ТЕОРІЯ І МЕТОДИ АВТОМАТИЧНОГО УПРАВЛІННЯ

ТЕОРИЯ И МЕТОДЫ АВТОМАТИЧЕСКОГО УПРАВЛЕНИЯ

THEORY AND METHODS OF AUTOMATIC CONTROL

УДК 681.511.4

Е. М. Потапенко, А. Е. Казурова

ВЫСОКОТОЧНОЕ УПРАВЛЕНИЕ НЕОПРЕДЕЛЕННЫМИ МНОГОСВЯЗНЫМИ ОБЪЕКТАМИ

Часть 2. Пример. Управление роботом

С помощью метода, разработанного в первой части работы [1], синтезируется закон управления перемещением неизвестного груза двухзвенным роботом с неточно известными характеристиками исполнительных органов. В качестве измерителей используются только датчики углов поворота звеньев робота. Компьютерное моделирование подтвердило робастность и высокую точность рассматриваемого управления.

ВВЕДЕНИЕ

Самым радикальным методом обеспечения высокой точности, вплоть до инвариантности, является комбинированное управление. Для формирования комбинированного управления необходимо знание возмущений, действующих на СУ. С этой целью в модели СУ выделяется номинальная модель с известными параметрами, а все неидеальности объединяются в вектор неопределенности (ВН). Для простоты синтеза и анализа СУ номинальная модель задается стационарной (с постоянными параметрами). Очевидно, что ВН может нелинейно зависеть как от времени, так и от координат вектора состояния. В том случае, когда ВН – кусочно непрерывная функция своих аргументов, на коротких интервалах времени его можно считать постоянным или параболически (с неизвестными параметрами) зависящим от времени. В случае выполнения условий полной восстанавливаемости для преобразованной системы можно построить наблюдатель, оценивающий как вектор состояния системы, так и ВН. Полученная информация позволяет организовать комбинированное управление, состоящее из двух составляющих: 1) компенсирующей ВН и 2) формирующей заданное качество переходных процессов. Напомним суть метода управления, изложенного в первой части данной работы [1].

Пусть объект управления с датчиками описан уравнениями

$$M(x, t)\ddot{x} + R(x, \dot{x}, t)\dot{x} + k(x, t) = Bu + B'h(t),$$

$$R = R_1 + R_2, \; y = Cx + Hf,$$

где $(x^T, \dot{x}^T)^T$, u, y, h – векторы состояния $\in R^{2n}$, управления $\in R^m$, измерения $\in R^r$ и внешних воздействий $\in R^m$; k – вектор потенциальных сил; M, R_1, R_2 – матрицы инерции, диссипативных, кориолисовых и центробежных сил. В соответствии с вышеизложенным, номинальная модель принимается в виде

$$M_0\ddot{x} + R_0\dot{x} + K_0x = B_0u + Gf,$$

$$f = f(x, \dot{x}, \ddot{x}, u, t), \quad y = Cx + Hf,$$

где $M_0 = M_0^T > 0$, $M_0M_0^{-1} = E$ и все матрицы являются известными и постоянными; вектор $f \in R^{\alpha}$ – вектор неопределенности, составленный из возмущений, действующих на номинальный объект, и погрешностей датчиков. Будет полагаться, что f – ограниченная кусочно дифференцируемая по каждому аргументу вектор – функция. За счет вектора f матрицы M_0, R_0 и K_0 можно формировать произвольным образом вплоть до того, что сделать матрицу M_0 диагональной, а матрицы R_0 и K_0 – вообще нулевыми. В этом случае будет осуществлена декомпозиция всей системы на отдельные уравнения, связанные между собой только через вектор неопределенности. Как показано в первой части данной работы, для системы (4), (5) можно синтезировать децентрализованное робастное комбинированное управление.

В качестве иллюстрации возможностей изложенного в первой части метода управления [1] рассмотрим один из самых сложных объектов управления – робот.

Цель второй части статьи – синтез и анализ законов управления двухзвенным неопределенным роботом методом, предложенным в первой части.

1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

На рис. 1 схематично изображен двухзвенный робот, предназначенный для перемещения груза вдоль горизонтальной оси Ox.

На рисунке приняты следующие обозначения: α_1 – угол отклонения звена 1 от оси Ox; α_2 – угол отклонения звена 2 от продольной оси звена 1 (положительные отклонения – против часовой стрелки); l_1, l_2 – длины соответствующих звеньев; l_{21}, l_{22} – расстояния от центра масс второго звена с грузом до концов звена; g_1, g_2 – гравитационные силы, действующие на соответствующие звенья.

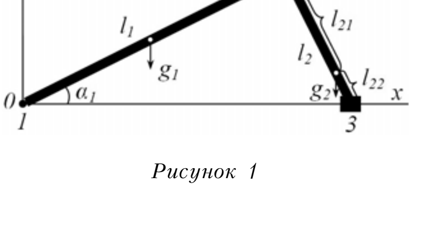

Рисунок 1

Приняты следующие параметры робота:

$l_1 = 2$ м, $l_2 = 1$ м;

масса первого звена (m_1) 28 кг, масса второго звена 14 кг;

момент инерции первого звена относительно шарнира 1 (I_1) 28 кг $\cdot$ м^2;

масса второго звена с грузом (m_2) меняется в диапазоне от 14 до 44 кг (систему «второе звено – груз» для краткости в дальнейшем будем называть «вторым звеном»);

момент инерции второго звена относительно его центра масс (I_2) может меняться в диапазоне 0,875…2,875 кг $\cdot$ м^2.

Точные значения переменных параметров неизвестны. Следует подчеркнуть, что для рассматриваемого метода управления нет необходимости в знании точных параметров робота. В связи с этим, будем полагать

$$I_1 = I_{01}, \quad I_2 = I_{02} + I_{\delta 2}, \tag{1}$$

здесь I_{01}, I_{02} – номинальные значения, $I_{\delta 2}$ – неизвестные погрешности. При выборе параметров системы управления принималось $I_2 = I_{02} = 1{,}875$ кг $\cdot$ м^2, при моделировании – $I_2 = 0{,}875\ldots2{,}875$ кг $\cdot$ м^2, $m_2 = m_2 = 14\ldots44$ кг.

Задача. В соответствии с первой частью работы построить компенсатор, обеспечивающий перемещение между двумя точками груза 3 по оси Ox с заданной скоростью при измерении только углов поворота в шарнирах (без измерения координат x и y).

2 КИНЕМАТИКА РОБОТА

При перемещении груза вдоль оси Ox выполняются следующие кинематические соотношения:

$$x = l_1\cos(\alpha_1) + l_2\cos(\alpha_1 + \alpha_2), \tag{2}$$

$$y \equiv 0 \equiv l_1\sin(\alpha_1) + l_2\sin(\alpha_1 + \alpha_2). \tag{3}$$

Из уравнения (3)

$$\sin(\alpha_1) = -\frac{l_2}{l_1}\sin(\alpha_1 + \alpha_2). \tag{4}$$

Возведя левую и правую части уравнения (4) в квадрат и перейдя от квадратов синусов к квадратам косинусов, получим

$$\cos^2(\alpha_1) = 1 - \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2 + \left(\frac{l_2}{l_1}\right)^2\cos^2(\alpha_1 + \alpha_2). \tag{5}$$

Из уравнения (2) найдем

$$\cos(\alpha_1) = \frac{1}{l_1}(x - l_2\cos(\alpha_1 + \alpha_2)). \qquad (6)$$

Возведя левую и правую части уравнения (6) в квадрат и сопоставив полученное с уравнением (5), найдем

$$\cos(\alpha_1 + \alpha_2) = \frac{1}{2xl_2}(x^2 - l_1^2 + l_2^2). \qquad (7)$$

Из уравнения (7)

$$\alpha_1 + \alpha_2 = \pm\arccos\left(\frac{1}{2xl_2}(x^2 - l_1^2 + l_2^2)\right). \qquad (8)$$

Из уравнения (6) получим

$$\alpha_1 = \pm\arccos\left(\frac{1}{l_1}(x - l_2\cos(\alpha_1 + \alpha_2))\right). \qquad (9)$$

В том случае, когда в выражении (9) принят знак «+», а в выражении (8) – «–», будет иметь место кинематическая схема, изображенная на рис. 1. При противоположных знаках будет схема, симметричная изображенной схеме относительно оси Ox.

Найденные значения углов α_1, α_2 будут служить в системе управления программными углами α_{1p}, α_{2p}. Программные скорости и ускорения находятся дифференцированием полученных выражений.

Движение точки 3 по оси Ox задается уравнением $x = x_0 + \nu t$, где ν – скорость точки 3. Закон изменения программной скорости ясен из рис. 4.

Координаты центра масс второго звена описываются следующими уравнениями:

$$x_2 = l_1\cos(\alpha_1) + l_{21}\cos(\alpha_1 + \alpha_2),$$

$$y_2 = l_1\sin(\alpha_1) + l_{21}\sin(\alpha_1 + \alpha_2). \qquad (10)$$

Скорости центра масс второго звена получаются путем дифференцирования выражений (10).

3 ДИНАМИКА РОБОТА

Кинетическая энергия всей системы определяется выражением

$$E_c = \frac{1}{2}(I_1\dot{\alpha}_1^2 + I_2(\dot{\alpha}_1 + \dot{\alpha}_2)^2 + m_2(\dot{x}_2^2 + \dot{y}_2^2)). \qquad (11)$$

Уравнения движения Лагранжа второго рода имеют следующий вид:

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_c}{\partial \dot{\alpha}_1}\right) - \frac{\partial E_c}{\partial \alpha_1} = m_{\alpha 1} + m_{11} + m_{12},$$

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{\partial E_C}{\partial \dot{\alpha}_2}\right) - \frac{\partial E_c}{\partial \alpha_2} = m_{\alpha 2} + m_{22}. \qquad (12)$$

где $m_{\alpha 1}$, $m_{\alpha 2}$ – моменты со стороны приводов, действующие на звенья 1 и 2;

$$m_{11} = -g_1\frac{l_1}{2}\cos(\alpha_1), \qquad (13)$$

$$m_{12} = -g_2 l_1\sin(\alpha_1 + \alpha_2)\sin(\alpha_2) \qquad (14)$$

– моменты сил веса g_1, g_2, действующие на звено 1;

$$m_{22} = -g_2 l_{21}\cos(\alpha_1 + \alpha_2) \qquad (15)$$

– момент силы веса g_2, приложенный к звену 2.

Зададим управляющие воздействия следующим образом: $m_{\alpha 1} = m_{\alpha 10} + m_{\alpha 1\delta}$, $m_{\alpha 2} = m_{\alpha 20} + m_{\alpha 2\delta}$, где $m_{\alpha 1\delta}$, $m_{\alpha 2\delta}$ – погрешности знания моментов. Тогда с учетом уравнений (1), (10), (11), (13)–(15) уравнения движения (12) принимают вид

$$I_{01}\ddot{\alpha}_1 = m_{\alpha 10} + f_1, \quad I_{02}\ddot{\alpha}_2 = m_{\alpha 20} + f_2, \qquad (16)$$

где неопределенности f_1 и f_2 описываются следующими выражениями:

$$f_1 = m_{\alpha 1\delta} + m_{11} + m_{12} - [(I_2 + m_2(l_1^2 + l_{21}^2))\ddot{\alpha}_1 +$$
$$+ 2m_2 l_1 l_{21}\cos(\alpha_2)\ddot{\alpha}_1 - 2m_2 l_1 l_{21}\sin(\alpha_2)\dot{\alpha}_2\dot{\alpha}_1 +$$
$$+ (I_2 + m_2 l_{21}^2)\ddot{\alpha}_2 + m_2 l_1 l_{21}\cos(\alpha_2)\ddot{\alpha}_2 - m_2 l_1 l_{21}\sin(\alpha_2)\dot{\alpha}_2^2],$$

$$f_2 = -I_{\delta 2}\ddot{\alpha}_2 + m_{\alpha 2\delta} + m_{22} - [m_2 l_{21}^2\ddot{\alpha}_2 + (I_2 + m_2 l_{21}^2)\ddot{\alpha}_1 +$$
$$+ m_2 l_1 l_{21}\cos(\alpha_2)\ddot{\alpha}_1 + m_2 l_1 l_{21}\sin(\alpha_2)\dot{\alpha}_1^2]. \qquad (17)$$

Таким образом, в неопределенности собраны неточности формирования управляющих воздействий, гравитационные силы и моменты, неточности знания моментов инерции звеньев, а также нелинейности модели робота и перекрестные динамические связи между звеньями. Скалярные уравнения (16) взаимосвязаны только через неопределенности f_1, f_2. Следует обратить внимание на сложный вид неопределенностей даже для двухзвенного робота.

4 ЗАКОНЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВИЖЕНИЕМ (РЕГУЛЯТОРЫ)

Для полной декомпозиции законов управления представим их в виде

$$m_{\alpha 10} = m_{01} - \hat{f}_1, \quad m_{\alpha 20} = m_{02} - \hat{f}_2, \qquad (18)$$

здесь $\hat{f}_1$, $\hat{f}_2$ – оценки соответствующих неопределенностей, предназначенные для компенсации их влияния, а составляющие m_{01}, m_{02} формируют желаемый вид переходного процесса и задаются выражениями

$$m_{01} = -k_{11}(\hat{\alpha}_1 - \alpha_{1p}) - k_{12}(\dot{\hat{\alpha}}_1 - \dot{\alpha}_{1p}) + I_{01}\ddot{\alpha}_{1p},$$

$$m_{02} = -k_{21}(\hat{\alpha}_2 - \alpha_{2p}) - k_{22}(\dot{\hat{\alpha}}_2 - \dot{\alpha}_{2p}) + I_{02}\ddot{\alpha}_{2p}; \quad (19)$$

символом «ˆ» обозначены оценки соответствующих переменных. Последовательная подстановка выражений (19) в (18), а затем (18) в (16) в предположении точной оценки неопределенностей дает уравнения

$$I_{01}\ddot{\alpha}_1 = -k_{11}(\hat{\alpha}_1 - \alpha_{1p}) - k_{12}(\dot{\hat{\alpha}}_1 - \dot{\alpha}_{1p}) + I_{01}\ddot{\alpha}_{1p},$$

$$I_{02}\ddot{\alpha}_2 = -k_{21}(\hat{\alpha}_2 - \alpha_{2p}) - k_{22}(\dot{\hat{\alpha}}_2 - \dot{\alpha}_{2p}) + I_{02}\ddot{\alpha}_{2p}. \quad (20)$$

Таким образом, при описанном формировании неопределенностей, точной их оценке с помощью наблюдателей, применении комбинированного управления (18) уравнения движения робота распадаются на независимые линейные уравнения второго порядка. Выбор коэффициентов законов управления представляет собой тривиальную задачу. Коэффициенты передачи законов управления k_{11}, k_{12}, k_{21}, k_{22} рассчитывались исходя из биномиального распределения корней в уравнениях (20).

5 ОЦЕНКА ВЕКТОРА СОСТОЯНИЯ И НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ

Для измерения состояния робота в системе управления использовались только инкрементные датчики, вырабатывающие тысячу импульсов приращений углов α_Δ за оборот. Для получения перемещения эти импульсы суммировались, в результате чего получался релейный многоступенчатый сигнал $[\alpha]$. Оценки переменных, входящих в законы управления, получены с помощью асимптотического дифференциатора [2, 3]

$$\dot{\hat{r}} = A\hat{r} + L_r(\hat{r}_1 - [\alpha]), \quad (21)$$

где

$$\hat{r} = \begin{bmatrix} \hat{r}_1 \\ \hat{r}_2 \\ \hat{r}_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \hat{\alpha} \\ \dot{\hat{\alpha}} \\ \ddot{\hat{\alpha}} \end{bmatrix}, \; A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}, \; L_r = \begin{bmatrix} l_{r1} & l_{r2} & l_{r3} \end{bmatrix}^T$$

– вектор коэффициентов наблюдателя, в котором принималось $l_{r1} = -160$, $l_{r2} = -12800$, $l_{r3} = -499200$.

Примечание. Хотя оценки ускорений в законах управления не используются, порядок наблюдателей увеличен до трех для повышения точности оценок скоростей.

Для оценки неопределенностей использовались наблюдатели, соответствующие наблюдателю (41), (42) работы [1],

$$s_1 := \hat{f}_1 + l_{f1}I_{01}\dot{\hat{a}}_1 \;\Rightarrow \hat{f}_1 = s_1 - l_{f1}I_{01}\dot{\hat{a}}_1, \quad (22)$$

$$\dot{s}_1 = l_{f1}(\hat{f}_1 + m_{\alpha 10}); \quad (23)$$

$$s_2 := \hat{f}_2 + l_{f2}I_{02}\dot{\hat{a}}_2 \;\Rightarrow \hat{f}_2 = s_2 - l_{f2}I_{02}\dot{\hat{a}}_2, \quad (24)$$

$$\dot{s}_2 = l_{f2}(\hat{f}_2 + m_{\alpha 20}), \quad (25)$$

где $l_{f1} = l_{f2} = -500$ – коэффициенты передачи наблюдателей.

6 РЕЗУЛЬТАТЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ

В системе управления можно выделить 3 подсистемы:

1) подсистему управления динамикой (16), (18), (19) при $f_1, f_2 \equiv 0$ со степенью устойчивости η_1,

2) подсистему оценки неопределенностей (22)–(25) со степенью устойчивости η_2,

3) подсистему оценки вектора состояния робота (21) со степенью устойчивости η_3.

Степени устойчивости должны удовлетворять неравенствам $\eta_1 < \eta_2 < \eta_3$.

Моделировалась система уравнений (2), (3), (7)–(9), (16)–(19), (21)–(25) со следующими параметрами: $l_1 = 2$ м, $l_2 = 1$ м, $m_1 = 28$ кг, $I_{01} = 28$ кг·м^2, $I_{02} = 1,875$ кг·м^2; $m_2 = 14...44$ кг, $I_2 = 0,875...2,875$ кг·м^2, $m_{\alpha i} = m_{\alpha i0} \pm 0,2m_{\alpha i0}$ $(i = 1, 2)$. Инкрементный датчик с 1000 импульсов за оборот. Программная скорость $\dot{x}_p$ груза (точки 3) показана на рис. 4, где $t_1 = 0,5$ с, $t_2 = 3,99$ с, $t_3 = 4,49$ с. Начальные условия: $x_0 = 1$ м, $\dot{x}_0 = 0$; конечные условия $x_f = 3$ м, $\dot{x}_f = 0$.

Моделировались три случая:

1) с номинальными параметрами;

2) с максимальными массами и моментами инерции при минимальной крутизне моментных характеристик двигателей;

3) с минимальными массами и моментами инерции при максимальной крутизне моментных характеристик двигателей.

(Варианты 2 и 3 дают наихудшие сочетания неопределенностей). Результаты моделирования всех трех вариантов представлены на рис. 2–6. На всех рисунках оценки практически совпадают с оцениваемыми переменными. На рис. 2 и 4 истинные переменные и их оценки практически совпадают с программными

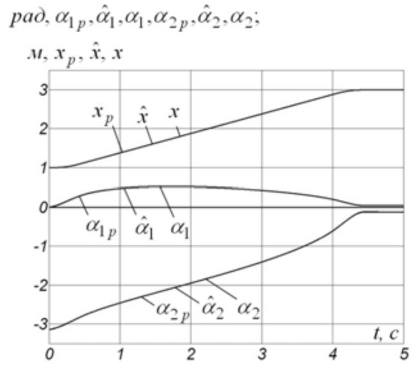

Рисунок 2

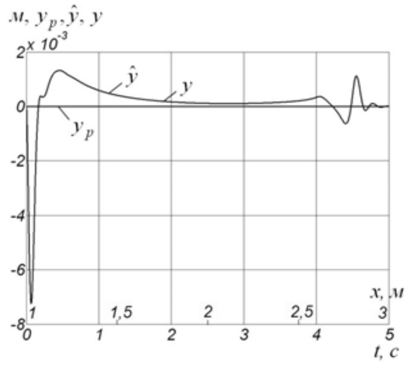

Рисунок 3

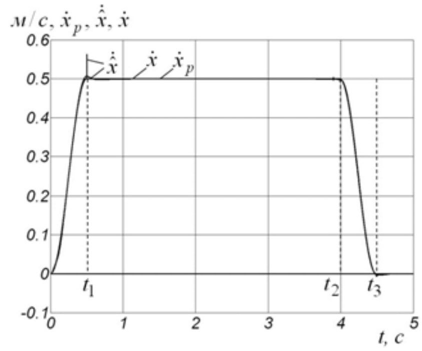

Рисунок 4

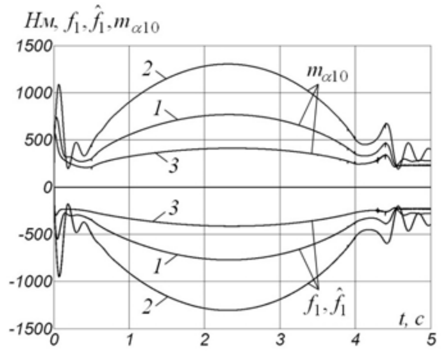

Рисунок 5

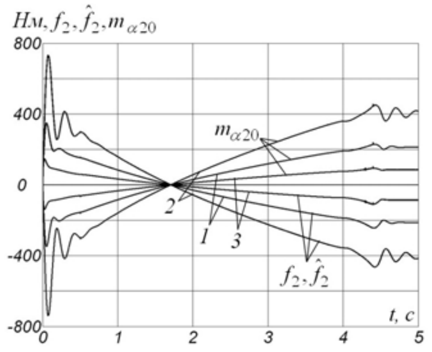

Рисунок 6

значениями. Наибольшие погрешности отработки программных значений зафиксированы для координаты y ($y_p = 0$). Как следует из рис. 3, эти ошибки не превышают 1 мм, а в установившемся режиме составляют доли миллиметра. (Оптимизация системы управления не проводилась). На рис. 5 и 6 представлены неопределенности f_1, f_2 их оценки $\hat{f}_1$, $\hat{f}_2$ и моменты двигателей, осуществляющих компенсацию неопределенностей и обеспечивающие программное управление. Цифры 1, 2, 3 указывают на вариант сочетаний неопределенностей. Как видно из рис. 5, 6, после завершения кратковременных (0,5 с) переходных процессов имеется полное соответствие (зеркальное отображение) между неопределенностями и управляющими моментами.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Вторая часть работы служит иллюстрацией эффективности робастного метода управления, рассмотренного в первой части. В качестве примера выбран управляемый двухзвенный робот, обеспечивающий перемещение груза по горизонтальной оси Ox из одной точки в другую с заданной скоростью. Для организации управления используются 2 инкрементных датчика углов поворота в шарнирах. Выходная информация датчиков после несложной обработки представляет собой многоступенчатый сигнал (измерение регулируемых координат груза не производится). Неопределенными в системе являются масса (вес), момент инерции и координаты центра тяжести второго звена и управляющие моменты. Для обеспечения управления решена кинематическая задача вычисления программных углов поворота в шарнирах из условия заданного перемещения груза. Составлены уравнения движения робота, которые, несмотря на его двухзвенность, сложны. В соответствии с первой частью работы, уравнения движения приведены к двум линейным уравнениям с постоянными коэффициентами, связанными между собой только через неопределенности. В неопределенности объединены собственно неопределенности, нелинейности, перекрестные связи, нестационарности и неточность управляющих моментов.

С помощью двух асимптотических дифференциаторов третьего порядка получены оценки скорости и ускорения углов поворота в шарнирах. С помощью двух независимых наблюдателей первого порядка осуществляются оценки неопределенностей.

Оценки скоростей и неопределенностей позволили сформировать для каждой степени свободы два независимых комбинированных регулятора, каждый из которых состоит из двух частей: 1) компенсирующей влияние неопределенности и 2) регулятора, обеспечивающего заданный вид переходных процессов при отслеживании программных перемещений и скоростей. За счет принятой структуры уравнений движения робота и комбинированного принципа управления обеспечивается не только робастность, а и высокая точность управления. Несмотря на существенную нелинейность и нестационарность динамики робота, алгоритмы управления являются чрезвычайно простыми, линейными, стационарными, поканально декомпозированными. Примененный метод управления, несмотря на нелинейность и нестационарность уравнений движения, позволяет характеризовать динамические свойства системы управления показателями качества линейных систем управления. Более того, для синтеза рассматриваемой системы управления нет необходимости точно знать уравнения движения объекта управления, которые в рассмотренном примере даже не принимались во внимание при синтезе системы управления. Некоторыми из перечисленных положительных качеств обладают системы с переменной структурой (СПС). В отличие от СПС, рассмотренное управление лишено скользящих режимов и присущих им недостатков: высокочастотных колебаний, снижения надежности, повышенных энергозатрат на управление, возбуждения высокочастотной паразитной динамики.

Материалы второй части данной работы полностью подтверждают результаты теоретических исследований первой части.

ПЕРЕЧЕНЬ ССЫЛОК

1. *Потапенко Е. М.* Высокоточное управление неопределенными многосвязными объектами. Часть 1. Синтез и анализ алгоритмов управления / Е. М. Потапенко, А. Е. Казурова // Кибернетика и вычислительная техника. – 2007. – Вып. 155. – С. 58–71.
2. *Дылевский А. В.* Применение метода пространства состояний для синтеза дифференциаторов / А. В. Дылевский, Г. И. Лозгачев // Автоматика и телемеханика / Рос. акад. наук. – 1999. – № 9. – С. 13–20.
3. *Потапенко Е. М.* Асимптотическое дифференцирование ступенчатых сигналов в задачах управления скоростью и перемещением / Е. М. Потапенко, Е. Е. Потапенко, А. Е. Казурова // Електромашинобудування та електрообладнання. – К. : Техніка, 2006. – Вип. 66 : Проблеми автоматизованого електропривода. Теорія і практика : тематичний випуск. – С. 286–287.

Надійшла 7.10.2008

За допомогою метода, що розроблено у першій частині роботи [1], синтезується закон керування переміщенням невідомого вантажа дволанковим роботом із неточно відомими характеристиками виконавчих органів. У якості вимірювачей використовуються тільки датчики кутів повороту ланок робота. Комп'ютерне моделювання підтвердило робастність та високу точність керування, що розглядається.

With the help of the method designed in the first part of the paper [1] syn-thesized was the law of transfer control of unknown load by two-link robot with uncertain characteristics of the effector. Linear-and-angular movement sensors of robot units are used as the only measuring device. Computer simulation has confirmed the robustness and high-precision of the control being considered.

УДК 62-50

С. О. Симонян, А. Г. Аветисян, Д. А. Казарян

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ ЛИНЕЙНОГО БЫСТРОДЕЙСТВИЯ С ЗАКРЕПЛЕННЫМИ КРАЕВЫМИ УСЛОВИЯМИ В ОБЛАСТИ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ (ОБЩИЙ СЛУЧАЙ)

Рассматриваются задачи линейного быстродействия с закрепленными краевыми условиями и векторным уп-равляющим воздействием (общий случай), для решения которых в качестве основного математического аппарата выступают дифференциальные преобразования Г. Е. Пухова. Показываются достоинства предложенного подхода по сравнению с несколькими известными методами.

ВВЕДЕНИЕ

В известных работах [1, 3–5] задача, вынесенная в название статьи, решается с помощью определения собственных чисел и собственных векторов матрицы объекта управления, ее фундаментальной матрицы, а также вектора начальных значений сопряженных переменных, обеспечивающих оптимальность закона управления. Перечисленные задачи требуют большого объема вычислений.

Целью данной статьи является устранение необходимости решения перечисленных задач за счет сведения задачи к задаче нелинейного программирования.