Пуассона для шара. В качестве весовых коэффициентов, «следящих» за внутренней контрольной точкой, используются базисные интерполяционные функции гексаэдра и октаэдра, вписанные в шар. Для октаэдра это новое применение, поскольку базис октаэдра появился совсем недавно. Предложенный дискретный аналог осуществляет монте-карловское усреднение граничного потенциала, а весовыми коэффициентами являются гармонические функции.

АНАЛИЗ ПРЕДШЕСТВУЮЩИХ ПУБЛИКАЦИЙ, ЦЕЛЬ СТАТЬИ

Интегральная формула Пуассона [1, 2] для круга (шара) определяет потенциал в любой внутренней точке области в форме взвешенного среднего граничного потенциала. Анализ формулы Пуассона показывает, что по мере приближения контрольной точки к границе области заметно возрастает погрешность вычислений. Вот почему вблизи границы потенциал приходится вычислять с помощью рядов. Можно воспользоваться адаптируемыми шаблонами МКР [3], однако этот подход связан с составлением и решением СЛАУ. Чтобы избежать громоздких процедур матричной алгебры, мы предлагаем достаточно простой (несеточный) метод усреднения граничных потенциалов в шаре. Используемые здесь адаптируемые шаблоны «следят» за координатами контрольной точки внутри шара, непрерывно изменяя весовые коэффициенты усреднения. В какой-то мере это похоже на алгоритм «блужданий по сферам». Существенное отличие в том, что здесь точка старта (контрольная точка) может быть выбрана произвольно. Такое допущение, безусловно, вызывает специфические трудности, поскольку конечно-разностный шаблон принципиально отличается от стандартного (консервативного). Он не является фрагментом ортогональной или какой-либо другой застывшей решетки. «Центральный» узел шаблона имеет прямой «канал связи» с каждым граничным узлом на поверхности шара. По этим каналам в центральный узел транслируется уже усредненная информация. Самый простой адаптируемый шаблон имеет четыре канала, проложенных из контрольной точки внутри шара в вершины вписанного тетраэдра. Наш опыт показал, что для достижения приемлемой точности нужно использовать несколько «стоп-кадров» – вписанных тетраэдров. В роли весовых коэффициентов выступают барицентрические координаты тетраэдра. В данной работе мы используем вписанные гексаэдр и октаэдр. Усреднение на 8-маршрутном шаблоне осуществляется с помощью трилинейного базиса гексаэдра [4], а на 6-маршрутном – с помощью кусочно-линейного базиса октаэдра [5]. Построенный в [6] базис центрированного октаэдра в данном случае не подходит, хотя способ построения позволяет получать базисы как центрированного, так и нецентрированного октаэдра.

Цель статьи – предложить простой и удобный способ приближенного вычисления интеграла Пуассона для шара.

ПОСТРОЕНИЕ ДИСКРЕТНОГО АНАЛОГА ИНТЕГРАЛА ПУАССОНА ДЛЯ ШАРА

На рис. 1 изображен шар $(R=1)$ с 14 расчетными узлами на поверхности. Первые 8 узлов расположены в вершинах вписанного гексаэдра, узлы с 9 по 14 – в вершинах вписанного октаэдра. Оси ортогональной системы координат $Oxyz$ проходят через противоположные вершины октаэдра и через барицентры граней гексаэдра.

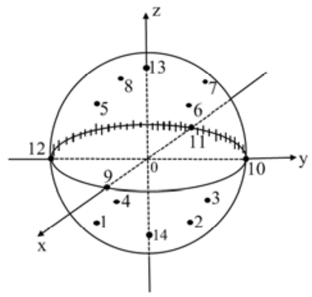

Рис. 1. Шар с расчетными граничными узлами

Классическая формулировка задачи такова: внутри шара $x^2+y^2+z^2\le R^2$ найти функцию $u(x,y,z)$, удовлетворяющую уравнению Лапласа $\Delta u=0$, если на границе шара σ искомая функция известна $u\big|_\sigma=f$.

Интеграл Пуассона для шара имеет вид [2]:

$$u(P_0)=\frac{1}{4\pi R}\oiint_\sigma \frac{R^2-r_0{}^2}{\left(\sqrt{R^2+r_0{}^2-2Rr_0\cos\gamma}\right)^3}\cdot f(Q)dS, \quad (1)$$

где r_0 – длина вектора $\overline{OP_0}$; P_0 – контрольная точка внутри шара; Q – точка на поверхности сферы σ; γ – угол между векторами $\overline{OP_0}$ и $\overline{OQ}$; $f(Q)$ – заданная функция на поверхности σ.

Физическая интерпретация задачи такова: найти температуру внутри шара, если на поверхности шара температура известна. Слово «дискретный» в названии работы отражает характер задания граничных условий на сфере. В данном случае температурное поле моделируется с помощью 14 термоэлементов (термостатов), прикрепленных к поверхности шара. Граничная информация предоставлена выборкой из 14 значений функции $f(Q)$. Это типичный пример стратифицированной (двухслойной) выборки. Граничная информация усредняется отдельно на каждом шаблоне. Усреднение по вершинам гексаэдра (8 граничных узлов) осуществляется по формуле:

$$\overline{U}_8(P_0)=\sum_{i=1}^{8}N_i(x,y,z)\cdot f_i\,, \quad (2)$$

где f_i – значения функции $f(Q)$ в вершинах гексаэдра $\left(|x|\le\frac{\sqrt{3}}{3};|y|\le\frac{\sqrt{3}}{3};|z|\le\frac{\sqrt{3}}{3}\right)$, а базис гексаэдра имеет вид:

$$N_i(x,y,z)=\frac{1}{8}\left(1+\sqrt{3}x_i x\right)\left(1+\sqrt{3}y_i y\right)\left(1+\sqrt{3}z_i z\right),$$

$$x_i, y_i, z_i=\pm 1. \quad (3)$$

Функции $N_i(x, y, z)$ удовлетворяют интерполяционной гипотезе типа Лагранжа:

$$N_i(x_k, y_k, z_k) = \delta_{ik}, \sum_{i=1}^{8} N_i(x, y, z) = 1, \qquad (4)$$

где δ_{ik} – символ Кронекера, i – номер функции, k – номер расчетного узла на поверхности шара.

Усреднение по вершинам октаэдра (6 граничных узлов) осуществляется по формуле:

$$\overline{U}_6(P_0) = \sum_{i=9}^{14} N_i(x, y, z) \cdot f_i \,, \qquad (5)$$

где

$$N_{9,11}(x, y, z) = \frac{1}{6}\left(1 + 2|x| \pm 3x - |y| - |z|\right),$$

$$N_{10,12}(x, y, z) = \frac{1}{6}\left(1 + 2|y| \pm 3y - |z| - |x|\right),$$

$$N_{13,14}(x, y, z) = \frac{1}{6}\left(1 + 2|z| \pm 3z - |x| - |y|\right). \qquad (6)$$

Понятно, что функции (6) обладают свойствами (4). Очень важно, что оба решения (2) и (5) удовлетворяют уравнению Лапласа. Поскольку выборка стратифицирована, эти два средних значения в точке P_0 еще раз усредняются с коэффициентами $\frac{3}{7}$ и $\frac{4}{7}$:

$$\overline{U}(P_0) = \frac{3}{7} \cdot \overline{U}_8(P_0) + \frac{4}{7} \cdot \overline{U}_6(P_0). \qquad (7)$$

Такая выборка называется пропорциональной стратифицированной. Формула (7) является дискретным аналогом интеграла Пуассона (1) для шара. Нетрудно заметить, что эта простая формула является статистической оценкой математического ожидания. Роль простых моделей в математическом моделировании трудно переоценить. По мнению академика В.В.Новожилова [7], простая модель свидетельствует о глубоком проникновении автора в существо явления (процесса). Даже если простая модель недостаточно точная, она служит хорошим нулевым приближением в итерационных процедурах. Очень часто усовершенствование модели достигается усреднением простых моделей. Достаточно вспомнить общеизвестные формулы приближенного интегрирования Ньютона-Котеса. Например, формула парабол получается взвешенным усреднением формулы центральных прямоугольников и формулы трапеций. А формула «трех восьмых» – результат взвешенного усреднения двух формул трапеций (для внутренних и граничных узлов). Легко убедиться, что этот упрощенный прием распространяется на двумерные и трехмерные модели.

Для проверки точности формулы (7) мы воспользовались результатами вычислений интеграла Пуассона, приведенными в работе [2]. В.И.Левин вычислил значения интеграла (1) для трех точек на вертикальном диаметре шара: $O(0{,}0{,}0)$, $A\left(0{,}0,-\frac{1}{2}\right)$, $B\left(0{,}0,\frac{1}{2}\right)$. Граничные условия очень просты: на верхней полусфере поддерживается температура $1^\circ C$, на нижней – температура $0^\circ C$. Вычисления по формуле (7) дали следующие результаты: $\overline{U}(0) = 0{,}5^\circ$; $\overline{U}(A) = 0{,}171^\circ$; $\overline{U}(B) = 0{,}829^\circ$, что в точности совпадает с результатами [2]. Чем сложнее граничные условия задачи, тем отчетливее проявляются преимущества формулы (7) перед формулой (1).

Замечание. В тех точках шара, в которых формула (2) завышает результат, формула (5) его занижает, и наоборот. Погрешность в какой-то мере уменьшает арифметическое усреднение. И только взвешенное усреднение по формуле (7) практически устраняет погрешность. Это означает, что пропорциональная стратифицированная выборка эффективнее простой выборки.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе получен дискретный аналог интеграла Пуассона для шара, использование которого приводит к точным результатам в контрольных точках вертикального диаметра внутри шара [2].

Научная новизна работы заключается в использовании нового вычислительного шаблона на основе комбинации октаэдра и гексаэдра в задаче Дирихле для шара [2], которая является первой тестовой задачей для функций кусочно-линейного базиса шестиузлового октаэдра, полученного авторами в работе [8].

Практическая ценность работы состоит в том, что состояние стационарного поля в любой точке внутри шара может быть определено как взвешенное среднее узловых граничных значений, расположенных в вершинах октаэдра и гексаэдра, вписанных в шар.

Использование тел Платона в роли вычислительных шаблонов для определения температурного поля в шаре стало возможным после появления интерполяционных базисов гексаэдра и октаэдра. Нет сомнений, что с появлением базиса икосаэдра мы получим не менее эффективную вычислительную формулу на основе простой выборки из 12 граничных значений искомой функции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Фарлоу, С.* Уравнения с частными производными для научных работников и инженеров / С. Фарлоу. – М. : Мир, 1985. – 384 с.
2. *Левин, В. И.* Методы математической физики / В. И. Левин. – М. : Учпедгиз, 1956. – 243 с.
3. *Хомченко, А. Н.* Две модели усреднения граничных потенциалов на адаптируемом шаблоне / А. Н. Хомченко, М. Т. Наджафов, Н. В. Валько // Геометричне та комп'ютерне моделювання. – 2004. – № 8. – С. 26–30.

4. *Козуб, Н. А.* От равномерного распределения случайных точек к базису трилинейной интерполяции / Н. А. Козуб, А. Н. Хомченко // Вестник Херсонского национального технического университета. – 2006. – № 1(24). – С. 99–102.
5. *Хомченко, А. Н.* Барицентрическая задача Мебиуса и одношаговые блуждания со случайным стартом / А. Н. Хомченко, А. П. Мотайло // Вестник Херсонского национального технического университета. – 2011. – № 2(41). – С. 23–26.
6. *Хомченко, А. Н.* Вероятностная концепция полиномиальной интерполяции в октаэдре / А. Н. Хомченко, А. П. Мотайло // Проблеми математичного моделювання : міждерж. наук.-метод. конф., 25–27 травня 2011 р.: тези доп. – Дніпродзержинськ, 2011. – С. 20–22.
7. *Новожилов, В. В.* Вопросы механики сплошной среды / В. В. Новожилов. – Л. : Судостроение, 1989. – 400 с.
8. *Мотайло, А. П.* Базисы шестиузлового октаэдра [Электронный ресурс] / А. П. Мотайло. // Перспективные научные исследования – 2011 : междунар. науч.-практич. конф., 17–25 февр. 2011г. : тезисы докл. – София, Болгария, 2011. – Режим доступа: http://www.rusnauka.com.

Стаття надійшла до редакції 29.06.2011.
Після доробки 15.11.2011.

Хомченко А. Н., Мотайло А. П.

ДИСКРЕТНИЙ АНАЛОГ ІНТЕГРАЛА ПУАССОНА ДЛЯ КУЛІ

У роботі розв'язана задача Діріхле для кулі з дискретно заданими умовами на границі. У ролі обчислювального шаблону використано конструкцію із гексаедра та октаедра, вписаних в кулю. Отримано дискретний аналог інтегральної формули Пуассона у вигляді пропорціональної стратифікованої вибірки.

Ключові слова: задача Діріхле, куля, інтеграл Пуассона, шаблон, гексаедр, октаедр.

Khomchenko A. N., Motailo A. P.

DISCRETE ANALOGUE OF THE POISSON INTEGRAL FOR A BALL

The Dirichlet problem for the ball with discretely given conditions on the boundary is solved in the work. Construction from hexahedron and octahedron inscribed in a ball is used in the role of computational template. A discrete analogue of the Poisson integral formula in the form of a proportional stratified sampling is obtained.

Key words: Dirichlet problem, ball, Poisson integral, pattern, hexahedron, octahedron.

УДК 681.5.004.94

Высочина О. С.[1], Данич В. Н.[2], Пархоменко В. П.[3]

[1]Канд. техн. наук, доцент Восточноукраинского национального университета имени Владимира Даля
[2]Д-р эконом. наук, декан Восточноукраинского национального университета имени Владимира Даля
[3]Канд. государственного управления, доцент Восточноукраинского национального университета имени Владимира Даля

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОИЗВОДСТВЕННЫХ ПРОЦЕССОВ НА ПРОМЫШЛЕННОМ ПРЕДПРИЯТИИ ПРИ ПОМОЩИ СИСТЕМЫ ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ARENA

В статье представлена имитационная модель производственного процесса промышленного предприятия по производству автомобильных клапанов. Приведено описание процесса построения модели и полученных результатов моделирования.

Ключевые слова: Arena, дискретно-событийный подход, имитационное моделирование, моделирование производственных систем.

ПОСТАНОВКА ПРОБЛЕМЫ

Современный этап развития экономики Украины характеризуется изменением условий хозяйственной деятельности. Для новых, рыночных условий функционирования промышленных предприятий характерны жесткая конкуренция, недостаточные инвестиции в производство, а также многочисленные факторы неопределенности внутренней и внешней среды. В сочетании со сверхнормативным износом оборудования это приводит к появлению разнообразных видов рисков, ставящих под сомнение возможность стабильной работы предприятий. Используемые на предприятиях системы управления производством позволяют осуществлять контроль состояния и распределения ресурсов, диспетчеризацию производства, управление документами, сбор и хранение данных о технологических процессах. Однако указанных возможностей недостаточно для принятия эффективных управленческих решений. В связи с этим возникает необходимость разработки единой модели производства, позволяющей осуществлять комплексный анализ и прогноз развития предприятия, позволяя при этом оценить возможные риски реализации тех или иных проектов, а также их взаимное влияние. Разработка единой аналитической модели производства на современном этапе развития науки остается неразрешимой задачей, что в совокупности со стремительным прогрессом информационных технологий создает предпосылки к широкому применению средств имитационного моделирования в решении управленческих задач. Поэтому разработка эффективной и гибкой имитационной модели производственных процессов промышленного предприятия является чрезвычайно **актуальной задачей.**

АНАЛИЗ ПОСЛЕДНИХ ИССЛЕДОВАНИЙ И ПУБЛИКАЦИЙ

Имитационное моделирование является средством решения задач анализа, планирования и реконструкции произ-