УДК 537.874.6

Чумаченко Я. В.[1], Чумаченко В. П.[2]

[1]Канд. техн. наук, доцент Запорожского национального технического университета

[2]Д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой Запорожского национального технического университета

О БЕСКОНЕЧНЫХ СИСТЕМАХ МЕТОДА ПРОИЗВЕДЕНИЯ ОБЛАСТЕЙ ДЛЯ ЗАДАЧ РАССЕЯНИЯ ВОЛН В ПЛОСКОСТНЫХ УЗЛАХ С СОЕДИНИТЕЛЬНОЙ ПОЛОСТЬЮ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ ФОРМЫ

Изучаются свойства бесконечных систем линейных уравнений, возникающих при использовании метода произведения областей для определения характеристик рассеяния плоскостных волноводных трансформаторов с нагруженной соединительной полостью прямоугольной формы. На примере задачи о волноводном изломе показано, что в случае однородных условий Неймана на проводящих границах применение этого метода приводит к квазирегулярным системам.

Ключевые слова: бесконечные системы линейных уравнений, метод произведения областей, волноводные неоднородности.

ВВЕДЕНИЕ

Ряд широко используемых волноводных узлов имеет область связи, являющуюся общей частью пересекающихся под прямым углом бесконечных, полубесконечных или конечных волновых каналов. В качестве примеров укажем ответвители мощности, а также уголковые, Т-образные и крестообразные соединения волноводов (см. [1–5] и библиографию к ним). Подобные конфигурации возникают и в теории волноводов со сложным поперечным сечением [6]. Одним из методов, применяемых при анализе рассеяния волн в волноводных трансформаторах рассматриваемого типа, является метод произведения областей [7, 8], обеспечивающий адекватное представление поля внутри выпукло многоугольной соединительной полости. Согласно [7], искомая компонента поля в такой области задается суммой нескольких рядов по тригонометрическим функциям с разделенными переменными. Каждый из этих рядов тождественно удовлетворяет уравнению Гельмгольца внутри полости, а полнота используемых систем функций обеспечивает возможность выполнения требуемых граничных условий на ее контуре. Наложение условий сопряжения в апертурах области связи приводит к связанным бесконечным системам линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) относительно неизвестных коэффициентов разложений поля в подобластях волноводного узла.

В [9, 10] было показано, что в случае однородных граничных условий Дирихле на стенках исследуемого объекта описанный подход порождает так называемые квазирегулярные СЛАУ. В настоящей работе на примере простейшего соединения описанного типа исследуются системы линейных уравнений, возникающие при нагруженной диэлектриком области связи и граничных условиях Неймана на контуре волноводного трансформатора. Полученные результаты применимы для соединений волноводов с магнитными стенками (ВМС), соединений плоскопараллельных волноводов (ППВ), а также Е-плоскостных соединений прямоугольных волноводов (ПВ). В последнем случае структура должна быть однородно заполненной, так как при наличии границ раздела сред задача рассеяния волн в таком узле уже не сводится к нахождению одной скалярной функции и требует отдельного рассмотрения [11]. Заметим также, что системы, близкие к исследуемым, появляются и при использовании метода частичных пересекающихся областей [12, 13].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассматриваемая конфигурация показана на рис. 1. Структура однородна вдоль оси z и имеет размер a в этом направлении ($a = \infty$ в случае ППВ). Внешний ее контур представляет собой сечение плоскостью z = const идеальных электрических (ППВ, ПВ) или магнитных (ВМС) поверхностей. Области 1 и 2 соответствуют полубесконечным волноводам с поперечными размерами b и c соответственно. Прямоугольная область связи 3 или является незаполненной (ПВ), или нагружена диэлектриком (ППВ, ВМС) с относительной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon = \varepsilon' - i\varepsilon''$. Узел возбуждается слева основной волной единичной амплитуды.

Задача состоит в отыскании ненулевой z-компоненты электромагнитного поля $H_z = u$ (ППВ), $H_z =$

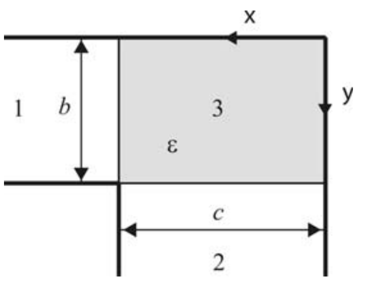

Рис. 1. Геометрия задачи

$= u\sin\dfrac{\pi z}{a}$ (ПВ) или $E_z = u$ (ВМС), где временная зависимость $e^{i\omega t}$ опущена. Функция u должна удовлетворять уравнению Гельмгольца, однородным граничным условиям Неймана на идеальных поверхностях, условиям непрерывности тангенциальных составляющих поля на границах частичных областей, условиям излучения на бесконечности и условиям ограниченности энергии поля, запасенной внутри любой конечной подобласти. Эти условия обеспечивают единственность решения исходной электродинамической задачи [14].

Обозначим значения u в областях 1, 2 и 3 через u_1, u_2 и u_3. Внутри своих областей функции u_j являются решениями уравнений

$$\Delta u_j + \chi_j^2 u = 0,\ \ j = \overline{1,3} \tag{1}$$

со значениями параметров χ_j, определяемыми равенствами

$$\chi_1 = \chi_2 = \chi = k_0,\ \chi_3 = k_0\sqrt{\varepsilon}\ (\text{ППВ, ВМС}) \tag{2}$$

или

$$\chi_1 = \chi_2 = \chi_3 = \chi = \sqrt{k_0^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2}\ (\text{ПВ}), \tag{3}$$

где $k_0 = \dfrac{2\pi}{\lambda}$, а λ – длина волны в свободном пространстве. Условия непрерывности тангенциальных компонент электромагнитного поля в апертурах области 3 приводят к соотношениям

$$u_1 = u_3,\ \frac{\partial u_1}{\partial x} = \kappa\frac{\partial u_3}{\partial x}\ \text{при}\ x = c, \tag{4}$$

$$u_2 = u_3,\ \frac{\partial u_2}{\partial y} = \kappa\frac{\partial u_3}{\partial y}\ \text{при}\ y = b. \tag{5}$$

Здесь

$$\kappa = \begin{cases}\chi^2/\chi_3^2 & (\text{ППВ})\\ 1 & (\text{ВМС, ПВ})\end{cases}. \tag{6}$$

Тогда

$$u_1 = e^{\gamma_0^{(1)}(x-c)} + \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(1)}\cos\frac{n\pi y}{b}e^{-\gamma_n^{(1)}(x-c)}, \tag{7}$$

$$u_2 = \sum_{n=0}^{\infty} A_n^{(2)}\cos\frac{n\pi x}{c}e^{-\gamma_n^{(2)}(y-b)}, \tag{8}$$

где $A_n^{(1)}$ и $A_n^{(2)}$ – коэффициенты разложения, подлежащие определению, а

$$\gamma_n^{(1)} = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - \chi_1^2},\ \gamma_n^{(2)} = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{c}\right)^2 - \chi_2^2}. \tag{9}$$

Функцию u_3 будем искать в виде суммы двух рядов Фурье по косинусам

$$u_3 = \sum_{n=0}^{\infty} B_n^{(1)}\cos\frac{n\pi y}{b}\left[e^{\gamma_n^{(x)}(x-c)} + e^{-\gamma_n^{(x)}(x+c)}\right] + \\ + \sum_{n=0}^{\infty} B_n^{(2)}\cos\frac{n\pi x}{c}\left[e^{\gamma_n^{(y)}(y-b)} + e^{-\gamma_n^{(y)}(y+b)}\right], \tag{10}$$

$$\gamma_n^{(x)} = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 - \chi_3^2},\ \gamma_n^{(y)} = \sqrt{\left(\frac{n\pi}{c}\right)^2 - \chi_3^2}. \tag{11}$$

Представление (10) удовлетворяет однородным граничным условиям Неймана на идеальных стенках соединительной полости и имеет достаточную степень произвольности, чтобы обеспечить выполнение условий сопряжения (4), (5).

СИСТЕМА ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ

Подставив разложения (7) и (10) в условия (4) и воспользовавшись ортогональностью тригонометрических функций, мы получим

$$\delta_{0m} + A_m^{(1)} = (1 + e^{-2\gamma_m^{(x)}c})B_m^{(1)} + \sum_{n=0}^{\infty} d_{mn}^{(x)}B_n^{(2)}, \\ m = \overline{0,\infty}, \tag{12}$$

$$\delta_{0m}\gamma_0^{(1)} - \gamma_m^{(1)}A_m^{(1)} = \kappa\gamma_m^{(x)}(1 - e^{-2\gamma_m^{(x)}c})B_m^{(1)}, \\ m = \overline{0,\infty}, \tag{13}$$

где

$$d_{mn}^{(x)} = \frac{2(-1)^{m+n}\gamma_n^{(y)}(1 - e^{-2\gamma_n^{(y)}b})}{\varepsilon_m b\left[\gamma_n^{(y)2} + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2\right]}, \tag{14}$$

δ_{0m} – символ Кронекера, а $\varepsilon_m = \begin{cases}2 \text{ при } m = 0\\ 1 \text{ при } m \ge 1\end{cases}$.

Граничные условия (5) приводят к уравнениям

$$A_m^{(2)} = (1 + e^{-2\gamma_m^{(y)}b})B_m^{(2)} + \sum_{n=0}^{\infty} d_{mn}^{(y)}B_n^{(1)}, \\ m = \overline{0,\infty}, \tag{15}$$

$$-\gamma_m^{(2)}A_m^{(2)} = \kappa\gamma_m^{(y)}(1 - e^{-2\gamma_m^{(y)}b})B_m^{(2)}, \\ m = \overline{0,\infty}, \tag{16}$$

$$d_{mn}^{(y)} = \frac{2(-1)^{m+n}\gamma_n^{(x)}(1-e^{-2\gamma_n^{(x)}c})}{\varepsilon_m c\left[\gamma_n^{(x)2} + \left(\frac{m\pi}{c}\right)^2\right]}. \qquad (17)$$

С помощью (13) и (16) $B_m^{(1)}$ и $B_m^{(2)}$ в (12) и (15) исключаются, что сводит рассматриваемую граничную задачу к парной СЛАУ относительно $A_m^{(1)}$ и $A_m^{(2)}$:

$$A_m^{(1)} + \sum_{n=0}^{\infty}\frac{\tilde{d}_{mn}^{(x)}}{\Delta_m^{(x)}}A_n^{(2)} = \frac{r\delta_{0m}}{\Delta_0^{(x)}},\ m = \overline{0,\infty}, \qquad (18)$$

$$A_m^{(2)} + \sum_{n=0}^{\infty}\frac{\tilde{d}_{mn}^{(y)}}{\Delta_m^{(y)}}A_n^{(1)} = \frac{\tilde{d}_{m0}^{(y)}}{\Delta_m^{(y)}},\ m = \overline{0,\infty}. \qquad (19)$$

Здесь

$$\tilde{d}_{mn}^{(x)} = \frac{2(-1)^{m+n}\gamma_m^{(x)}\gamma_n^{(2)}(1-e^{-2\gamma_m^{(x)}c})}{\varepsilon_m b\left[\left(\frac{n\pi}{c}\right)^2 + \gamma_m^{(x)2}\right]}, \qquad (20)$$

$$\Delta_m^{(x)} = \gamma_m^{(1)}(1+e^{-2\gamma_m^{(x)}c}) + \kappa\gamma_m^{(x)}(1-e^{-2\gamma_m^{(x)}c}), \qquad (21)$$

$$r = \gamma_0^{(1)}(1+e^{-2\gamma_0^{(x)}c}) - \kappa\gamma_0^{(x)}(1-e^{-2\gamma_0^{(x)}c}), \qquad (22)$$

$$\tilde{d}_{mn}^{(y)} = \frac{2(-1)^{m+n}\gamma_m^{(y)}\gamma_n^{(1)}(1-e^{-2\gamma_m^{(y)}b})}{\varepsilon_m c\left[\left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 + \gamma_m^{(y)2}\right]}, \qquad (23)$$

$$\Delta_m^{(y)} = \gamma_m^{(2)}(1+e^{-2\gamma_m^{(y)}b}) + \kappa\gamma_m^{(y)}(1-e^{-2\gamma_m^{(y)}b}) \qquad (24)$$

и учтено, что

$$\gamma_n^{(y)2} + \left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 = \left(\frac{n\pi}{c}\right)^2 + \gamma_m^{(x)2}. \qquad (25)$$

СЛАУ (18), (19) является прямым следствием исходной краевой задачи и ее разрешимость следует из разрешимости краевой задачи. Условие конечности энергии поля в ограниченной области определяет класс числовых последовательностей, к которому должны принадлежать искомые амплитудные коэффициенты:

$$\sum_{n=0}^{\infty}|A_n^{(j)}|^2(n+1) < \infty,\ j = 1, 2. \qquad (26)$$

Аналогичным условиям должны удовлетворять и коэффициенты $B_m^{(1)}$, $B_m^{(2)}$, как это следует из (13) и (16). Исходя из единственности решения краевой задачи и используя методику [15], можно доказать и единственность решения СЛАУ (18), (19) в пространстве последовательностей (26).

АНАЛИЗ МАТРИЧНЫХ КОЭФФИЦИЕНТОВ СЛАУ

Обозначим

$$a_{mn}^{(\xi)} = \frac{(m+1)\tilde{d}_{mn}^{(\xi)}}{(n+1)\Delta_m^{(\xi)}},\ \xi = x, y \qquad (27)$$

и введем новые неизвестные

$$\tilde{A}_m^{(j)} = A_m^{(j)}(m+1),\ \ j = 1, 2. \qquad (28)$$

Тогда уравнения (18), (19) преобразуются к виду

$$\tilde{A}_m^{(1)} + \sum_{n=0}^{\infty}a_{mn}^{(x)}\tilde{A}_n^{(2)} = \frac{r\delta_{0m}}{\Delta_0^{(x)}},\ m = \overline{0,\infty}, \qquad (29)$$

$$\tilde{A}_m^{(2)} + \sum_{n=0}^{\infty}a_{mn}^{(y)}\tilde{A}_n^{(1)} = a_{m0}^{(y)},\ m = \overline{0,\infty}. \qquad (30)$$

Из (26) и (28) следует, что если последовательности $\tilde{A}_m^{(1)}$ и $\tilde{A}_m^{(2)}$ представляют решение краевой задачи, то они ограничены и сходятся к нулю.

Пусть далее

$$t_m = \left|\frac{\gamma_m^{(x)}(1-e^{-2\gamma_m^{(x)}c})}{\varepsilon_m\Delta_m^{(x)}}\right| \xrightarrow[m\to\infty]{} \frac{1}{|1+\kappa|} = t, \qquad (31)$$

$$\beta_{mn} = \frac{2(m+1)|\gamma_n^{(2)}|}{(n+1)b\left|\left(\frac{n\pi}{c}\right)^2 + \gamma_m^{(x)2}\right|}, \qquad (32)$$

$$\beta_m = \sum_{n\le\alpha_c}\beta_{mn} \xrightarrow[m\to\infty]{} 0, \qquad (33)$$

где $\alpha_c = \dfrac{c\chi_2}{\pi}$. Заметив, что $\gamma_n^{(2)} < \dfrac{n\pi}{c}$ при $n > \alpha_c$, получим

$$\sum_{n=0}^{\infty}\beta_{mn} < \beta_m + \frac{2(m+1)c}{\pi b}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\left|n^2 + \left(\frac{c\gamma_m^{(x)}}{\pi}\right)^2\right|}. \qquad (34)$$

Предположим, что

$$m^2 > \left(\frac{b}{\pi}\right)^2\mathrm{Re}(\chi_3^2). \qquad (35)$$

Тогда

$$\left|n^2 + \left(\frac{c\gamma_m^{(x)}}{\pi}\right)^2\right| \ge n^2 + \left(\frac{c}{\pi}\right)^2\left[\left(\frac{m\pi}{b}\right)^2 - \mathrm{Re}(\chi_3^2)\right] = n^2 + s_m^2 \qquad (36)$$

и

$$\frac{2(m+1)c}{\pi b}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{\left|n^2 + \left(\frac{c\gamma_m^{(x)}}{\pi}\right)^2\right|} \le \frac{2(m+1)c}{\pi b}\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2+s_m^2} \le \frac{(m+1)c}{bs_m} \xrightarrow[m\to\infty]{} 1, \qquad (37)$$

где принято во внимание, что

$$\sum_{n=1}^{\infty}\frac{1}{n^2+s^2} = \frac{\pi}{2s}\left(\mathrm{cth}s\pi - \frac{1}{s\pi}\right)\ [16, \text{с. } 37] \qquad (38)$$

и

$$\mathrm{cth}p - \frac{1}{p} \le 1,\ \ 0 \le p < \infty. \qquad (39)$$

Учитывая (31)–(37), получим оценку

$$\sum_{n=0}^{\infty}|a_{mn}^{(x)}| = t_m\sum_{n=0}^{\infty}\beta_{mn} <$$
$$< t_m\left(\beta_m + \frac{(m+1)c}{bs_m}\right)\xrightarrow[m\to\infty]{} t. \qquad (40)$$

В случаях ПВ и ВМС $t = \frac{1}{2}$, а для ППВ $t < 1-\delta$ $(\delta > 0)$ для любого конечного значения диэлектрической проницаемости ε. Поэтому, исходя из определения предела, можно утверждать, что начиная с некоторого значения m,

$$\sum_{n=0}^{\infty}|a_{mn}^{(x)}| < 1-\vartheta_1,\ \ \vartheta_1 > 0. \qquad (41)$$

Аналогично можно показать, что для достаточно больших m выполняется и условие

$$\sum_{n=0}^{\infty}|a_{mn}^{(y)}| < 1-\vartheta_2,\ \ \vartheta_2 > 0. \qquad (42)$$

Заметим также, что

$$\sum_{n=0}^{\infty}|a_{mn}^{(\xi)}| < +\infty,\ \ \xi = x, y \qquad (43)$$

для всякого m, а правые части уравнений (29), (30) ограничены и стремятся к нулю.

Перенумеруем неизвестные

$$C_{2m-1} = A_{m-1}^{(1)},\ \ C_{2m} = A_{m-1}^{(2)},\ \ m = \overline{1,\infty} \qquad (44)$$

и перепишем в соответствующем порядке уравнения системы (29), (30). Учитывая установленные свойства матричных коэффициентов, можно утверждать, что полученная после этого бесконечная СЛАУ является квазирегулярной [17]. Пусть $M+1$ – номер уравнения этой системы, начиная с которого оба условия (41) и (42) выполняются. Считая C_n, $n = \overline{1,M}$ заданными и отбросив первые M уравнений, получим вполне регулярную СЛАУ по отношению к неизвестным C_{M+n}, $n = \overline{1,\infty}$. Такая система имеет единственное ограниченное решение, которое может быть найдено методом редукции. Выразив из этой системы неизвестные со старшими номерами через первые неизвестные и подставив их в отбрасываемые равенства, мы сведем задачу к решению M уравнений относительно коэффициентов C_n, $n = \overline{1,M}$. Заметим, что если при построении приближения к решению вполне регулярной СЛАУ используется редуцированная система из N уравнений, то это эквивалентно усечению исходной СЛАУ до порядка $M+N$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

На примере нагруженного излома волновода изучены свойства бесконечных СЛАУ, возникающих в результате применения метода произведения областей к исследованию рассеяния волн в волноводных трансформаторах с прямоугольной соединительной полостью и однородными условиями Неймана на проводящих границах. Установлено, что, как и в случае граничных условий Дирихле, этот метод приводит к квазирегулярным системам. Полученные результаты будут полезными при построении обоснованных алгоритмов для расчета технических характеристик волноводных узлов описанного типа.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Шестопалов, В. П.* Резонансное рассеяние волн. Т. 2. Волноводные неоднородности / В. П. Шестопалов, А. А. Кириленко, Л. А. Рудь. – Киев : Наукова думка, 1986. – 216 с.
2. *Widarta, A.* Simple and accurate solutions of scattering coefficients of E-plane junctions in rectangular waveguides / A. Widarta, S. Kuwano and K. Kokubun // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1995. – Vol. 43, Dec. – P. 2716–2718.
3. *Rebollar, J. M.* Fullwave analysis of three and four-port rectangular waveguide junctions / J. M. Rebollar, J. Esteban and J. E. Page // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1994. – Vol. 42, Feb. – P. 256–263.
4. *Esteban, J.* Generalized scattering matrix of generalized two-port discontinuities: application to four-port and nonsymmetric six-port couplers / J. Esteban and J. M. Rebollar // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1991. – Vol. 39, Oct. – P. 1725–1734.
5. *Liang, X.-P.* A rigorous three plane mode-matching technique for characterizing waveguide T-junctions, and its application in multiplexer design / X.-P. Liang, K. A. Zaki and A. E. Atia // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1991. – Vol. 39, Dec. – P. 2138–2147.
6. *Заргано, Г. Ф.* Волноводы сложных сечений / Г. Ф. Заргано, В. П. Ляпин, В. С. Михалевский и др. – М. : Радио и связь, 1986. – 124 с.
7. *Chumachenko, V. P.* Efficient field representation for polygonal region / V. P. Chumachenko // Electronics Letters. – 2001. – Vol. 37, No. 19 – P. 1164–1165.
8. *Chumachenko, V. P.* Accurate analysis of waveguide junctions with rectangular coupling cavity / V. P. Chumachenko, E. Karaçuha and I. V. Petrusenko // Microwave and Optical Technology Letters. – 2001. – Vol. 31, Oct. – P. 305–308.
9. *Чумаченко, Я. В.* К обоснованию численного решения одной задачи рассеяния волн для нагруженного излома прямоугольного волновода / Я. В. Чумаченко, В. П. Чумаченко // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – 2009. – № 2. – С. 32–34.
10. *Чумаченко, Я. В.* Исправления к статье «К обоснованию численного решения одной задачи рассеяния волн для нагруженного излома прямоугольного волновода» / Я. В. Чумаченко, В. П. Чумаченко // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – 2011. – № 1. – С. 14.
11. *Kanellopoulos, V. N.* A complete E-plane analysis of waveguide junctions using the finite element method / V. N. Kanellopoulos and J. P. Webb // IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques. – 1990. – Vol. 38, Mar. – P. 290–295.
12. *Прохода, И. Г.* Расчет Н-плоскостного направленного ответвителя с учетом толщины общей стенки между волноводами / И. Г. Прохода, В. И. Лозяной, В. П. Чумаченко // Изв. вузов. Радиофизика. – 1974. – Т. 17, № 8. – С. 1214–1218.

13. *Yakovlev, A. B.* Analysis of microstrip discontinuities using method of integral equations for overlapping regions / A. B. Yakovlev and A. B. Gnilenko // IEE Proceedings. Microwaves, Antennas and Propagation. – 1997. – Vol. 144, Dec. – P. 449–457.
14. *Хенл, Х.* Теория дифракции / Х. Хенл, А. Мауэ, К. Вестпфаль. – М. : Мир, 1964. – 428 с.
15. *Шестопалов, В. П.* Матричные уравнения типа свертки в теории дифракции / В. П. Шестопалов, А. А. Кириленко, С. А. Масалов.– Киев : Наукова думка, 1984. – 296 с.
16. *Градштейн, И. С.* Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений / И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. – М. : Наука, 1971. – 1108 с.
17. *Канторович, Л. В.* Приближенные методы высшего анализа / Л. В. Канторович, В. И. Крылов. – М.-Л. : Физматгиз, 1962. – 708 с.

Надійшла 04.11.2010

Чумаченко Я. В., Чумаченко В. П.

ПРО НЕСКІНЧЕННІ СИСТЕМИ МЕТОДУ ДОБУТКУ ОБЛАСТЕЙ ДЛЯ ЗАДАЧ РОЗСІЮВАННЯ ХВИЛЬ В ПЛОЩИННИХ ВУЗЛАХ ЗІ З'ЄДНУВАЛЬНОЮ ПОРОЖНИНОЮ ПРЯМОКУТНОЇ ФОРМИ

Вивчаються властивості нескінченних систем лінійних рівнянь, які виникають при використанні методу добутку областей для знаходження характеристик розсіювання площинних хвилевідних трансформаторів з навантаженою з'єднувальною порожниною прямокутної форми. На прикладі задачі про злам хвилеводу показано, що у випадку однорідних умов Неймана на провідних межових поверхнях застосування цього методу приводить до квазірегулярних систем.

Ключові слова: нескінченні системи лінійних рівнянь, метод добутку областей, хвилевідні неоднорідності.

Chumachenko Ya. V., Chumachenko V. P.

ON LINEAR INFINITE SYSTEMS OF DOMAIN-PRODUCT TECHNIQUE FOR WAVE SCATTERING PROBLEMS IN PLANAR WAVEGUIDE JUNCTIONS WITH RECTANGULAR CONNECTING CAVITY

Properties of infinite systems of linear equations that occur when applying the domain-product technique to scattering problems for planar waveguide transformers with a loaded rectangular connecting cavity are studied. By the example of a waveguide bend, it is shown that in case of homogeneous Neumann conditions at conducting boundaries the method results in quasiregular systems.

Key words: linear infinite systems, domain-product technique, waveguide discontinuities.

УДК 537.874.6

Чумаченко Я. В.[1], Чумаченко В. П.[2]

[1]Канд. техн. наук, доцент Запорожского национального технического университета

[2]Д-р физ.-мат. наук, заведующий кафедрой Запорожского национального технического университета

ИСПРАВЛЕНИЯ К СТАТЬЕ «К ОБОСНОВАНИЮ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ОДНОЙ ЗАДАЧИ РАССЕЯНИЯ ВОЛН ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО ИЗЛОМА ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА»

В работе [1] авторы обнаружили ошибку, которая, однако, не повлияла на полученные результаты.

Если k_0 таково, что для $n \le N$ $\gamma_n^{(y)} = i\beta_n$ (β_n – действительная величина), то $\left|e^{-2\gamma_n^{(y)}d} - 1\right| \le 2$ при $n \le N$ и $\left|e^{-2\gamma_n^{(y)}d} - 1\right| \le 1$ при $n > N$. Введем обозначения

$$\alpha = \frac{m^2 c}{d^2 \gamma_m^{(x)}} \sum_{n=1}^{N} \frac{1}{n^2 + \left(\gamma_m^{(x)} \dfrac{c}{\pi}\right)^2} \xrightarrow[m\to\infty]{} 0,$$

$$A = \frac{m^2 c}{d^2 \gamma_m^{(x)}} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2 + \left(\gamma_m^{(x)} \dfrac{c}{\pi}\right)^2}.$$

Тогда в [1] оценка (14) с учетом соотношений (15)–(17) должна иметь вид

$$\sum_{n=1}^{\infty} \left| \frac{\widetilde{d}_{mn}^{(x)}}{\Delta_m^{(x)}} \right| < \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\left|\widetilde{d}_{mn}^{(x)}\right|}{2\gamma_m^{(x)}} \le \alpha + A \le$$

$$\le \alpha + \frac{1}{2} \frac{1}{1 - \left(\dfrac{\chi d}{m\pi}\right)^2} \xrightarrow[m\to\infty]{} \frac{1}{2}.$$

Это означает, что, начиная с некоторого значения m, выполняется неравенство (19). Справедливость неравенства (21) для достаточно больших m устанавливается аналогично. Отсюда следует, что итоговая СЛАУ является квазирегулярной и известным образом может быть сведена к конечной системе после применения метода усечения к уравнениям, для которых выполняются оба условия (19) и (21).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. *Чумаченко, Я. В.* К обоснованию численного решения одной задачи рассеяния волн для нагруженного излома прямоугольного волновода / Я. В. Чумаченко, В. П. Чумаченко // Радіоелектроніка, інформатика, управління. – 2009. – № 2. – С. 32–34.