

УДК 519.24

## ИССЛЕДОВАНИЕ МНОЖЕСТВА ПЛАНОВ МНОГОФАКТОРНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ С МИНИМАЛЬНЫМ ЧИСЛОМ ПЕРЕХОДОВ УРОВНЕЙ ФАКТОРОВ

**Кошевой Н. Д.** – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой авиационных приборов и измерений, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

**Костенко Е. М.** – д-р техн. наук, доцент, доцент кафедры технологий и оборудования перерабатывающих и пищевых производств, Полтавская государственная аграрная академия, Полтава, Украина.

**Павлик А. В.** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры авиационных приборов и измерений, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

**Кошечкина И. И.** – аспирант кафедры авиационных приборов и измерений, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «ХАИ», Харьков, Украина.

**Рожнова Т. Г.** – канд. техн. наук, ст. преподаватель кафедры автоматизации проектирования вычислительной техники, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Харьков, Украина.

### АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** Решена актуальная задача сокращения множества планов многофакторных экспериментов при поиске оптимального по стоимостным затратам.

**Цель работы** – синтез и исследование множества планов эксперимента с минимальным числом переходов уровней факторов.

**Метод.** Применение методов планирования эксперимента позволяет сократить стоимостные и временные затраты при исследовании различных технологических процессов, приборов и систем.

Минимизация количества переходов уровней факторов в плане эксперимента, в свою очередь, приводит к уменьшению стоимости (времени) его реализации. Одним из методов уменьшения количества переходов уровней факторов является применение кода Грея при построении плана эксперимента.

Показано, что планы многофакторных экспериментов, построенные с использованием кода Грея, имеют минимальное количество переходов уровней факторов, но не всегда оптимальны по стоимости (времени) реализации эксперимента.

Для синтеза множества планов эксперимента с минимальным числом переходов уровней факторов при поиске оптимального плана по стоимостным (временным) затратам предложен метод, в основе которого лежит генерация вариантов двоичных кодов, анализ их характеристик и выбор последовательностей, отвечающих заданным требованиям. Формирование типовых планов эксперимента осуществляется по методу, в основе которого лежит генерация вариантов построения планов, определение классов эквивалентности относительно заданной группы  $P$  преобразований и формирование множества типовых представителей для выделенных классов эквивалентности.

**Результаты.** Разработано программное обеспечение, реализующее предложенные методы, которое использовано при построении множества планов экспериментов для количества факторов  $k=3$  с минимальным числом переходов уровней.

**Выводы.** Проведенные эксперименты подтвердили работоспособность предложенных методов и реализующего их программного обеспечения, которое позволяет сократить множество планов эксперимента для поиска оптимального. Научную новизну работы представляют методы, которые позволяют синтезировать множество планов многофакторных экспериментов, сокращающих поиск оптимальных по стоимостным (временным) затратам планов. Практическая значимость результатов работы в том, что разработанное программное обеспечение, реализующее предложенные методы, может найти широкое применение при исследовании технологических процессов, приборов и систем, на которых возможна реализация активного эксперимента.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** методы, оптимальный план эксперимента, множество, программное обеспечение, стоимость.

### НОМЕНКЛАТУРА

$k$  – количество факторов;

$X_i$  –  $i$ -й фактор;

$X_{\min n}$  – множество планов эксперимента с минимальным числом переходов уровней факторов;

$X_{\text{opt nn}}$  – планы, полученные методом полного перебора;

$X_{\text{opt Г}}$  – планы, построенные с использованием кода Грея.

### ВВЕДЕНИЕ

Для повышения эффективности экспериментальных исследований, направленных на построение математических моделей объектов, целесообразно применять методы планирования эксперимента. При этом изменение порядка проведения опытов плана эксперимента существенно влияет на стоимость (время)

реализации эксперимента, так как переход от одного опыта к другому не равнозатрачен.

Характерно, что при стремлении к минимальному количеству переходов уровней факторов будем также приближаться к минимизации стоимости (времени) реализации эксперимента. Минимальное количество переходов уровней факторов имеют планы экспериментов, построенные с применением кода Грея [1]. Однако существует множество планов с минимальным числом переходов уровней факторов, которое необходимо исследовать по критерию стоимости (времени) их реализации.

**Объект исследования:** процессы оптимизации по стоимостным затратам планов многофакторных экспериментов.

**Предмет исследования:** множества планов многофакторных экспериментов с минимальным числом переходов уровней факторов.

**Цель исследования:** синтез и исследование множества планов эксперимента с минимальным числом переходов уровней факторов.

### 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- показать, что планы многофакторных экспериментов  $X_{\text{опт } \Gamma}$ , построенные с использованием кода Грея, имеют минимальное количество переходов уровней факторов, но не всегда оптимальны по стоимостным (временным) затратам на их реализацию;

- разработать программное обеспечение для синтеза множества планов эксперимента  $X_{\text{min } n}$  с минимальным числом переходов уровней факторов;

- для количества факторов  $k=3$  с помощью разработанного программного обеспечения синтезировать и исследовать планы эксперимента  $X_{\text{min } n}$  с минимальным числом переходов уровней факторов;

- показать, что оптимальные планы, полученные методом полного перебора  $X_{\text{опт } m}$  и с применением кода Грея  $X_{\text{опт } \Gamma}$  входят в множество планов  $X_{\text{min } n}$ , т.е.  $X_{\text{опт } m} \in X_{\text{min } n}$ ;  $X_{\text{опт } \Gamma} \in X_{\text{min } n}$ .

### 2 ОБЗОР ЛИТЕРАТУРЫ

Для построения оптимальных планов экспериментов можно применять методы комбинаторной оптимизации [2–18]. Эти методы имеют свои преимущества и недостатки. Существенными недостатками при их применении являются: низкое быстродействие, не всегда находится точное решение, а удается найти решение лишь близкое к оптимальному.

Известны примеры [1] построения методами, основанными на использовании кода Грея, оптимальных по стоимостным (временным) затратам планов многофакторных экспериментов.

Однако планы, синтезированные этими методами, имеют минимальное количество переходов уровней факторов, но не всегда оптимальны по стоимости (времени) реализации эксперимента.

Оптимизацию планов эксперимента по стоимостным (временным) затратам методом полного перебора при современном уровне развития вычислительной техники можно решить только для количества факторов  $k \leq 3$ .

Следовательно возникает проблема сокращения множества планов многофакторного эксперимента с минимальным числом переходов уровней факторов для поиска оптимальных по стоимостным (временным) затратам на его реализацию.

### 3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

В работе [6] для исследования следящей системы приведены исходный план полного факторного эксперимента (табл. 1) и стоимости изменения значений уровней факторов (табл. 2).

Таблица 1 – Исходный и оптимальный планы эксперимента

Исходный план				Полученный методом полного перебора		
Номер опыта	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1$	$X_2$	$X_3$
1	-1	-1	-1	+1	+1	-1
2	+1	-1	-1	+1	+1	+1
3	-1	+1	-1	+1	-1	+1
4	+1	+1	-1	+1	-1	-1
5	-1	-1	+1	-1	-1	-1
6	+1	-1	+1	-1	-1	+1
7	-1	+1	+1	-1	+1	+1
8	+1	+1	+1	-1	+1	-1

Таблица 2 – Стоимости изменения значений уровней факторов

Стоимости изменений значений уровней факторов	Обозначения факторов		
	$X_1$	$X_2$	$X_3$
из «-1» в «+1», усл. ед.	8,0	2,0	1,0
из «+1» в «-1», усл. ед.	4,0	2,4	1,6

Оптимизация исходного плана эксперимента по стоимостным затратам на его реализацию осуществлялась методом полного перебора. При этом стоимость реализации эксперимента по оптимальному плану (см. табл. 1) составляет 13,6 усл. ед.

В данной статье оптимизация плана полного факторного эксперимента для исследования следящей системы осуществлялась методом, основанным на применении кода Грея [1].

Для синтеза множества планов эксперимента с минимальным числом переходов уровней факторов при поиске оптимального по стоимости (времени) реализации плана предложен метод, в основе которого лежит генерация вариантов двоичных кодов, анализ их характеристик и выбор последовательностей, отвечающих заданным требованиям. Формирование типовых планов эксперимента осуществляется по методу, в основе которого лежит генерация вариантов построения планов, определения классов эквивалентности относительно заданной группы  $P$  преобразований и формирование множества типовых представителей для выделенных классов эквивалентности.

### 4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

При оптимизации плана полного факторного эксперимента методом, основанным на применении кода Грея, получен вариант, приведенный в табл. 3.

Стоимость реализации этого плана составляет 17,6 усл. ед. Таким образом, план, полученный методом, основанным на применении кода Грея, оптимальный по числу переходов уровней факторов, но не оптимальный по стоимости реализации эксперимента.

Следовательно, возникает задача синтеза множества планов эксперимента с минимальным числом переходом уровней факторов для поиска оптимального плана по стоимостным (временным) затратам.

Таблица 3 – План эксперимента, полученный методом на основе кода Грея

Номер опыта	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>
1	-1	-1	-1
2	-1	-1	+1
3	-1	+1	+1
4	-1	+1	-1
5	+1	+1	-1
6	+1	+1	+1
7	+1	-1	+1
8	+1	-1	-1

Для решения этой задачи авторами разработана компьютерная программа формирования вариантов кодов с минимальными изменениями [19], в основе которой лежит генерация вариантов двоичных кодов, анализ их характеристик и выбор последовательностей, которые отвечают заданным требованиям.

В программе возможно задание минимального и максимального количества изменений.

Авторами также разработана компьютерная программа формирования типовых планов многофактор-

ного эксперимента [20], в основе работы которой лежит генерация вариантов построения планов, определение классов эквивалентности относительно заданной группы Р преобразований и формирование множества типовых представителей для выделенных классов эквивалентности.

Разработанное программное обеспечение реализовано на языке «TURBO PASCAL», построено по модульному принципу и обеспечивает гибкую адаптацию для решения более широкого класса задач.

Работа с ЭВМ осуществляется в режиме диалога. Просчеты выполнялись на компьютере с процессором Intel Pentium G20 с частотой 2,60 ГГц.

### 5 РЕЗУЛЬТАТЫ

С помощью программы [19] для  $k=3$ , где  $k$  – количество факторов, были построены 144 плана эксперимента (двоичные коды) с минимальным количеством изменений ( $2^k-1$ ). Фрагмент этого множества представлен в табл. 4 и включает также план ( $N_{om}=137$ ), построенный методом на основе кода Грея и план ( $N_{om}=57$ ) полного перебора.

Таблица 4 – Двоичные коды с минимальным количеством изменений ( $2^k-1$ ) для  $k=3$

57	58	59	60	61	62	63	64	65	66	67
+1 +1 -1	+1 +1 -1	-1 +1 -1	+1 +1 -1	+1 +1 -1	+1 +1 -1	-1 +1 -1	-1 -1 -1	+1 +1 -1	+1 +1 -1	+1 +1 -1
+1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 -1	+1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 -1	-1 +1 -1	-1 +1 -1	-1 +1 -1	-1 +1 -1
+1 -1 +1	+1 -1 +1	+1 +1 +1	+1 -1 +1	-1 +1 +1	-1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 -1	-1 +1 +1	-1 +1 +1	-1 -1 -1
+1 -1 -1	+1 -1 -1	+1 -1 +1	-1 -1 +1	-1 -1 +1	-1 -1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 -1	+1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 +1
-1 -1 -1	-1 -1 -1	+1 -1 -1	-1 +1 +1	+1 -1 +1	-1 -1 -1	-1 -1 +1	-1 +1 +1	+1 -1 +1	+1 -1 +1	-1 +1 +1
-1 -1 +1	-1 -1 +1	-1 -1 -1	-1 +1 -1	+1 -1 -1	-1 -1 +1	+1 -1 +1	-1 -1 +1	+1 -1 +1	-1 -1 +1	+1 +1 +1
-1 +1 +1	-1 +1 +1	-1 -1 +1	-1 -1 -1	+1 -1 -1	+1 -1 -1	+1 -1 +1	+1 -1 +1	+1 -1 +1	-1 -1 -1	+1 -1 +1
-1 +1 -1	-1 +1 -1	-1 +1 +1	+1 -1 -1	-1 +1 -1	+1 -1 -1	-1 -1 -1	+1 -1 -1	-1 -1 +1	+1 -1 +1	+1 -1 -1
68	69	70	71	72	73	74	75	76	77	78
-1 -1 -1	-1 -1 +1	-1 +1 +1	-1 +1 +1	-1 +1 +1	-1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 +1
-1 -1 +1	-1 +1 +1	-1 -1 +1	-1 +1 -1	-1 +1 -1	+1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 -1	+1 +1 -1	+1 +1 -1	+1 +1 -1
-1 +1 +1	-1 +1 +1	-1 -1 -1	+1 +1 -1	+1 +1 -1	+1 +1 -1	+1 +1 -1	+1 -1 -1	+1 -1 -1	+1 -1 -1	+1 -1 -1
-1 +1 -1	+1 +1 -1	-1 +1 -1	+1 +1 +1	+1 +1 +1	-1 +1 -1	-1 +1 +1	+1 -1 +1	+1 -1 +1	+1 -1 +1	-1 -1 -1
+1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 -1	+1 -1 +1	+1 -1 +1	-1 -1 -1	-1 -1 +1	-1 -1 +1	-1 -1 +1	+1 -1 +1	-1 +1 -1
+1 +1 -1	+1 -1 +1	+1 +1 +1	-1 -1 +1	+1 -1 -1	-1 -1 +1	+1 -1 +1	-1 +1 +1	-1 +1 +1	-1 -1 +1	-1 +1 +1
+1 -1 +1	+1 -1 +1	+1 +1 +1	-1 -1 -1	-1 -1 -1	+1 -1 +1	+1 -1 +1	+1 -1 -1	-1 +1 -1	-1 +1 -1	-1 -1 +1
+1 -1 -1	-1 -1 -1	+1 -1 -1	+1 -1 -1	-1 -1 +1	+1 -1 -1	-1 -1 -1	-1 -1 -1	-1 +1 +1	-1 +1 +1	+1 -1 +1
79	80	81	82	83	84	120	121	122	123	124
+1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 +1	-1 +1 +1	-1 -1 +1	-1 -1 -1	+1 -1 +1	-1 -1 +1	+1 -1 +1	+1 -1 +1
+1 +1 -1	+1 +1 +1	-1 +1 +1	-1 +1 +1	+1 +1 +1	-1 +1 +1	-1 -1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 +1
-1 +1 -1	-1 -1 +1	-1 +1 -1	-1 +1 -1	+1 +1 -1	+1 +1 +1	+1 -1 +1	+1 +1 -1	+1 +1 +1	+1 +1 -1	+1 +1 -1
-1 +1 +1	-1 -1 -1	+1 +1 -1	+1 +1 -1	+1 -1 +1	+1 -1 +1	+1 +1 -1	-1 +1 -1	+1 +1 -1	+1 -1 -1	+1 -1 -1
-1 -1 +1	-1 +1 -1	+1 -1 -1	+1 -1 -1	+1 -1 +1	-1 +1 +1	-1 +1 +1	-1 +1 +1	-1 +1 +1	-1 -1 -1	-1 -1 +1
-1 -1 -1	+1 +1 -1	-1 -1 -1	-1 -1 +1	-1 -1 +1	-1 -1 +1	+1 -1 -1	+1 -1 -1	-1 -1 -1	-1 +1 -1	-1 +1 +1
+1 -1 -1	+1 -1 -1	-1 -1 +1	-1 -1 +1	-1 -1 +1	-1 -1 -1	+1 -1 -1	+1 -1 -1	-1 +1 -1	-1 +1 +1	-1 +1 +1
+1 -1 +1	+1 -1 +1	+1 -1 +1	-1 -1 -1	-1 -1 -1	+1 -1 +1	+1 -1 +1	+1 -1 -1	-1 +1 -1	-1 +1 -1	-1 +1 -1
125	126	127	128	129	130	131	132	133	134	135
+1 -1 +1	-1 -1 +1	-1 -1 +1	+1 -1 +1	+1 -1 -1	-1 -1 -1	+1 -1 -1	+1 -1 -1	-1 -1 +1	-1 -1 +1	+1 -1 -1
+1 +1 +1	+1 -1 +1	+1 -1 +1	+1 -1 -1	+1 -1 +1	+1 -1 -1	+1 -1 +1	-1 -1 -1	-1 -1 -1	-1 -1 -1	-1 -1 -1
-1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 -1 -1	-1 -1 -1	+1 +1 +1	+1 -1 +1	+1 +1 +1	-1 -1 +1	+1 -1 -1	+1 -1 -1	-1 -1 +1
-1 -1 +1	-1 +1 +1	-1 -1 -1	-1 -1 +1	+1 +1 -1	+1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 -1 +1	+1 -1 +1	+1 -1 +1	+1 -1 +1
-1 -1 -1	-1 +1 -1	-1 +1 -1	-1 +1 +1	-1 +1 -1	+1 +1 -1	+1 +1 -1	+1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 +1
+1 -1 -1	-1 -1 -1	-1 +1 +1	+1 +1 +1	-1 +1 +1	-1 +1 -1	-1 -1 -1	+1 +1 -1	+1 +1 -1	-1 +1 +1	-1 +1 +1
+1 +1 -1	+1 -1 -1	+1 +1 +1	+1 +1 -1	-1 -1 +1	-1 -1 +1	-1 -1 +1	-1 +1 -1	-1 +1 -1	-1 +1 -1	-1 +1 -1
-1 +1 -1	+1 +1 -1	+1 +1 -1	-1 +1 -1	-1 -1 -1	-1 -1 +1	-1 -1 +1	+1 +1 +1	-1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 -1
136	137	138	139	140	141	142	143	144		
+1 -1 -1	-1 -1 -1	+1 -1 -1	+1 -1 -1	-1 +1 -1	+1 -1 -1	-1 +1 +1	-1 -1 +1	-1 +1 -1		
+1 -1 +1	+1 -1 -1	+1 -1 +1	+1 -1 +1	-1 -1 -1	-1 -1 -1	-1 -1 -1	-1 +1 +1	-1 +1 +1		
+1 +1 +1	+1 -1 +1	-1 -1 +1	-1 -1 +1	-1 -1 -1	-1 +1 -1	-1 +1 -1	-1 -1 -1	-1 -1 -1		
-1 +1 +1	-1 -1 +1	-1 +1 +1	-1 -1 -1	+1 -1 +1	-1 +1 +1	+1 -1 -1	-1 -1 -1	-1 -1 -1		
-1 -1 +1	-1 +1 +1	+1 +1 +1	-1 +1 -1	-1 -1 +1	-1 -1 +1	+1 -1 +1	+1 -1 +1	+1 -1 +1		
-1 -1 -1	+1 +1 +1	+1 +1 -1	-1 +1 +1	-1 +1 +1	-1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 +1		
-1 +1 -1	+1 +1 -1	+1 +1 -1	+1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 +1	+1 +1 -1	+1 +1 -1	+1 +1 -1		
+1 +1 -1	-1 +1 -1	-1 -1 -1	+1 +1 -1	+1 +1 -1	+1 +1 -1	-1 +1 -1	+1 +1 -1	+1 +1 -1		

При использовании метода полного перебора для этого случая анализируется 40320 вариантов.

Программа [19] для  $k = 3$  позволила построить базу данных типовых кодов с минимальными изменениями (табл. 5), в которую также вошли планы эксперимента, полученные методами на основе кода Грея (№3) и полного перебора (№ 20).

### 6 ОБСУЖДЕНИЕ

При синтезе планов для исследования следящей системы показано, что планы многофакторного эксперимента, построенные с использованием кода Грея, имеют минимальное количество переходов уровней факторов, но не всегда оптимальны по стоимости реализации эксперимента.

Таблица 5 – Множество типовых представителей планов с минимальными изменениями

№	Номер опыта								№	Номер опыта							
	1	2	3	4	5	6	7	8		1	2	3	4	5	6	7	8
1	-1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	2	-1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1
	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1		-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1
	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	+1		+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1
3	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	4	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1
	-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1		-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1
	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1		+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1
5	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	6	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	+1
	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1		+1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1
	+1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1		+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1
7	-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	8	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1
	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1		+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1
	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1		+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1
9	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	10	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1
	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1		+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1
	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1		-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1
11	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	12	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1
	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1		+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1		+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
13	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	14	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1
	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1		-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1
	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1		+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1
15	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	16	-1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1
	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	+1		-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1	+1
	+1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1		+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1
17	-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	18	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1
	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1		-1	-1	-1	+1	+1	+1	+1	-1
	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1		-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1
19	-1	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	20	-1	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1
	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1		+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1
	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1		+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1
21	-1	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	22	+1	+1	-1	-1	-1	+1	+1	-1
	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1		+1	-1	-1	+1	+1	+1	-1	-1
	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1		+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1
23	+1	+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	24	+1	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1
	+1	-1	-1	+1	+1	-1	-1	+1		+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1	+1
	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1	+1		+1	+1	+1	-1	-1	-1	-1	+1

В результате анализа множеств планов эксперимента (см. табл. 4 и 5), полученных с помощью разработанного программного обеспечения, видно, что существенно сокращается множество планов эксперимента для поиска оптимального по стоимостным (временным) затратам, поскольку полученная база данных (см. табл. 5) включает всего 24 плана, а при использовании метода полного перебора анализируется 40320 вариантов.

### ВЫВОДЫ

1. В работе решена актуальная проблема по сокращению множества планов эксперимента для поиска оптимального по стоимостным (временным) затратам.

2. Показано, что методы синтеза планов многофакторных экспериментов, основанные на применении кода Грея, не всегда дают оптимальный по стоимости (времени) реализации план.

3. Разработаны компьютерные программы, которые формируют базы данных и значительно сокращают множество планов эксперимента для поиска оптимального по стоимостным (временным) затратам на его реализацию. Для  $k = 3$  множество включает 24 плана эксперимента вместо 40320 вариантов при полном переборе.

#### 4. Научная новизна работы:

– впервые предложен метод синтеза множества планов эксперимента с минимальным числом переходов уровней факторов, в основе которого лежит генерация вариантов двоичных кодов, анализ их характеристик и выбор последовательностей, отвечающих заданным требованиям, позволяющий сократить множество для поиска оптимальных по стоимостным (временным) затратам планов эксперимента;

– впервые предложен метод формирования типовых планов эксперимента, в основе которого лежит генерация вариантов построения планов, определения классов эквивалентности относительно заданной группы  $P$  преобразований и формирование множества типовых представителей для выделенных классов эквивалентности, позволяющий значительно сократить множество для поиска оптимальных по стоимостным (временным) затратам планов эксперимента.

5. **Практическая** значимость результатов работы в том, что разработанное программное обеспечение, реализующее предложенные методы, может найти широкое применение при исследовании технологических процессов, приборов и систем, на которых возможна реализация активного эксперимента, например, аппаратно-программный комплекс экспериментальной отработки процессов [21].

6. **Перспективы дальнейших исследований** состоят в применении разработанного программного обеспечения для исследования трехуровневых планов и композиционных планов второго порядка.

### ЛИТЕРАТУРА/ЛІТЕРАТУРА

1. Кошевой Н. Д. Применение методов оптимизации, основанных на коде Грея, при исследовании технологических процессов и приборов / Н. Д. Кошевой, И. И. Кошечая, Е. М. Костенко // Вісник Херсонського національного технічного університету. – 2018. – № 3, Том 2. – С. 241–245.
2. Hoskins D. S. Combinatorics and Statistical Inferencing / D. S. Hoskins // Applied Optimal Designs. – 2007. – № 4. – P. 147–179.
3. Morgan J. P. Association Schemes: Designed Experiments, Algebra and Combinatorics / J. P. Morgan // Journal of the American Statistical Association. – 2005. – Vol. 100. – № 471. – P. 1092–1093.
4. Bailey R. A. Combinatorics of optimal designs / R. A. Bailey, P. G. Cameron // Surveys in Combinatorics. – 2009. – V. 365. – P. 19–73.
5. Карпенко А. П. Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой: учебное пособие / А. П. Карпенко. – М.: изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2014. – 446 с.
6. Кошевой Н. Д. Оптимальное по стоимостным и временным затратам планирование эксперимента / Н. Д. Кошевой, Е. М. Костенко. – Полтава: издатель Шевченко Р. В., 2013. – 317 с.
7. Montgomery D. C. Design and Analysis of Experiments / D. C. Montgomery. – 9th ed. – Wiley, 2017. – 629 p.
8. Bartos B. J. Design and analysis of time series experiments / B. J. Bartos, R. Mc Cleary, D. Mc Dowall. – Oxford: Oxford University Press, 2017. – 393 p.
9. Berger P. D. Experimental Design with Applications in Management, Engineering and the Sciences / P. D. Berger, R. E. Maurer. – Celli New York: Springer, 2018. – 640 p.
10. Rodrigues M. I. Experimental Design and Process Optimization / M. I. Rodrigues, A. F. Iemma. – N.-Y.: CRC Press, 2016. – 336 p.
11. Wu C. F. J. Experiments: Planning, Analysis, and Optimization / C. F. J. Wu., M. S. Hamada. – Wiley, 2015. – 743 p.
12. Кошевой Н. Д. Применение алгоритма оптимизации роом частиц для минимизации стоимости проведения многофакторного эксперимента / Н. Д. Кошевой, А. А. Беляева // Радиоелектроника, информатика, управление. – 2018. – № 1. – С. 41–49. DOI: 10.15588/1607-3274-2018-1-5.
13. Кошевой Н. Д. Сравнительный анализ методов оптимизации при исследовании весоизмерительной системы и терморегулятора / Н. Д. Кошевой, А. А. Беляева // Радиоелектроника, информатика, управление. – 2018. – № 4. – С. 179–187. DOI: 10.15588/1607-3274-2018-4-17.
14. Гальченко В. Я. Застосування нейрокомп'ютеринга на етапі побудови метамоделей в процесі оптимального сурогатного синтезу антен / В. Я. Гальченко, П. В. Третьяковська, В. В. Тучков // Visnyk NTUU KPI: Seriya Radiotekhnika Radioaparatabuduvannia. – 2018. – Issue 74. – P. 60–72. DOI: 10.20535/RADAP.2018.74.60-72.
15. Yakovlev S. Convex extensions in combinatorial optimization and their applications / S. Yakovlev // Springer Optimization and its Applications. – Springer, New York, 2017. – Vol. 130. – P. 567–584.
16. Yakovlev S. V. Properties of combinatorial optimization problems over polyhedral-spherical sets / S. V. Yakovlev, O. S. Pichugina // Cybernetics and Systems Analysis. – 2018. – No. 1, Vol. 54. – P. 99–109.
17. Ugryumov M. L. Network-characteristic calculation method of spatial boundary layer on bounding surface of interblade channel of turboset / M. L. Ugryumov, V. A. Men'shikov, V. V. Belik // Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenij. Aviatcionnaya Tekhnika. – 1992. – №1. – P. 38–41.
18. Stochastic optimization models and method in the turbomachines system improvement problem / [M. L. Ugryumov, V. E. Afanasjevskaja, A. A. Tronchuk, A. V. Myenyaylov] // ASME-

- JSME-KSME 2011 Joint Fluids Engineering Conference, АЖК. – 2011. – № 1 (PARTS A, B, C, D). – P. 755–761.
19. Комп'ютерна програма «Програма формування варіантів кодів з мінімальними змінами» / [М. Д. Кошовий, І. І. Кошова, В. А. Дергачов и др.]: свід. про реєстр. автор. права на твір №74877. – Зареєстр. в Міністерстві економічного розвитку і торгівлі України 21.11.2017 р.
20. Комп'ютерна програма «Програма формування типових планів багатофакторного експерименту» / [М. Д. Кошовий, І. І. Кошова, В. А. Дергачов и др.]: свід. про реєстр. автор. права на твір №74881. – Зареєстр. в Міністерстві економічного розвитку і торгівлі України 21.11.2017р.
21. Фирсов С. Н. Аппаратно-програмный комплекс экспериментальной отработки процессов управления, диагностирования и парирования отказов малых космических аппаратов / С. Н. Фирсов, О. В. Резникова // Приборы и системы. Управление, контроль, диагностика. – 2014. – № 6. – С. 60–69. eLIBRARY ID: 22776434.

Статья поступила в редакцию 25.01.2019.  
После доработки 07.03.2019.

УДК 519.24

## ДОСЛІДЖЕННЯ МНОЖИНИ ПЛАНІВ БАГАТОФАКТОРНИХ ЕКСПЕРИМЕНТІВ З МІНІМАЛЬНИМ ЧИСЛОМ ПЕРЕХОДІВ РІВНІВ ФАКТОРІВ

**Кошовий М. Д.** – д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри авіаційних приладів і вимірювань, Національний аерокосмічний університет ім. М. Е. Жуковського «ХАІ», Харків, Україна.

**Костенко О. М.** – д-р техн. наук, доцент, доцент кафедри технологій та обладнання переробних та харчових виробництв, Полтавська державна аграрна академія, Полтава, Україна.

**Павлик Г. В.** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри авіаційних приладів і вимірювань, Національний аерокосмічний університет ім. М. Е. Жуковського «ХАІ», Харків, Україна.

**Кошова І. І.** – аспірант кафедри авіаційних приладів і вимірювань, Національний аерокосмічний університет ім. М. Е. Жуковського «ХАІ», Харків, Україна.

**Рожнова Т. Г.** – канд. техн. наук, ст. викладач кафедри автоматизації проектування обчислювальної техніки Харківського національного університету радіоелектроніки, Харків, Україна.

### АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** Вирішено актуальну задачу скорочення множини планів багатофакторних експериментів для пошуку оптимального за вартісними витратами.

**Мета роботи** – синтез та дослідження множини планів експерименту з мінімальним числом переходів рівнів факторів.

**Методи.** Застосування методів планування експерименту дозволяє зменшити вартісні та часові витрати при дослідженні різних технологічних процесів, приладів і систем.

Мінімізація кількості переходів рівнів факторів у плані експерименту, в свою чергу, призводить до зменшення вартості (часу) його реалізації. Одним із методів зменшення кількості переходів рівнів факторів є застосування коду Грея для побудови плану експерименту.

Підтверджується, що плани багатофакторних експериментів, побудовані з використанням коду Грея, мають мінімальну кількість переходів рівнів факторів, але не завжди оптимальні за вартістю (часом) реалізації експерименту.

Для синтезу множини планів експерименту з мінімальним числом переходів рівнів факторів для пошуку оптимального плану за вартісними (часовими) витратами запропоновано метод, в основі якого лежить генерація варіантів двійкових кодів, аналіз їх характеристик та вибір послідовностей, що відповідають заданим вимогам. Формування типових планів експерименту виконується по методу, в основі якого лежить генерація варіантів побудови планів, визначення класів еквівалентності відносно заданої групи  $P$  перетворень та формування множини типових представників для виділених класів еквівалентності.

**Результати.** Розроблено програмне забезпечення, що реалізує запропоновані методи, яке використовується для побудови множини планів експериментів для кількості факторів  $k=3$  з мінімальним числом переходів рівнів.

**Висновки.** Проведені експерименти підтвердили працездатність запропонованих методів та реалізуючого їх програмного забезпечення, які дозволяють скоротити множини планів експерименту для пошуку оптимального. Наукову новизну роботи становлять методи, які дозволяють синтезувати множини планів багатофакторних експериментів, що скорочують пошук оптимальних за вартісними (часовими) витратами планів. Практична значимість результатів роботи в тому, що розроблене програмне забезпечення, яке реалізує запропоновані методи, може знайти широке застосування для дослідження технологічних процесів, приладів та систем, на яких можлива реалізація активного експерименту.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** методи, оптимальний план експерименту, множина, програмне забезпечення, вартість.

UDC 519.24

## RESEARCH OF MULTIPLE PLANS IN MULTI-FACTOR EXPERIMENTS WITH A MINIMUM NUMBER OF TRANSITIONS OF LEVELS OF FACTORS

**Koshevoy N. D.** – Dr. Sc., Professor, Head of Department, Department of aircraft instrumentation and measurements, National Aerospace University named after M. E. Zhukovskoho “HAI”, Kharkov, Ukraine.

**Kostenko E. M.** – Dr. Sc., Associate Professor, Department of Technology and Equipment for Processing and Food Production, Poltava State Agrarian Academy, Poltava, Ukraine.

**Pavlyk A. V.** – Dr. Sc., Assistant of Professor, Department of Aircraft Instrumentation and measurements, National Aerospace University named after M. E. Zhukovskoho “HAI”, Kharkov, Ukraine.

**Koshevaya I. I.** – Postgraduate student Department of aircraft instrumentation and measurements, National Aerospace University named after M. E. Zhukovskoho “HAI”, Kharkov, Ukraine.

**Rozhnova T. G.** – PhD, Assistant of Professor, Design Automation Department, Kharkov National University of Radio Electronics, Kharkov, Ukraine.

## ABSTRACT

**Contex.** The actual problem of reducing the set of plans for multivariate experiments in searching for the best in price costs has been solved.

**Objective** is the synthesis and study of a variety of experimental plans with a minimum number of transitions of factor levels.

**Methods.** The use of experimental design methods allows reducing the price and time costs in the study of various technological processes, devices and systems.

Minimizing the number of transitions of levels of factors in terms of the experiment, in turn, leads to a decrease in the cost (time) of its implementation. One of the methods for reducing the number of transitions of levels of factors is the use of the Gray code when constructing a plan of an experiment.

It is shown that multi-factor experiments plans constructed using the Gray code have a minimum number of transitions of factor levels, but are not always optimal in terms of the cost (time) of the experiment.

For the synthesis of many experimental plans with a minimum number of transitions of levels of factors in searching for the optimal plan for cost (time) costs, a method based on the generation of binary code variants is proposed. Analysis of their characteristics and the choice of sequences that meet specified requirements were conducted. The formation of test plans for an experiment is carried out according to the method based on the generation of variants for constructing plans, determining equivalence classes with respect to a given group  $P$  of transformations and forming a set of typical representatives for the selected equivalence classes.

**Results.** Software that implements the proposed methods, which is used in the construction of a set of experimental plans for the number of factors  $K = 3$  with the minimum number of level transitions was developed.

**Conclusions.** The experiments, which were carried out, confirmed the efficiency of the proposed methods and the software implementing them makes it possible to reduce the set of experiment plans for finding the optimal one. The scientific originality of the research is presented by the methods which allow to synthesize many plans of multifactor experiments to reduce the search for optimal plans in price (time) cost. The practical significance of the research results is in the developed software which implements the proposed methods. It can be widely used in the study of technological processes, devices and systems, on which the implementation of an active experiment is possible.

**KEYWORDS:** methods, optimal experiment plan, set, software, cost.

## REFERENCES

1. Koshevoj N. D., Koshevaja I. I., Kostenko E. M. Primenenie metodov optimizacii, osnovannyh na kode Greja, pri issledovanii tehnologicheskikh processov i priborov, *Visnik Herson's'kogo nacional'nogo tehnicnogo universitetu*, 2018, No. 3, Tom 2, pp. 241–245.
2. Hoskins D. S. Combinatorics and Statistical Inferecing. Applied Optimal Designs, vol.4, 2007, pp.147-179.
3. Morgan J. P. Association Schemes: Designed Experiments, Algebra and Combinatorics. *Journal of the American Statistical Association*, 2005, Vol. 100, No. 471, pp. 1092–1093.
4. Bailey R. A., Cameron P. G. Combinatorics of optimal designs. *Surveys in Combinatorics*, Vol. 365, 2009, pp. 19–73.
5. Karpenko A. P. Sovremennye algoritmy poiskovoj optimizacii. Algoritmy, vdohnovlennye prirodoj: uchebnoe posobie. Moscow, izd-vo MGTU im. N. Je Baumana, 2014, 446 p.
6. Koshevoj N. D., Kostenko E. M. Optimal'noe po stoimostnym i vremennym zatratam planirovanie jeksperimenta. Poltava, izdatel' Shevchenko R. V., 2013, 317 p.
7. Montgomery D. C. Design and Analysis of Experiments, 9th ed. Wiley, 2017, 629 p.
8. Bartos B. J. Cleary R. Mc., Dowall D. Mc. Design and analysis of time series experiments. Oxford, Oxford University Press, 2017, 393 p.
9. Berger P. D., Maurer R. E. Experimental Design with Applications in Management, Engineering and the Sciences. Celli New York, Springer, 2018, 640 p.
10. Rodrigues M. I., Iemma A. F. Experimental Design and Process Optimization. N.-Y., CRC Press, 2016, 336 p.
11. Wu C. F. J., Hamada M. S. Experiments: Planning, Analysis, and Optimization. Wiley, 2015, 743 p.
12. Koshevoj N. D., Beljaeva A. A. Primenenie algoritma optimizacii roem chastic dlja minimizacii stoimosti provedenija mnogofaktornogo jeksperimenta, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2018, No. 1, pp. 41–49. DOI 10.15588/1607-3274-2018-1-5.
13. Koshevoj N. D., Beljaeva A. A. Sravnitel'nyj analiz metodov optimizacii pri issledovanii vesoizmeritel'noj sistemy i termoreguljatora, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2018, №4, pp. 179–187. DOI: 10.15588/1607-3274-2018-4-17. DOI:
14. Gal'chenko V. Ja., Trembovec'ka R. V., Tuchkov V. V. Zastovuvannja nejrokompi'jutinga na etapi pobudovi metamodelej v procesi optimal'nogo surogatnogo sintezu anten, *Visnyk NTUU KPI: Serija Radiotekhnika Radioaparotobuduvannia*, 2018, Issue 74, pp. 60–72. DOI: 10.20535/RADAP.2018.74.60-72.
15. Yakovlev S. Convex extensions in combinatorial optimization and their applications, *Springer Optimization and its Applications*. New York, Springer, 2017, Vol. 130, pp. 567–584.
16. Yakovlev S. V., Pichugina O. S. Properties of combinatorial optimization problems over polyhedral-spherical sets, *Cybernetics and Systems Analysis*, 2018, No. 1, Vol. 54, pp. 99–109.
17. Ugryumov M. L., Men'shikov V. A., Belik V. V. Network-characteristic calculation method of spatial boundary layer on bounding surface of interblade channel of turboset, *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenij. Aviatcionnaya Tekhnika*, 1992, No. 1, pp. 38–41.
18. Ugryumov M. L., Afanasjevskaja V. E., Tronchuk A. A., Myenyaylov A. V. Stochastic optimization models and method in the turbomachines system improvement problem, *ASME-JSME-KSME 2011 Joint Fluids Engineering Conference, AJK*, 2011, No. 1 (PARTS A, B, C, D), pp. 755–761.
19. Koshovyj M. D., Koshova I. I., Dergachov V. A., Pavlyk G. V., Kostenko O. M. Komp'yuterna programa "Programa formuvannya variantiv kodiv z minimal'ny'my' zminamy", svid. pro reyestr. avtor. prava na tvir №74877, Zareyestr. v Ministerstvi ekonomichnogo rozvytku i torgivli Ukrainy' 21.11.2017r.
20. Koshovyj M. D., Koshova I. I., Dergachov V. A., Pavlyk G. V., Kostenko O. M. Komp'yuterna programa «Programa formuvannya ty'povy'x planiv bagatofaktornogo eksperty'mentu», svid. pro reyestr. avtor. prava na tvir №74881. Zareyestr. v Ministerstvi ekonomichnogo rozvytku i torgivli Ukrainy' 21.11.2017r.
21. Firsov S. N., Reznikova O. V. Apparato-programmnyj kompleks jeksperimental'noj otrabotki processov upravlenija, diagnostirovanija i parirovanija otkazov malyh kosmicheskikh apparatov, *Pribory i sistemy. Upravlenie, kontrol', diagnostika*, 2014, No. 6, pp. 60–69. eLIBRARY ID: 22776434.