

p-ISSN 1607-3274  
e-ISSN 2313-688X

Радіоелектроніка  
Інформатика  
Управління



Radio Electronics  
Computer Science  
Control

Радиоэлектроника  
Информатика  
Управление



2021/1





Національний університет «Запорізька політехніка»

## **Радіоелектроніка, інформатика, управління**

Науковий журнал

Виходить чотири рази на рік

№ 1(56) 2021

Заснований у січні 1999 року.

Засновник і видавець – Національний університет «Запорізька політехніка».

ISSN 1607-3274 (друкований), ISSN 2313-688X (електронний).

Запоріжжя

НУ «Запорізька політехніка»

2021

National University «Zaporizhzhia Polytechnic»

## **Radio Electronics, Computer Science, Control**

The scientific journal

Published four times per year

№ 1(56) 2021

Founded in January 1999.

Founder and publisher – National University «Zaporizhzhia Polytechnic».

ISSN 1607-3274 (print), ISSN 2313-688X (on-line).

Zaporizhzhia

NU «Zaporizhzhia Polytechnic»

2021

Национальный университет «Запорожская политехника»

## **Радиоэлектроника, информатика, управление**

Научный журнал

Выходит четыре раза в год

№ 1(56) 2021

Основан в январе 1999 года.

Основатель и издатель – Национальный университет «Запорожская политехника».

ISSN 1607-3274 (печатный), ISSN 2313-688X (электронный).

Запорожье

НУ «Запорожская политехника»

2021

**Науковий журнал «Радіоелектроніка, інформатика, управління»** (скорочена назва – РІУ) видається Національним університетом «Запорізька політехніка» (НУ «Запорізька політехніка») з 1999 р. періодичністю чотири номери на рік.

Зареєстровано у Міністерстві юстиції України 19.11.2019 р. (Свідчення про державну реєстрацію друкованого засобу масової інформації серія КВ № 24220-14060 ПР.)

ISSN 1607-3274 (друкований), ISSN 2313-688X (електронний).

Наказом Міністерства освіти і науки України № 409 від 17.03.2020 р. «Про затвердження рішень Атестаційної колегії Міністерства щодо діяльності спеціалізованих вчених рад від 06 березня 2020 року» журнал включений до переліку наукових фахових видань України в категорії «А» (найвищий рівень), в яких можуть публікуватися результати дисертаційних робіт на здобуття наукових ступенів доктора наук і доктора філософії (кандидата наук).

Журнал включений до польського Переліку наукових журналів та рецензованих матеріалів міжнародних конференцій з присвоєною кількістю балів (додаток до оголошення Міністра науки та вищої освіти Республіки Польща від 31 липня 2019 р.: № 16981).

В журналі безкоштовно публікуються наукові статті англійською, російською та українською мовами.

**Правила оформлення статей** подано на сайті: <http://ric.zntu.edu.ua/information/authors>.

Журнал забезпечує **безкоштовний відкритий он-лайн доступ** до повнотекстових публікацій.

Журнал дозволяє авторам мати авторські права і зберігати права на видання без обмежень. Журнал дозволяє користувачам читати, завантажувати, копіювати, поширювати, друкувати, шукати або посилатися на повні тексти своїх статей. Журнал дозволяє повторне використання його вмісту у відповідності Creative Commons ліцензією CC BY-SA..

Опублікованим статтям присвоюється унікальний ідентифікатор цифрового об'єкта DOI.

**Журнал входить до наукометричної бази Web of Science.**

**Журнал реферується та індексується** у провідних міжнародних та національних реферативних журналах і наукометричних базах даних, а також розміщується у цифрових архівах та бібліотеках з безкоштовним доступом у режимі on-line, повний перелік яких подано на сайті: <http://ric.zntu.edu.ua/about/editorialPolicies#custom-0>.

**Журнал розповсюджується** за Каталогом періодичних видань України (передплатний індекс – 22914).

**Тематика журналу:** телекомунікації та радіоелектроніка, програмна інженерія (включаючи теорію алгоритмів і програмування), комп'ютерні науки (математичне і комп'ютерне моделювання, оптимізація і дослідження операцій, управління в технічних системах, міжмашинна і людино-машинна взаємодія, штучний інтелект, включаючи системи, засновані на знаннях, і експертні системи, інтелектуальний аналіз даних, розпізнавання образів, штучні нейронні і нейро-нечіткі мережі, нечітку логіку, колективний інтелект і мультиагентні системи, гібридні системи), комп'ютерна інженерія (апаратне забезпечення обчислювальної техніки, комп'ютерні мережі), інформаційні системи та технології (структури та бази даних, системи, засновані на знаннях та експертні системи, обробка даних і сигналів).

Усі статті, пропонувані до публікації, одержують **об'єктивний розгляд**, що оцінюється за суттю без урахування раси, статі, віросповідання, етнічного походження, громадянства або політичної філософії автора(ів).

Усі статті проходять двоступінчасте закриті (анонімне для автора) **рецензування** штатними редакторами і незалежними рецензентами – провідними вченими за профілем журналу.

## РЕДАКЦІЙНА КОЛЕГІЯ

**Головний редактор – Субботін Сергій Олександрович** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри програмних засобів, Національний університет «Запорізька політехніка», Україна.

**Заступник головного редактора – Піза Дмитро Макарович** – доктор технічних наук, професор, директор інституту інформатики та радіоелектроніки, професор кафедри радіотехніки та телекомунікацій, Національний університет «Запорізька політехніка», Україна.

### Члени редколегії:

**Андрюлідакіс Іосіф** – доктор філософії, голова департаменту телефонії Центру обслуговування мереж, Університет Яніни, Греція;

**Бодянский Євгеній Володимирович** – доктор технічних наук, професор, професор кафедри штучного інтелекту, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна;

**Веннекенс Юст** – доктор філософії, доцент, доцент факультету інженерних технологій (кампус Де Наір), Католицький університет Льовена, Бельгія;

Рекомендовано до видання Вченою радою НУ «Запорізька політехніка», протокол № 8/21 від 01.03.2021.

Журнал зверстаний редакційно-видавничим відділом НУ «Запорізька політехніка».

**Веб-сайт журналу:** <http://ric.zntu.edu.ua>.

**Адреса редакції:** Редакція журналу «РІУ», Національний університет «Запорізька політехніка», вул. Жуковського, 64, м. Запоріжжя, 69063, Україна.

Тел: (061) 769-82-96 – редакційно-видавничий відділ

E-mail: [rvv@zntu.edu.ua](mailto:rvv@zntu.edu.ua)

**Вольф Карстен** – доктор філософії, професор, професор кафедри технічної інформатики, Дортмундський університет прикладних наук та мистецтв, Німеччина;

**Вуттке Ганс-Дітріх** – доктор філософії, доцент, провідний науковий співробітник інституту технічної інформатики, Технічний університет Льменау, Німеччина;

**Горбань Олександр Миколайович** – доктор фізико-математичних наук, професор, професор факультету математики, Університет Лестера, Велика Британія;

**Городничий Дмитро Олегович** – доктор філософії, кандидат технічних наук, доцент, провідний науковий співробітник Дирекції науки та інженерії, Канадська агенція прикордонної служби, Канада;

**Дробахін Олег Олегович** – доктор фізико-математичних наук, професор, перший проректор, Дніпровський національний університет імені Олеса Гончара, Україна;

**Зайцева Олена Миколаївна** – кандидат фізико-математичних наук, професор, професор кафедри інформатики, Жилінський університет в Жиліні, Словаччина;

**Камеяма Мічитака** – доктор наук, професор, професор факультету науки та інженерії, Університет Ішиномакі Сеншу, Японія;

**Карташов Володимир Михайлович** – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри медіаінженерії та інформаційних радіоелектронних систем, Харківський національний університет радіоелектроніки, Україна;

**Леващенко Віталій Григорович** – кандидат фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри інформатики, Жилінський університет в Жиліні, Словаччина;

**Луенго Давид** – доктор філософії, професор, завідувач кафедри теорії сигналів та комунікацій, Мадридський політехнічний університет, Іспанія;

**Марковска-Качмар Урсула** – доктор технічних наук, професор, професор кафедри обчислювального інтелекту, Вроцлавська політехніка, Польща;

**Олійник Андрій Олександрович** – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри програмних засобів, Національний університет «Запорізька політехніка», Україна;

**Павліков Володимир Володимирович** – доктор технічних наук, старший науковий співробітник, проректор з наукової роботи, Національний аерокосмічний університет ім. Н.Е. Жуковського «ХАІ», Україна;

**Папшицький Марцін** – доктор наук, професор, професор відділу інтелектуальних систем, Дослідний інститут систем Польської академії наук, м. Варшава, Польща;

**Скруський Степан Юрійович** – кандидат технічних наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних систем і мереж, Національний університет «Запорізька політехніка», Україна;

**Табунчик Галина Володимирівна** – кандидат технічних наук, професор, професор кафедри програмних засобів, Національний університет «Запорізька політехніка», Україна;

**Тригано Томас** – доктор філософії, старший викладач кафедри електричної та електронної інженерії, Інженерний коледж ім. С. Шамон, м. Ашдод, Ізраїль;

**Хенке Карстен** – доктор технічних наук, професор, науковий співробітник факультету інформатики та автоматизації, Технічний університет Льменау, Німеччина;

**Шарпанських Олексій Альбертович** – доктор філософії, доцент, доцент факультету аерокосмічної інженерії, Делфтський технічний університет, Нідерланди.

## РЕДАКЦІЙНО-КОНСУЛЬТАТИВНА РАДА

**Аррас Пітер** – доктор філософії, доцент, доцент факультету інженерних технологій (кампус Де Наір), Католицький університет Льовена, Бельгія;

**Ліснянський Анатолій** – кандидат фізико-математичних наук, головний науковий експерт, Ізраїльська електрична корпорація, Хайфа, Ізраїль;

**Мадрицх Христіан** – доктор філософії, професор факультету інженерії та інформаційних технологій, Університет прикладних наук Каринфії, Австрія;

**Маркосян Мгер Вардкесович** – доктор технічних наук, професор, директор Єреванського науково-дослідного інституту засобів зв'язку, професор кафедри телекомунікацій, Російсько-вірменський університет, м. Єреван, Вірменія;

**Рубель Олег Володимирович** – кандидат технічних наук, доцент факультету інженерії, Університет МакМастера, Гамільтон, Канада;

**Тавхелідзе Автанділ** – кандидат фізико-математичних наук, професор, професор школи бізнесу, технології та освіти, Державний університет ім. Ілії Чавчавадзе, Тбілісі, Грузія;

**Уреутью Дору** – доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри електроніки та обчислювальної техніки, Трансильванський університет в Брашові, Румунія;

**Шульц Пітер** – доктор технічних наук, професор, професор факультету інженерії та комп'ютерних наук, Гамбургський університет прикладних наук (HAW Hamburg), Гамбург, Німеччина.

The scientific journal «Radio Electronics, Computer Science, Control» is published by the National University «Zaporizhzhia Polytechnic» NU «Zaporizhzhia Polytechnic» since 1999 with periodicity four numbers per year.

The journal is registered by the Ministry of Justice of Ukraine in 19.11.2019. (State Registration Certificate of printed mass media series KB № 24220-14060 IIP).

ISSN 1607-3274 (print), ISSN 2313-688X (on-line).

By the Order of the Ministry of Education and Science of Ukraine from 17.03.2020 № 409 “On approval of the decision of the Certifying Collegium of the Ministry on the activities of the specialized scientific councils dated 06 March 2020” journal is included in the list of scientific specialized periodicals of Ukraine in category “A” (highest level), where the results of dissertations for Doctor of Science and Doctor of Philosophy may be published.

The journal is included to the Polish List of scientific journals and peer-reviewed materials from international conferences with assigned number of points (Annex to the announcement of the Minister of Science and Higher Education of Poland from July 31, 2019: Lp. 16981).

The journal publishes scientific articles in English, Russian, and Ukrainian free of charge.

The article formatting rules are presented on the site: <http://ric.zntu.edu.ua/information/authors>.

The journal provides policy of on-line open (free of charge) access for full-text publications. The journal allow the authors to hold the copyright without restrictions and to retain publishing rights without restrictions. The journal allow readers to read, download, copy, distribute, print, search, or link to the full texts of its articles. The journal allow reuse and remixing of its content, in accordance with Creative Commons license CC BY-SA.

Published articles have a unique digital object identifier (DOI).

The journal is included into Web of Science.

The journal is abstracted and indexed in leading international and national abstracting journals and scientometric databases, and also placed to the digital archives and libraries with a free on-line access, full list of which is presented at the site: <http://ric.zntu.edu.ua/about/editorialPolicies#custom-0>.

The journal is distributed by the Catalogue of Ukrainian periodicals (the catalog number is 22914).

The journal scope: telecommunications and radio electronics, software engineering (including algorithm and programming theory), computer science (mathematical modeling and computer simulation, optimization and operations research, control in technical systems, machine-machine and man-machine interfacing, artificial intelligence, including data mining, pattern recognition, artificial neural and neuro-fuzzy networks, fuzzy logic, swarm intelligence and multiagent systems, hybrid systems), computer engineering (computer hardware, computer networks), information systems and technologies (data structures and bases, knowledge-based and expert systems, data and signal processing methods).

All articles proposed for publication receive an objective review that evaluates substantially without regard to race, sex, religion, ethnic origin, nationality, or political philosophy of the author(s).

All articles undergo a two-stage blind peer review by the editorial staff and independent reviewers – the leading scientists on the profile of the journal.

## EDITORIAL BOARD

**Editor-in-Chief** – **Sergey Subbotin** – Dr. Sc., Professor, Head of Software Tools Department, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine.

**Deputy Editor-in-Chief** – **Dmytro Piza** – Dr. Sc., Professor, Director of the Institute of Informatics and Radio Electronics, Professor of the Department of Radio Engineering and Telecommunications, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine.

### Members of the Editorial Board:

**Iosif Androulidakis** – PhD, Head of Telephony Department, Network Operation Center, University of Ioannina, Greece;

**Evgeniy Bodyanskiy** – Dr. Sc., Professor, Professor of the Department of Artificial Intelligence, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine;

**Oleg Drobakhin** – Dr. Sc., Professor, First Vice-Rector, Oles Honchar Dnipro National University, Ukraine;

**Alexander Gorban** – PhD, Professor, Professor of the Faculty of Mathematics, University of Leicester, United Kingdom;

**Dmitry Gorodnichy** – PhD, Associate Professor, Leading Research Fellow at the Directorate of Science and Engineering, Canada Border Services Agency, Ottawa, Canada;

**Karsten Henke** – Dr. Sc., Professor, Research Fellow, Faculty of Informatics and Automation, Technical University of Ilmenau, Germany;

**Michitaka Kameyama** – Dr. Sc., Professor, Professor of the Faculty of Science and Engineering, Ishinomaki Senshu University, Japan;

**Volodymyr Kartashov** – Dr. Sc., Professor, Head of the Department of Media Engineering and Information Radio Electronic Systems, Kharkiv National University of Radio Electronics, Ukraine;

**Vitaly Levashenko** – PhD, Professor, Head of Department of Informatics, University of Žilina, Slovakia;

**David Luengo** – PhD, Professor, Head of the Department of Signal Theory and Communication, Madrid Polytechnic University, Spain;

**Ursula Markowska-Kaczmar** – Dr. Sc., Professor, Professor of the Department of Computational Intelligence, Wrocław University of Technology, Poland;

**Andrii Oliinyk** – PhD, Associate Professor, Associate Professor, Department of Software Tools, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine;

**Marcin Paprzycki** – Dr. Sc., Professor, Professor of the Department of Intelligent Systems, Systems Research Institute, Polish Academy of Sciences, Warsaw, Poland;

**Volodymyr Pavlikov** – Dr. Sc., Senior Researcher, Vice-Rector for Research, N. E. Zhukovsky National Aerospace University “KhAI”, Ukraine;

**Alexei Sharpanskykh** – PhD, Associate Professor, Associate Professor of Aerospace Engineering Faculty, Delft University of Technology, Netherlands;

**Stepan Skrupsky** – PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Computer Systems and Networks, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine;

**Galyna Tabunshchyk** – PhD, Professor, Professor of the Department of Software Tools, National University “Zaporizhzhia Polytechnic”, Ukraine;

**Thomas (Tom) Trigano** – PhD, Senior Lecturer of the Department of Electrical and Electronic Engineering, Sami Shamoon College of Engineering, Ashdod, Israel;

**Joost Vennekens** – PhD, Associate Professor, Associate Professor, Faculty of Engineering (Campus de Nair), Katholieke Universiteit Leuven, Belgium;

**Carsten Wolff** – PhD, Professor, Professor of the Department of Technical Informatics, Dortmund University of Applied Sciences and Arts, Germany;

**Heinz-Dietrich Wuttke** – PhD, Associate Professor, Leading Researcher at the Institute of Technical Informatics, Technical University of Ilmenau, Germany;

**Elena Zaitseva** – PhD, Professor, Professor, Department of Informatics, University of Žilina, Slovakia.

## EDITORIAL-ADVISORY COUNCIL

**Peter Arras** – PhD, Associate Professor, Associate Professor, Faculty of Engineering (Campus De Nair), Katholieke Universiteit Leuven, Belgium;

**Anatoly Lisnianski** – PhD, Chief Scientific Expert, Israel Electric Corporation Ltd., Haifa, Israel;

**Christian Madritsch** – PhD, Professor of the Faculty of Engineering and Information Technology, Carinthia University of Applied Sciences, Austria;

**Mher Markosyan** – Dr. Sc., Professor, Director of the Yerevan Research Institute of Communications, Professor of the Department of Telecommunications, Russian-Armenian University, Yerevan, Armenia;

**Oleg Rubel** – PhD, Associate Professor, Faculty of Engineering, McMaster University, Hamilton, Canada;

**Peter Schulz** – Dr. Sc., Professor, Professor, Faculty of Engineering and Computer Science, Hamburg University of Applied Sciences (HAW Hamburg), Hamburg, Germany;

**Avtandil Tavkhelidze** – PhD, Professor, Professor of the School of Business, Technology and Education, Ilia State University, Tbilisi, Georgia;

**Doru Ursuțiu** – Dr. Sc., Professor, Professor, Department of Electronics and Computer Engineering, University of Transylvania at Brasov, Romania.

Recommended for publication by the Academic Council of NU «Zaporizhzhia Polytechnic», protocol № 8/21 dated 01.03.2021.

The journal is imposed by the editorial-publishing department of NU «Zaporizhzhia Polytechnic».

The journal web-site is <http://ric.zntu.edu.ua>.

The address of the editorial office: Editorial office of the journal «Radio Electronics, Computer Science, Control», National University «Zaporizhzhia Polytechnic», Zhukovskiy street, 64, Zaporizhzhia, 69063, Ukraine.

Tel.: +38-061-769-82-96 – the editorial-publishing department.

E-mail: [rvv@zntu.edu.ua](mailto:rvv@zntu.edu.ua)

Fax: +38-061-764-46-62

© National University «Zaporizhzhia Polytechnic», 2021

**Научный журнал «Радиоэлектроника, информатика, управление»** (сокращенное название – РИУ) издается национальным университетом «Запорожская политехника» (НУ «Запорожская политехника») с 1999 г. периодичностью четыре номера в год.

Зарегистрирован в Министерстве юстиции Украины 19.11.2019 г. (Свидетельство о государственной регистрации печатного средства массовой информации серия КВ № 24220-14060 ПР).

ISSN 1607-3274 (печатный), ISSN 2313-688X (электронный).

Приказом Министерства образования и науки Украины № 409 от 17.03.2020 г. «Об утверждении решений Аттестационной коллегии Министерства относительно деятельности специализированных ученых советов от 06 марта 2020 года» журнал включен в перечень научных профессиональных изданий Украины в категории «А» (наивысший уровень), в которых могут публиковаться результаты диссертационных работ на соискание ученых степеней доктора наук и доктора философии (кандидата наук).

Журнал включен в польский Перечень научных журналов и рецензируемых материалов международных конференций с присвоенным числом баллов (приложение к объявлению Министра науки и высшего образования Республики Польша от 31 июля 2019 г.: № 16981).

В журнале бесплатно публикуются научные статьи на английском, русском и украинском языках.

**Правила оформления статей** представлены на сайте: <http://ric.zntu.edu.ua/information/authors>.

Журнал обеспечивает **бесплатный открытый он-лайн доступ** к полнотекстовым публикациям. Журнал разрешает авторам иметь авторские права и сохранять права на издание без ограничений. Журнал разрешает пользователям читать, загружать, копировать, распространять, печатать, искать или ссылаться на полные тексты своих статей. Журнал разрешает повторное использование его содержания в соответствии Creative Commons лицензией CC BY-SA..

Опубликованным статьям присваивается уникальный идентификатор цифрового объекта DOI.

**Журнал входит в наукометрическую базу Web of Science.**

**Журнал реферирован и индексируется** в ведущих международных и национальных реферативных журналах и наукометрических базах данных, а также размещается в цифровых архивах и библиотеках с бесплатным доступом on-line, полный перечень которых представлен на сайте: <http://ric.zntu.edu.ua/about/editorialPolicies#custom-0>.

**Журнал распространяется** по Каталогу периодических изданий Украины (подписной индекс – 22914).

**Тематика журнала:** телекоммуникации и радиоэлектроника, программная инженерия (включая теорию алгоритмов и программирования), компьютерные науки (математическое и компьютерное моделирование, оптимизация и исследование операций, управление в технических системах, межмашинное и человеко-машинное взаимодействие, искусственный интеллект, включая интеллектуальный анализ данных, распознавание образов, искусственные нейронные и нейро-нечеткие сети, нечеткую логику, коллективный интеллект и мультиагентные системы, гибридные системы), компьютерная инженерия (аппаратное обеспечение вычислительной техники, компьютерные сети), информационные системы и технологии (структуры и базы данных, системы, основанные на знаниях, и экспертные системы, обработка данных и сигналов).

Все статьи, предлагаемые к публикации, получают **объективное рассмотрение**, которое оценивается по существу без учета расы, пола, вероисповедания, этнического происхождения, гражданства или политической философии автора(ов).

Все статьи проходят двухступенчатое закрытое (анонимное для автора) **рецензирование** штатными редакторами и независимыми рецензентами – ведущими учеными по профилю журнала.

## РЕДАКЦИОННАЯ КОЛЛЕГИЯ

**Главный редактор – Субботин Сергей Александрович** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой программных средств, Национальный университет «Запорожская политехника», Украина.

**Заместитель главного редактора – Пиза Дмитрий Макарович** – доктор технических наук, профессор, директор института информатики и радиоэлектроники, профессор кафедры радиотехники и телекоммуникаций, Национальный университет «Запорожская политехника», Украина.

### **Члены редколлегии:**

**Андрюлидакис Иосиф** – доктор философии, глава департамента телефонии Центра обслуживания сетей, Университет Янины, Греция;

**Бодянский Евгений Владимирович** – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры искусственного интеллекта, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина;

**Венисенс Юст** – доктор философии, доцент факультета инженерных технологий (кампус де Наир), Католический университет Левена, Бельгия;

**Вольф Карстен** – доктор философии, профессор, профессор кафедры технической информатики, Дортмундский университет прикладных наук и искусств, Германия;

**Вуттке Ганс-Дитрих** – доктор философии, доцент, ведущий научный сотрудник института технической информатики, Технический университет Ильменау, Германия;

**Горбань Александр Николаевич** – доктор физико-математических наук, профессор, профессор факультета математики, Университет Лестера, Великобритания;

**Городничий Дмитрий Олегович** – доктор философии, кандидат технических наук, доцент, ведущий научный сотрудник Дирекции науки и инженерии, Канадское агентство пограничной службы, Канада;

**Дробахин Олег Олегович** – доктор физико-математических наук, профессор, первый проректор, Днепровский национальный университет имени Олеся Гончара, Украина;

**Зайцева Елена Николаевна** – кандидат физико-математических наук, профессор, профессор кафедры информатики, Жилинский университет в Жилине, Словакия;

**Камеяма Мичитака** – доктор наук, профессор, профессор факультета науки и инженерии, Университет Ишиномаки Сеншу, Япония;

**Карташов Владимир Михайлович** – доктор технических наук, профессор, заведующий кафедрой медиаинженерии и информационных радиоэлектронных систем, Харьковский национальный университет радиоэлектроники, Украина;

**Левашенко Виталий Григорьевич** – кандидат физико-математических наук, профессор, заведующий кафедрой информатики, Жилинский университет в Жилине, Словакия;

**Луэнго Давид** – доктор философии, профессор, заведующий кафедрой теории сигналов и коммуникации, Мадридский политехнический университет, Испания;

**Марковска-Качмар Урсула** – доктор технических наук, профессор, профессор кафедры вычислительного интеллекта, Вроцлавская политехника, Польша;

**Олейник Андрей Александрович** – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры программных средств, Национальный университет «Запорожская политехника», Украина;

**Павликов Владимир Владимирович** – доктор технических наук, старший научный сотрудник, проректор по научной работе, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Э. Жуковского «ХАИ», Украина;

**Панищкий Марцин** – доктор наук, профессор, профессор отдела интеллектуальных систем, Исследовательский институт систем Польской академии наук, г. Варшава, Польша;

**Скруцкий Степан Юрьевич** – кандидат технических наук, доцент, доцент кафедры компьютерных систем и сетей, Национальный университет «Запорожская политехника», Украина;

**Табунщик Галина Владимировна** – кандидат технических наук, профессор, профессор кафедры программных средств, Национальный университет «Запорожская политехника», Украина;

**Тригано Томас** – доктор философии, старший преподаватель кафедры электрической и электронной инженерии, Инженерный колледж им. С. Шамон, г. Ашдод, Израиль;

**Хенке Карстен** – доктор технических наук, профессор, научный сотрудник факультета информатики и автоматизации Технический университет Ильменау, Германия;

**Шарпаньских Алексей Альбертович** – доктор философии, доцент факультета аэрокосмической инженерии, Делфтский технический университет, Нидерланды.

## РЕДАКЦИОННО-КОНСУЛЬТАТИВНЫЙ СОВЕТ

**Аррас Питер** – доктор философии, доцент факультета инженерных технологий (кампус де Наир), Католический университет Левена, Бельгия;

**Лисьянский Анатолий** – кандидат физико-математических наук, главный научный эксперт, Израильская электрическая корпорация, Хайфа, Израиль;

**Мадритц Христиан** – доктор философии, профессор факультета инженерии и информационных технологий, Университет прикладных наук Каринфии, Австрия;

**Маркосан Мгер Вардкесович** – доктор технических наук, профессор, директор Ереванского научно-исследовательского института средств связи, профессор кафедры телекоммуникаций, Российско-армянский университет, Ереван, Армения;

**Рубель Олег Владимирович** – кандидат технических наук, доцент факультета инженерии, Университет МакМастер, Гамильтон, Канада;

**Тавхелидзе Автандил** – кандидат физико-математических наук, профессор, профессор школы бизнеса, технологии и образования, Государственный университет им. Ильи Чавчавадзе, Тбилиси, Грузия;

**Урсутью Дору** – доктор физико-математических наук, профессор, профессор кафедры электроники и вычислительной техники, Трансильванский университет в Брашове, Румыния;

**Шульца Питер** – доктор технических наук, профессор, профессор факультета инженерии и компьютерных наук, Гамбургский университет прикладных наук (HAW Hamburg), Гамбург, Германия.

Рекомендовано к изданию Ученым советом НУ «Запорожская политехника», протокол № 8/21 от 01.03.2021.

Журнал сверстан редакционно-издательским отделом НУ «Запорожская политехника».

**Веб-сайт журнала:** <http://ric.zntu.edu.ua>.

**Адрес редакции:** Редакция журнала «РИУ», Национальный университет «Запорожская политехника», ул. Жуковского, 64, г. Запорожье, 69063, Украина.

Тел.: +38-061-769-82-96 – редакционно-издательский отдел Факс: +38-061-764-46-62

E-mail: [rvv@zntu.edu.ua](mailto:rvv@zntu.edu.ua)

© Национальный университет «Запорожская политехника», 2021

# ЗМІСТ

<b>РАДІОЕЛЕКТРОНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ.....</b>	<b>7</b>
<i>Булашенко А. В.</i> КОМБІНОВАНИЙ КРИТЕРІЙ ВИБОРУ МАРШРУТИЗАЦІЇ НА ОСНОВІ D2D ТЕХНОЛОГІЇ.....	7
<i>Bomba A. Ya., Moroz I. P., Boichura M. V.</i> THE OPTIMIZATION OF THE SHAPE AND SIZE OF THE INJECTION CONTACTS OF THE INTEGRATED P-I-N-STRUCTURES ON THE BASE OF USING THE CONFORMAL MAPPING METHOD.....	14
<i>Gorev V. N., Gusev A. Yu., Korniienko V. I.</i> APPROXIMATE SOLUTIONS FOR THE KOLMOGOROV-WIENER FILTER WEIGHT FUNCTION FOR CONTINUOUS FRACTIONAL GAUSSIAN NOISE.....	29
<i>Tyurin S. F., Skorniyakova A. Yu., Stepchenkov Y. A., Diachenko Y. G.</i> SELF-TIMED LOOK UP TABLE FOR ULAS AND FPGAS.....	36
<b>МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ.....</b>	<b>46</b>
<i>Бабчук С. М., Гуменюк Т. В., Романів І. Т.</i> МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОДУКТИВНОСТІ КЛАСТЕРНОЇ СИСТЕМИ НА БАЗІ RASPBERRY PI 3B+.....	46
<i>Koshevoy N. D., Muratov V. V., Kirichenko A. L., Borisenko S. A.</i> APPLICATION OF THE “JUMPING FROGS” ALGORITHM FOR RESEARCH AND OPTIMIZATION OF THE TECHNOLOGICAL PROCESS.....	57
<i>Новожилова М. В., Андронов В. А., Мележик Р. С.</i> ПРОГНОЗУВАННЯ ПАРАМЕТРІВ БАГАТОВИМІРНИХ ПРОСТОРОВО-ЧАСОВИХ РЯДІВ З УРАХУВАННЯМ ВЛАСТИВОСТІ НЕСТАЦІОНАРНОСТІ РОЗПОДІЛУ ЧАСОВОЇ СКЛАДОВОЇ.....	66
<i>Perevaryukha A. Yu.</i> UNIVERSAL METHOD FOR COMPUTATIONAL MODELING OF THRESHOLD PHENOMENON IN THE NONSTEADY BIOLOGICAL PROCESSES.....	78
<i>Тарасов В. Н.</i> МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДЕРЖКИ НА ОСНОВЕ СИСТЕМ С ГИПЕРЭРЛАНГОВСКИМ И ЭРЛАНГОВСКИМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯМИ.....	87
<b>НЕЙРОІНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ.....</b>	<b>97</b>
<i>Bodyanskiy Ye. V., Shafronenko A. Yu., Klymova I. N.</i> ONLINE FUZZY CLUSTERING OF INCOMPLETE DATA USING CREDIBILISTIC APPROACH AND SIMILARITY MEASURE OF SPECIAL TYPE.....	97
<i>Гавриленко С. Ю., Швердін І. В.</i> РОЗРОБКА МЕТОДУ ІДЕНТИФІКАЦІЇ СТАНУ КОМП'ЮТЕРНОЇ СИСТЕМИ НА ОСНОВІ АЛГОРИТМУ «ISOLATION FOREST».....	105
<i>Leoshchenko S. D., Subbotin S. A., Oliinyk A. O., Narivs'kiy O. E.</i> IMPLEMENTATION OF THE INDICATOR SYSTEM IN MODELING OF COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS.....	117
<i>Neskorodieva T. V., Fedorov E. E.</i> METHOD OF SPECTRAL CLUSTERING OF PAYMENTS AND RAW MATERIALS SUPPLY FOR THE COMPLIANCE AUDIT PLANNING.....	127
<i>Novotarskiy M. A., Stirenko S. G., Gordienko Y. G., Kuzmych V. A.</i> DEEP REINFORCEMENT LEARNING WITH SPARSE DISTRIBUTED MEMORY FOR “WATER WORLD” PROBLEM SOLVING.....	136
<b>ПРОГРЕСИВНІ ІНФОРМАЦІЙНІ ТЕХНОЛОГІЇ.....</b>	<b>144</b>
<i>Babeniuk G. M.</i> DELAY TOLERANT NETWORKING SUPPORT FOR CREATION HIGH-ACCURACY MAGNETIC FIELD MAPS.....	144
<i>Kleiman L. A., Freyman V. I.</i> IMPROVING THE FUNCTIONING RELIABILITY OF THE INFORMATION MANAGEMENT SYSTEM ELEMENTS, USING BUILT-IN DIAGNOSTIC TOOLS.....	158
<i>Кравець П. О., Литвин В. В., Висоцька В. А.</i> ІГРОВА МОДЕЛЬ ОНТОЛОГІЧНОЇ ПІДТРИМКИ ПРОЕКТІВ.....	172
<i>Progonov D. O.</i> INFLUENCE OF DIGITAL IMAGES PRELIMINARY NOISING ON STATISTICAL STEGDETECTORS PERFORMANCE.....	184
<i>Шевелев С. С.</i> РЕКОНФИГУРИРУЕМАЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНАЯ МОДУЛЬНАЯ СИСТЕМА.....	194
<b>УПРАВЛІННЯ У ТЕХНІЧНИХ СИСТЕМАХ.....</b>	<b>208</b>
<i>Nosov P. S., Cherniavskiy V. V., Zinchenko S. M., Popovych I. S., Nahrybelnyi Ya. A., Nosova H. V.</i> IDENTIFICATION OF MARINE EMERGENCY RESPONSE OF ELECTRONIC NAVIGATION OPERATOR.....	208

# CONTENTS

<b>RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS.....</b>	<b>7</b>
<i>Bulashenko A. V.</i> COMBINED CRITERION FOR THE CHOICE OF ROUTING BASED ON D2D TECHNOLOGY.....	7
<i>Bomba A. Ya., Moroz I. P., Boichura M. V.</i> THE OPTIMIZATION OF THE SHAPE AND SIZE OF THE INJECTION CONTACTS OF THE INTEGRATED P-I-N-STRUCTURES ON THE BASE OF USING THE CONFORMAL MAPPING METHOD.....	14
<i>Gorev V. N., Gusev A. Yu., Korniienko V. I.</i> APPROXIMATE SOLUTIONS FOR THE KOLMOGOROV-WIENER FILTER WEIGHT FUNCTION FOR CONTINUOUS FRACTIONAL GAUSSIAN NOISE.....	29
<i>Tyurin S. F., Skorniyakova A. Yu., Stepchenkov Y. A., Diachenko Y. G.</i> SELF-TIMED LOOK UP TABLE FOR ULAS AND FPGAS.....	36
<b>MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELING.....</b>	<b>46</b>
<i>Babchuk S. M., Humeniuk T. V., Romaniv I. T.</i> MATHEMATICAL MODELS PRODUCTIVITY OF CLUSTER SYSTEM BASED ON RASPBERRY PI 3B+.....	46
<i>Koshevoy N. D., Muratov V. V., Kirichenko A. L., Borisenko S. A.</i> APPLICATION OF THE “JUMPING FROGS” ALGORITHM FOR RESEARCH AND OPTIMIZATION OF THE TECHNOLOGICAL PROCESS.....	57
<i>Novozhylova M. V., Andronov V. A., Melezhik R. S.</i> COMPUTER MODELING PARAMETERS OF TECHNOGENIC EMERGENCY SITUATIONS ON ENGINEERING INFRASTRUCTURE OF THE MEGAPOLIS.....	66
<i>Perevaryukha A. Yu.</i> UNIVERSAL METHOD FOR COMPUTATIONAL MODELING OF THRESHOLD PHENOMENON IN THE NONSTEADY BIOLOGICAL PROCESSES.....	78
<i>Tarasov V. N.</i> MATHEMATICAL DELAY MODEL BASED ON SYSTEMS WITH HYPERERLANGIAN AND ERLANGIAN DISTRIBUTIONS.....	87
<b>NEUROINFORMATICS AND INTELLIGENT SYSTEMS.....</b>	<b>97</b>
<i>Bodyanskiy Ye. V., Shafronenko A. Yu., Klymova I. N.</i> ONLINE FUZZY CLUSTERING OF INCOMPLETE DATA USING CREDIBILISTIC APPROACH AND SIMILARITY MEASURE OF SPECIAL TYPE.....	97
<i>Gavrylenko S. Y., Sheverdin I. V.</i> DEVELOPMENT OF METHOD TO IDENTIFY THE COMPUTER SYSTEM STATE BASED ON THE «ISOLATION FOREST» ALGORITHM.....	105
<i>Leoshchenko S. D., Subbotin S. A., Oliinyk A. O., Narivs'kiy O. E.</i> IMPLEMENTATION OF THE INDICATOR SYSTEM IN MODELING OF COMPLEX TECHNICAL SYSTEMS.....	117
<i>Neskorodieva T. V., Fedorov E. E.</i> METHOD OF SPECTRAL CLUSTERING OF PAYMENTS AND RAW MATERIALS SUPPLY FOR THE COMPLIANCE AUDIT PLANNING.....	127
<i>Novotarskyi M. A., Stirenko S. G., Gordienko Y. G., Kuzmych V. A.</i> DEEP REINFORCEMENT LEARNING WITH SPARSE DISTRIBUTED MEMORY FOR “WATER WORLD” PROBLEM SOLVING.....	136
<b>PROGRESSIVE INFORMATION TECHNOLOGIES.....</b>	<b>144</b>
<i>Babeniuk G. M.</i> DELAY TOLERANT NETWORKING SUPPORT FOR CREATION HIGH-ACCURACY MAGNETIC FIELD MAPS.....	144
<i>Kleiman L. A., Freyman V. I.</i> IMPROVING THE FUNCTIONING RELIABILITY OF THE INFORMATION MANAGEMENT SYSTEM ELEMENTS, USING BUILT-IN DIAGNOSTIC TOOLS.....	158
<i>Kravets P., Lytvyn V., Vysotska V.</i> GAME MODEL OF ONTOLOGICAL PROJECT SUPPORT.....	172
<i>Progonov D. O.</i> INFLUENCE OF DIGITAL IMAGES PRELIMINARY NOISING ON STATISTICAL STEGDETECTORS PERFORMANCE.....	184
<i>Shevelev S. S.</i> RECONFIGURABLE COMPUTING MODULAR SYSTEM.....	194
<b>CONTROL IN TECHNICAL SYSTEMS.....</b>	<b>208</b>
<i>Nosov P. S., Cherniavskiy V. V., Zinchenko S. M., Popovych I. S., Nahrybelnyi Ya. A., Nosova H. V.</i> IDENTIFICATION OF MARINE EMERGENCY RESPONSE OF ELECTRONIC NAVIGATION OPERATOR.....	208

# РАДИОЕЛЕКТРОНІКА ТА ТЕЛЕКОМУНІКАЦІЇ

## RADIO ELECTRONICS AND TELECOMMUNICATIONS

### РАДИОЭЛЕКТРОНИКА И ТЕЛЕКОММУНИКАЦИИ

УДК 621.39

## КОМБІНОВАНИЙ КРИТЕРІЙ ВИБОРУ МАРШРУТИЗАЦІЇ НА ОСНОВІ D2D ТЕХНОЛОГІЇ

**Булашенко А. В.** – старший викладач кафедри теоретичних основ радіотехніки, Національний технічний університет України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського», Київ, Україна.

### АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** Мережі 5G здатні покращувати існуючі послуги та забезпечувати нову якість послуг. Мережі зв'язку 5G об'єднують в собі різні радіотехнології та технології фіксованих мереж зв'язку, тому їх часто називають гетерогенними, що підкреслює їх різницю від інших мереж. Одними із основних особливостей таких мереж є надщільність та ультра малі затримки. Саме Інтернет речей є базовою складовою концепції надщільних мереж. 3GPP пропонує планувати мережі 5G виходячи із умови, що в  $1 \text{ км}^2$  є один мільйон пристроїв. Також мережі зв'язку з ультра малими затримками мають великий вплив на методи побудови мереж, особливо для концепції Тактильного Інтернету. Такі мережі потребують децентралізації внаслідок вимоги до затримки в 1 мс. Це вимагає нових підходів побудови мереж нового покоління, що є причиною розвитку нових технологій. Однією із таких технологій є технологія пристрій-пристрій D2D. Ця технологія дає можливість зменшити навантаження на ядро мережі завдяки використанню значної долі трафіка безпосередньо між пристроями і дає можливість зменшити затримку при забезпеченні послуг мережі.

**Мета.** Мета роботи полягає в тому, щоб створити оптимальний комбінований критерій вибору ефективних маршрутів трафіка у безпроводній мережі на основі технології D2D.

**Метод.** Багато сучасних робіт присвячено вивченню технології D2D, але вони не є повністю дослідженими у питаннях вивчення маршрутизації в таких мережах. Досить об'єктивним є дослідження мереж, що побудовані на основі взаємодії пристроїв між собою по технології D2D, оскільки такі взаємодії виявилися ефективною технологією. Це, в свою чергу, вимагає розробку відповідних методів маршрутизації у мережах, що використовують технологію D2D, особливо із врахуванням властивості надщільності мереж 5G. У роботі запропонований критерій вибору маршрутів з врахуванням завад всередині каналів, що утворюють вузли мережі. Цей критерій поєднує в собі вибір маршрутів за критеріями довжини та за критерієм максимуму пропускної здатності.

**Результати.** Розроблений комбінований критерій вибору маршрутизації трафіка у безпроводній мережі, що використовує технологію D2D. Результати дослідження проілюстровані графічними даними.

**Висновки.** Проведені дослідження підтвердили працездатність та ефективність розробленого методу та дозволяють рекомендувати його для використання на практиці при виборі маршруту із врахуванням тих властивостей мережі, що в найбільшій степені відображаються на якості маршруту.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** інтернет речей, пристрій-пристрій, маршрутизація, кластеризація.

### АБРЕВІАТУРИ

3GPP – 3rd Generation Partnership Project;  
5G – Fifth Generation of Mobile Networks;  
D2D – Device-to-Device;  
SINR – Signal-to-Interference-plus-Noise Ratio.

### НОМЕНКЛАТУРА

$SINR_{ij}$  – відношення сигналу до суміші шуму та завади на вході вузла приймача  $j$  у випадку приймання сигналу від вузла  $i$ ;

$P_{ij}$  – потужність сигналу, що передається  $i$ -м вузлом на вході  $j$ -го вузла з врахуванням загасання у середовищі поширення, Вт;

$P_{i(j)}$  – загальна потужність інтерференції, що формується вузлами мережі на вході  $j$ -го вузла;

$P_N$  – потужність завад на вході  $j$ -го вузла, Вт;

$P_i$  – потужність інтерференції на вході  $j$ -го вузла, Вт;

$a_i$  – інтенсивність трафіка, мБіт/с;



$b_i$  – пропускна здатність каналу, біт/с;  
 $P_{CEP,i}$  – середня потужність сигналу, що формується  $i$ -м вузлом;  
 $a_0$  – трафік рівної інтенсивності;  
 $a$  – загальний трафік, що обслуговується вузлом мережі;  
 $\nu$  – відносна інтенсивність.

## ВСТУП

Мережі зв'язку 5G є гетерогенними, оскільки це проявляється у використанні різних технологій на рівні мереж доступу, та використання різних методів побудови самих мереж. Для підвищення ефективності використання мережевих ресурсів у мережах 5G використовують технологію D2D. Ця технологія ділиться на технології всередині мережі та зовні мережі. Використання другого методу дає можливість, за певних умов, організувати мережу великого масштабу.

**Об'єктом роботи** є процес пошуку маршруту трафіка на основі комбінованого методу згідно критеріям маршруту та довжини.

**Предмет роботи** є комбінований метод пошуку маршруту трафіка на основі критеріїв довжини та максимуму пропускної здатності.

**Мета роботи** є створення оптимального комбінованого критерію вибору ефективних маршрутів трафіка у безпроводній мережі на основі технології D2D.

## 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Взаємний вплив вузлів мережі бездротового зв'язку, що використовують один і той же частотний канал, може мати подвійний характер. В першу чергу він проявляється, якщо потужність стороннього сигналу або завади в точці розміщення передавача корисного сигналу досить велика, в результаті передавач корисного сигналу оцінює стан середовища як зайнятий та чекає її звільнення. Таким чином, має місце втрати у часі, тобто збільшиться навантаження на канал. З іншого боку, якщо потужність завади в цій точці досить невелика, то передавач здійснює передачу корисного сигналу, а сигнал від іншого джерела в точці прийому створює заваду та понижуює відношення сигналу до суміші завади та шуму. В результаті, зменшення співвідношення сигналу до шуму, приводить до вибору більш меншої швидкості передачі даних у каналі.

Оскільки наявність стороннього сигналу приводить до зменшення пропускної здатності каналу між вузлами, що розглядаються, то при побудові маршруту необхідно прагнути до збільшення потужності корисного сигналу, зменшенню енергії сторонніх сигналів в точці приймання через  $SINR$ .

Але співвідношення  $SINR$  враховує миттєві або середні потужності та не враховує трафік, що формується вузлами мережі, який визначає степінь взаємного впливу. Мале значення  $SINR$  без врахування трафіка не є причиною низької якості каналу. Фактичне

значення потужності завади буде нульове, якщо вузли, що враховуються у співвідношенні  $SINR$ , не формують трафік. Найгірша ділянка маршруту визначає пропускну здатність цього маршруту. Отже, ділянка маршруту, що має найменше відношення  $SINR$  визначає його максимальну пропускну здатність.

У результаті, задача вибору маршруту можна класифікувати як задачу оптимізації, що полягає у виборі маршруту із максимальною пропускною здатністю, що визначається ділянкою з мінімальною пропускною здатністю

$$P_{ij}^{(\max)} = \max_{P_{ij} \in \Pi_{ij}} \{ \min(a \in P_{ij}) \}. \quad (1)$$

## 2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Мережі зв'язку 5G є гетерогенними, оскільки це проявляється у використанні різних технологій на рівні мереж доступу, та використання різних методів побудови самих мереж. Для підвищення ефективності використання мережевих ресурсів у мережах 5G використовують технологію D2D [1–8]. Ця технологія ділиться на технології всередині мережі та зовні мережі. Використання другого методу дає можливість, за певних умов, організувати мережу великого масштабу [9–10].

Використання технології D2D дає можливість побудови мережі на базі абонентських терміналів, що підтримують таку функціональність. Якість функціонування такої мережі описується основними параметрами, що є критичними для реалізації визначених послуг. Якщо цільовою послугою буде доставка даних від «речей», то ймовірність доставки повідомлення суттєво залежить від структури логічної та фізичної мережі [11]. Зміна фізичної структури можлива лише із використанням додаткових ресурсів, а зміна логічної структури забезпечується протоколами маршрутизації.

Якість обраних маршрутів забезпечує ефективність маршрутизації трафіка. При цьому критерій відбору має враховувати ті властивості мережі, які в найбільшій степені відображаються на якості маршруту.

На якість каналу між двома сусідніми вузлами впливає ряд факторів, що в свою чергу впливають на поширення радіосигналу та його обробку в приймачі. До них відносять відстань, що визначає загасання сигналу у середовищі поширення суміші завад та шуму, що мають місце в точці прийому [12–14]. В умовах мережі високої щільності найбільша кількість завад буде створюватися сусідніми вузлами мережі, що є завадами всередині каналів [15–17]. Отже, при маршрутизації трафіка у безпроводній мережі необхідно визначити критерій, що враховує ці фактори.

## 3 МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

Алгоритми теорії графів використовуються для вирішення цієї задачі. Величину  $SINR$  використовують

ють у якості початкового параметра. Алгоритм вибору маршруту залежить від протоколу маршрутизації. Сформуємо алгоритм, що використовує тривимірну операцію [14].

$$SINR_{ij} = \max \{ SINR_{ij}, \min(SINR_{ik}, SINR_{kj}) \}, \quad (2)$$

де  $SINR_{ij}$  це відношення сигналу до суміші шуму та завади на вході вузла приймача  $j$  у випадку приймання сигналу від вузла  $i$ , що визначається

$$SINR_i = \lg\left(\frac{P_{ij}}{P_N + P_i}\right), \text{дБ}, \quad (3)$$

де  $P_{ij}$  – потужність сигналу, що передається  $i$ -м вузлом на вході  $j$ -го вузла з врахуванням загасання у середовищі поширення, Вт;  $P_N$  – потужність завад на вході  $j$ -го вузла, Вт;  $P_i$  – потужність інтерференції на вході  $j$ -го вузла, Вт.

Оскільки виконується умова  $P_i \gg P_N$  у мережі відносно високої щільності

$$SINR_i \approx \lg\left(\frac{P_{ij}}{P_{i(j)}}\right), \text{дБ}, \quad (4)$$

де  $P_{i(j)}$  – загальна потужність інтерференції, що формується вузлами мережі на вході  $j$ -го вузла.

Величина потужності відображає лише потенційну можливість потужності завади, за умови, що всі вузли мережі, що створюють заваду, одночасно знаходяться у стані передачі. Але практично ймовірність такої ситуації є нульовою. Таким чином, ця модель корисна, оскільки дає можливість знайти маршрути, що менше всього схильні завадам. Припустимо, що відношення  $SINR$  є визначальною величиною для всіх ділянок маршрутів, коли обирається маршрут за критерієм (2). Це має місце, коли активність всіх вузлів мережі суворо однакова та визначається трафіком, що створюється ними. Таким чином, коли відповідний вузол передає данні, то виникає сигнал завади, ймовірність якого визначається

$$P_i = \frac{a_i}{b_i}, \quad (5)$$

де  $a_i$  – інтенсивність трафіка, мБіт/с;  $b_i$  – пропускна здатність каналу, біт/с.

Отже, у мережі із різними рівнями величина  $p_i$  характеризує ступінь впливу завади, що формується певним вузлом на пропускну здатність ділянки маршруту.

Енергія сигналу, що створюється  $i$ -м вузлом мережі

$$w_i = p_i P_i \Delta t = P_{CEP,i} \Delta t, \quad (6)$$

де  $P_{CEP,ij} = p_i P_i$  – середня потужність сигналу, що формується  $i$ -м вузлом.

У результаті значення відношення сигнал до суміші завади та шуму будемо розглядати як середнє значення величини  $SINR_{CEP,ij}$ . Таким чином, користуючись цим виразом у задачі вибору маршруту, результат вибору маршруту з найбільшою пропускною здатністю буде визначатися як відношення сигналу до суміші завади та шуму, так і трафіком, що був сформований вузлами мережі.

Оскільки у другій моделі всі значення інтенсивності трафіка рівні, то вона еквівалентна першій і є більш загальною.

Перша модель ілюструє випадок, коли необхідно враховувати лише вплив  $SINR$  без впливу трафіка. Це має місце у випадку, коли величину трафіка необхідно прийняти рівною для всіх вузлів мережі, бо невідома величина трафіка, або необхідно орієнтуватися на мінімальний вплив сусідніх вузлів мережі, бо інтенсивність трафіка дуже велика.

У випадку, коли інтенсивність трафіка вузлів мережі мала, то їх впливом можна знехтувати, тоді вираз  $SINR$  необхідно замінити потужністю корисного сигналу  $P_{ij}$  та вирішувати задачу пошуку маршруту із врахуванням заміни.

Оскільки одночасне використання двох критеріїв на кожному кроці процедури пошуку маршруту не можливе, то сформуємо умову, за якої буде обиратися один із них на певному кроці. Таким чином, це буде комбінований критерій

$$SINR_{ij} = \begin{cases} \max \{ S, M \}, & |S - M| > \varepsilon_0; \\ S, & \end{cases} \quad (7)$$

де

$$S = SINR_{ij}, \quad (8)$$

$$M = \min(SINR_{ik}, SINR_{kj}). \quad (9)$$

У виразі (7) значення величини  $\varepsilon_0$  є критичним, оскільки у випадку його перевищення необхідно збільшити кількість транзитних вузлів. Будемо вважати, що рішення вибору додаткового транзитного вузла має місце тоді, коли величина  $\varepsilon_0$  перевищує зменшення величини  $SINR$  для інших вузлів.

#### 4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

Результати вибору маршруту між двома вузлами мережі відповідно до критерію мінімальної відстані наведені на рис. 1 а, відповідно критерію максимуму пропускної здатності на рис. 1 б, відповідно критерію максимуму пропускної здатності із врахуванням завад на рис. 1 в, а відповідно критерію максимуму пропускної здатності із врахуванням завад та інтенсивності трафіка на рис. 1 г.



Використання простих критеріїв вибору маршруту по одному із параметрів показує, що вони підходять лише для одержання часткових рішень. Ці критерії є малоприматними внаслідок великої кількості транзитів та ігнорування впливу обраного маршруту на інші вузли мережі. Комбінований метод вибору маршруту дає можливість знайти компроміс між довжиною маршруту та якістю маршруту.

Таким чином, параметри обраного маршруту здійснюють вплив на мережу зв'язку. Кожний з транзитних вузлів маршруту обслуговує створений ним трафік та транзитний трафік. Один вузол може приймати участь в декількох маршрутах, а отже величина трафіка, що він обслуговує, буде визначатися кількістю маршрутів, в яких він виконує роль транзитного вузла. Модель має всі вузли, що формують трафік рівної інтенсивності  $a_0$ , величина  $v = a/a_0$  є відносна інтенсивність, де  $a$  є загальний трафік, що обслуговується вузлом мережі.

### 5 РЕЗУЛЬТАТИ

Аналізуючи рис. 1 а, б бачимо, що довжина маршруту, що побудована за критерієм максимуму пропускної здатності більша, оскільки містить більшу кількість транзитних вузлів (у першому випадку їх 5, у другому 13).

Із рис. 1 в, г бачимо, що довжина маршруту, що побудована за критерієм максимуму пропускної здатності з урахуванням інтерференції та інтенсивності трафіка менша оскільки містить меншу кількість транзитних вузлів (у першому випадку їх 9, у другому 7).

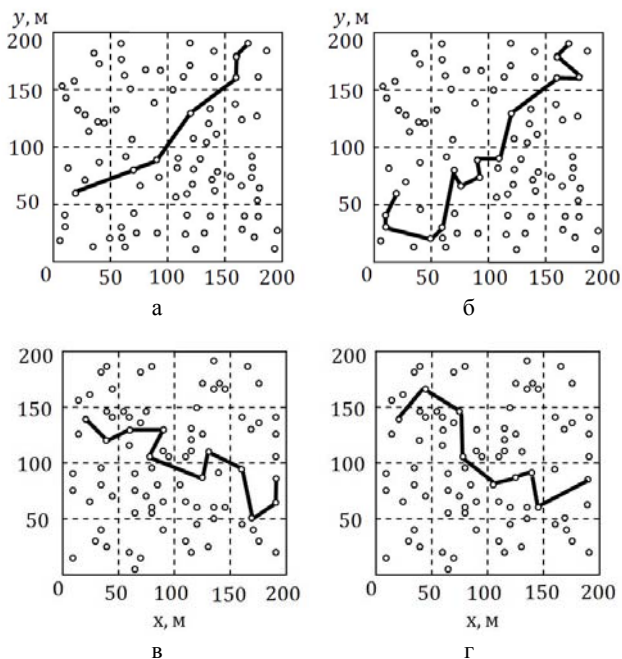


Рисунок 1 – Вибір маршрутів за критерієм: а – довжини; б – максимуму пропускної здатності; в – максимуму пропускної здатності з урахуванням інтерференції; г – максимуму пропускної здатності з урахуванням інтерференції та інтенсивності трафіка

Таким чином, врахування інтерференції, що створюють сигнали вузлів мережі, сильно впливає на вибір маршруту. Вибір ділянок із максимальним співвідношенням  $SINR$  викликає у маршруті, що обраний згідно критерію відстані, в середньому збільшується кількість транзитів. Величина  $SINR$  обернено пропорційна відстані між передаючими та приймаючими вузлами. При пошуку рішення необхідно враховувати збільшення кількості транзитів, що є негативним фактором. Розглянемо комбінований критерій вибору маршруту за максимальною пропускною здатністю та мінімальною кількістю транзитів.

Таким чином, необхідно оцінити граничне значення  $\epsilon_0$ , збільшення якого вимагає збільшення кількості транзитів. Це здійсимо таким чином. Оскільки збільшення кількості транзитних вузлів у маршруті збільшує трафік, що формується у мережі, і відповідно потужність завади для інших вузлів мережі, при цьому зменшуючи відношення  $SINR$ . Вибір додаткового транзитного вузла має місце у випадку, коли перевага  $\epsilon_0$  перевищує зменшення величини  $SINR$  для інших вузлів.

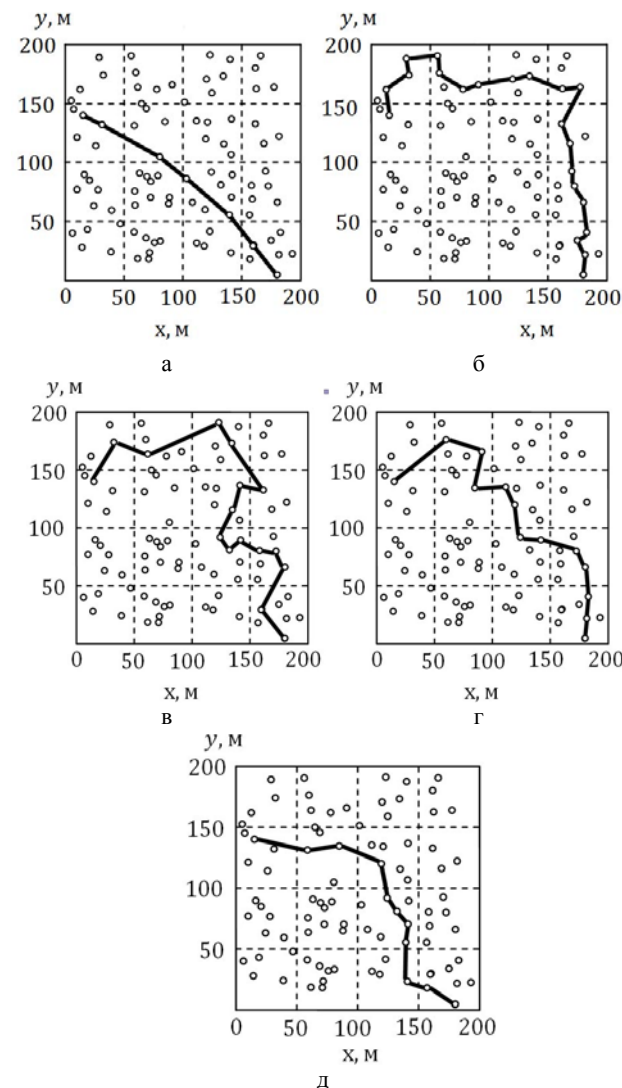


Рисунок 2 – Вибір маршрутів за критеріями: а – довжини; б – максимуму пропускної здатності; в, г, д – комбінованим

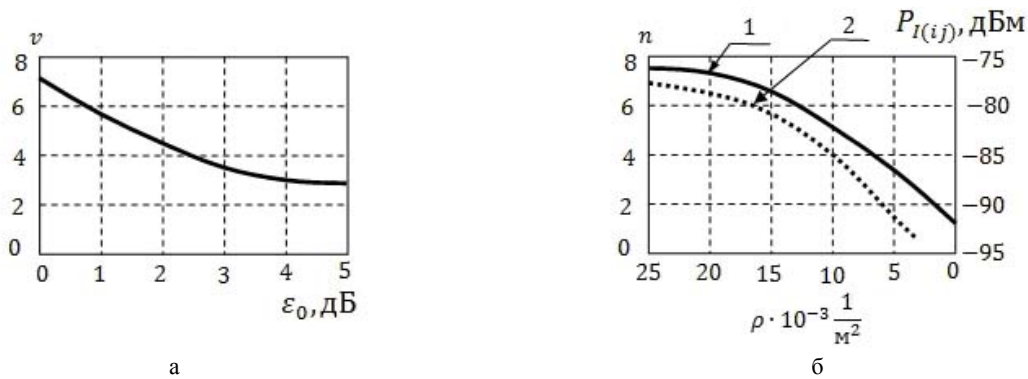


Рисунок 3 – Залежності: а – відносної величини навантаження на вузол мережі  $v$  від величини переваги  $\epsilon_0$ ; б – потужності (крива 1) та кількості транзитів інтерференції  $n$  (крива 2) від зміни щільності вузлів мережі

Рис. 2 містить результати моделювання маршрутів згідно критеріям довжини, максимуму пропускної здатності та комбінованому критерію. Мінімальний маршрут містить мінімальну кількість транзитів згідно рис. 2 а (5 транзитних вузлів). Рис. 2 б ілюструє маршрут, що обраний із врахуванням пропускної здатності за умови рівності інтенсивності трафіка всіх вузлів (містить 19 транзитних вузлів). Рис. 2 в, г, д містить маршрут згідно комбінованого критерію, що має 14, 11 та 9 транзитних вузлів за умови, що  $\epsilon_0 = 1$  дБ,  $\epsilon_0 = 3$  дБ та  $\epsilon_0 = 5$  дБ відповідно. Таким чином, при збільшенні значення  $\epsilon_0$  зменшується кількість транзитних вузлів у комбінованому критерії. Ці результати свідчать, що прості критерії вибору мало використовуються через велику кількість транзитних вузлів, а також ігнорування впливу обраного маршруту на інші вузли мережі. Отже, комбінований метод вибору маршруту дає можливість обрати компромісне рішення між якістю маршруту та його довжиною.

Рис. 3 містить залежності відносної величини трафіку, що обслуговуються вузлами від величини виграшу  $\epsilon_0$  та залежність потужності та кількості транзитів інтерференції від зміни щільності вузлів мережі.

Із рис. 3 а бачимо, що зі збільшенням величини  $\epsilon_0$  відносна величина трафіка  $v$ , що обслуговується вузлом зменшується, що пов'язано із зменшенням довжини маршруту. Отже, в середньому кожен із вузлів мережі обслуговує від 3 до майже 8 потоків трафіка.

## 6 ОБГОВОРЕННЯ

Таким чином, потужність завади, величина  $SINR$  та характеристики маршрута, залежать від взаємного розташування вузлів мережі, що визначається конкретною реалізацією мережі. В моделюванні використали пуасонівську модель поля для описання мережі, зручно використовувати щільність користувачів, тобто кількість терміналів на одиницю площі. В цьому випадку потужність завади та довжина маршруту будуть залежати від щільності вузлів мережі. На рис. 3 б наведені залежності інтерференції зі зміною щільності вузлів мережі.

Одержані залежності показують, що зі зменшенням щільності користувачів, зменшуються середня

потужність завад та середня довжина маршруту. Таким чином, в умовах мережі відносно низької щільності, ефективним засобом побудови мережі буде організація маршрутів.

## ВИСНОВКИ

У роботі вирішено актуальну задачу створення оптимального комбінованого критерію вибору ефективних маршрутів трафіка з урахуванням впливу завад всередині каналів на елементи маршруту та на елементи всієї мережі у безпроводній мережі на основі технології D2D.

**Науковою новизною** є те, що розроблений комбінований метод вибору маршрутизації трафіка у безпроводній мережі, що використовує технологію D2D. Комбінований метод поєднує в собі вибір маршрутів за критеріями довжини та за критеріями максимуму пропускної здатності. Використання технології D2D дозволяє розширити можливості мережі за рахунок розвантаження долі трафіка із базової мережі.

**Практична цінність** полягає у тому, що запропонований метод дає можливість будувати мережі, що має низьку щільність користувачів, досить великого масштабу, із використанням технології D2D. Крім того, запропонований метод дозволяє отримати компромісне рішення, що враховує якість обраного маршруту та ступінь впливу цього рішення на якість функціонування мережі.

**Перспективність подальших досліджень** полягає у пошуку та дослідженні методів вибору транзитних вузлів із врахуванням того, що кожен вузол не може бути транзитним, оскільки на практиці це зустрічається.

## ПОДЯКИ

Робота виконана на кафедрі теоретичних основ радіотехніки Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут імені Ігоря Сікорського».

## ЛІТЕРАТУРА / LITERATURA

- Liu Z. Transmission capacity of D2D communication under heterogeneous networks with dual bands / Z. Liu, O. Lu, W. Wang // 7th International ICST Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications (CROWNCOM), 2012. – P. 169–174.



2. Jankowski N. Analytical modeling of mode selection and power control for underlay D2D communication in cellular networks / N. Jankowski, M. Grochowski // *IEEE Transactions on Communications*. – 2014. – Vol. 62, № 11. – P. 4147–4161. DOI: 10.1109/TCOMM.2014.2363849.
3. Sakr A. H. Cognitive and energy Harvesting-based D2D communication in cellular networks: stochastic geometry modeling and analysis / A. H. Sakr, E. Hossain // *IEEE Transactions on Communications*. – 2015. – Vol. 63, № 5. – P. 1867–1880. DOI: 10.1109/TCOMM.2015.2411266
4. Gao H. Joint resource allocation and power control algorithm for cooperative D2D heterogeneous networks / H. Gao, S. Zhang, Y. Su, M. Diao // *IEEE Access*. – 2019. – Vol. 7. – P. 20632–20643. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2895975.
5. Muthanna A. Delay tolerant network model based on D2D communication / [A. Muthanna, A. A. Ateyar, K. Khakimov, M. Al-Bahri] // 4th MEC International Conference on Big Data and Smart City. – 2019. – № 6. – P. 37–66. DOI: 10.1109/ICBDSC.2019.8645609.
6. Бородин А. С. Метод построения сети связи на базе D2D-технологий с использованием дополнительных маршрутизаторов / А. С. Бородин, А. Е. Кучерявый, А. И. Парамонов // *Электросвязь*. – 2019. – Vol. 4. – С. 86–92.
7. Бородин А. С. Маршрутизация трафика в сети беспроводной связи, построенной на базе D2D-технологий / А. С. Бородин, А. И. Парамонов // *Электросвязь*. – 2019. – Vol. 2. – С. 38–44.
8. Булашенко А. В. Оцінка зв'язності D2D комунікацій у мережах 5G / А. В. Булашенко // *Вісник НТУУ «КПІ». Серія Радіотехніка, Радіоапаратобудування*. – 2020. – № 81. – С. 21–29. DOI: 10.20535/RADAP.2020.81.21-29.
9. Muthanna A. Enabling M2M Communication through MEC and SDN / [A. Muthanna, A. Khakimov, A. A. Ateya et al.] // *Communications in Computer and Information Science*. – 2018. – Vol. 919. – P. 95–105.
10. Бородин А. С. Особенности использования D2D-технологий в зависимости от плотности пользователей и устройств. / А. С. Бородин, А. Е. Кучерявый, А. И. Парамонов // *Электросвязь*. – 2018. – Vol. 10. – С. 40–45.
11. Jankowski N. Data regularization / N. Jankowski // *Neural Networks and Soft Computing : Fifth Conference, Zakopane, 6–10 June 2000 : proceedings*. – Częstochowa : Polish Neural Networks Society, 2000. – P. 209–214.
12. Хуссейн О. А. Анализ кластеризации D2D-устройств в сетях пятого поколения / О. А. Хуссейн, А. И. Парамонов, А. Е. Кучерявый // *Электросвязь*. – 2018. – Vol. 9. – С. 32–38.
13. Дао Ч.Н., Метод выбора стабильного маршрута в сети с подвижными узлами / Ч. Н. Дао, А. И. Парамонов // *Электросвязь*. – 2018. – Vol. 8. – С. 37–44.
14. Wang Z. Iterative greedy user clustering algorithm for D2D-relay in vehicular communication systems / Z. Wang, T. Zhou, H. Hu // *IEEE Microwaves, antennas and propagation*. – 2019. – Vol. 13, №8. – P. 1087–1095. DOI : 10.1049/iet-map.2018.6123.
15. Nuermaiti N. Modeling and Performance optimization of heterogeneous cellular and D2D networks / N. Nuermaiti, Z. Ma, X. Wu // 28th Wireless and optical communication conference (WOCC), 9–10 May 2019. – Beijing, 2019. 10.1109/WOCC.2019.8770597.
16. Guest Editorial Special Issue on 5G and beyond – mobile technologies and applications for IoT / [S. Mumtaz, A. Al-Dulaimi, V. Frascolla et al.] // *IEEE Internet of Things Journal*. – 2019. – Vol. 6, № 1. – P. 203–206. DOI: 10.1109/JIOT.2019.2896749.
17. Evans R. Fundamental Limits of Caching in Wireless D2D Networks / R. Evans // *IEEE Transactions on Information Theory*. – 2016. – Vol. 62, № 2. – P. 849–869. DOI: 10.1109/TIT.2015.2504556.

Received 05.02.2020.  
Accepted 08.12.2020.

УДК 621.39

### КОМБИНИРОВАННЫЙ КРИТЕРИЙ ВЫБОРА МАРШРУТИЗАЦИИ НА ОСНОВЕ D2D ТЕХНОЛОГИЙ

Булашенко А. В. – старший преподаватель кафедры теоретических основ радиотехники Национального технического университета Украины «Киевский политехнический институт имени Игоря Сикорского», Киев, Украина.

#### АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** Сети 5G способны улучшить существующие услуги и обеспечить новое качество услуг. Сети связи 5G объединяют в себе различные радиотехнологии и технологии фиксированных сетей связи, поэтому их часто называют гетерогенными, что подчеркивает их разницу от других сетей. Одними из основных особенностей таких сетей является сверхплотность и ультра малые задержки. Именно Интернет вещей является базовой составляющей концепции сверхплотных сетей. 3GPP предлагает планировать сети 5G исходя из условия, что в 1 км<sup>2</sup> является один миллион устройств. Также сети связи с ультра малыми задержками имеют большое влияние на методы построения сетей, особенно для концепции тактильного Интернета. Такие сети требуют децентрализации через требования к задержке в 1 мс. Это требует новых подходов построения сетей нового поколения, что является причиной развития новых технологий. Одной из таких технологий является технология устройство-устройство D2D (device-to-device). Эта технология позволяет уменьшить нагрузку на ядро сети благодаря использованию значительной доли трафика непосредственно между устройствами и позволяет уменьшить задержку при обеспечении услуг.

**Цель.** Цель работы заключается в том, чтобы создать оптимальный комбинированный критерий выбора эффективных маршрутов трафика в беспроводной сети на основе технологии D2D.

**Метод.** Многие современные работы посвящены изучению технологии D2D, но они не исчерпывающие в вопросах исследования маршрутизации в таких сетях. Достаточно объективным является исследование сетей, построенных на основе взаимодействия устройств между собой по технологии D2D, поскольку такие взаимодействия оказались эффективной технологией. Это, в свою очередь, предполагает разработку соответствующих методов маршрутизации в сетях, использующих технологию D2D, особенно с учетом свойства сверхплотности сетей 5G. В работе предложен критерий выбора маршрутов с учетом помех внутри каналов, образующих узлы сети. Этот критерий сочетает в себе выбор маршрутов по критериям длины и по критерию максимума пропускной способности.

**Результаты.** Разработанный комбинированный критерий выбора маршрутизации трафика в беспроводной сети, которая использует технологию D2D. Результаты исследования показаны графическими данными.

**Выводы.** Проведенные эксперименты подтвердили работоспособность и эффективность разработанного метода и позволяют рекомендовать этот метод для использования на практике в результате выбора маршрута с учетом тех свойств сети, что в большей степени отражаются на качестве маршрута.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** интернет вещей, устройство-устройство, маршрутизация, кластеризация.

## COMBINED CRITERION FOR THE CHOICE OF ROUTING BASED ON D2D TECHNOLOGY

**Bulashenko A. V.** – Senior Lecture of the Chair of Theoretical Foundations of Radio Engineering National Technical University of Ukraine «Igor Sikorsky Kyiv Polytechnic Institute», Kyiv, Ukraine.

### ABSTRACT

**Context.** 5G network is able to improve existing services and provide a new quality of services. 5G communication networks combine various radio technologies and technologies of fixed communication networks, therefore they are often called heterogeneous, which emphasizes their difference from other networks. One of the main features of such networks is over-density and ultra-low latency. It is the Internet of things that is the basic component of the concept of super dense networks. 3GPP suggests planning 5G networks based on the condition that 1 million devices is 1 km<sup>2</sup>. Also, ultra-low latency communications networks have a big impact on networking methods, especially for the tactile Internet concept. Such networks require decentralization through 1 ms delay requirements. This requires new approaches to building a new generation of networks, which is the reason for the development of new technologies. One such technology is D2D (device-to-device) technology. This technology allows you to reduce the load on the core of the network due to the use of a significant proportion of the traffic directly between devices and reduces the delay in providing services.

**Objective.** The goal of the work is to create an optimal combined criterion for choosing effective traffic routes in a wireless network based on D2D technology.

**Method.** Many modern works are devoted to the study of D2D technology, but they are not exhaustive in the study of routing in such networks. It is objective enough to study networks built on the basis of the interaction of devices with each other using D2D technology, since such interactions have proven to be effective technologies. This, in turn, involves the development of appropriate routing methods in networks using D2D technology, especially taking into account the property of over-density 5G networks. The paper proposes a criterion for selecting routes, taking into account interference within the channels forming the network nodes. This criterion combines the choice of routes according to the length criteria and the criterion of maximum throughput.

**Results.** A developed combined criterion for selecting traffic routing in a wireless network that uses D2D technology. The results of the study are shown in graphic data.

**Conclusions.** The experiments confirmed the efficiency and effectiveness of the developed method and allow us to recommend this method for practical use as a result of route selection, taking into account those network properties that are more likely to affect the quality of the route.

**KEYWORDS:** internet of things, device-device, routing, clustering.

### REFERENCES

1. Liu Z., Lu O., Wang W. Transmission capacity of D2D communication under heterogeneous networks with dual bands, *7th International ICST Conference on Cognitive Radio Oriented Wireless Networks and Communications (CROWNCOM)*, 2012, pp. 169–174.
2. Jankowski N., Grochowski M. Analytical modeling of mode selection and power control for underlay D2D communication in cellular networks, *IEEE Transactions on Communications*, 2014, Vol. 62, No. 11, pp. 4147–4161. DOI: 10.1109/TCOMM.2014.2363849.
3. Sakr A. H., Hossain E. Cognitive and energy Harvesting-based D2D communication in cellular networks: stochastic geometry modeling and analysis, *IEEE Transactions on Communications*, 2015, Vol 63, No. 5, pp. 1867–1880. DOI: 10.1109/TCOMM.2015.2411266
4. Gao H., Zhang S., Su Y. Joint resource allocation and power control algorithm for cooperative D2D heterogeneous networks, *IEEE Access*, 2019, Vol. 7, pp. 20632–20643. DOI: 10.1109/ACCESS.2019.2895975.
5. Muthanna A., Ateyar A. A., Khakimov K., Al-Bahri M. Delay tolerant network model based on D2D communication, *4th MEC International Conference on Big Data and Smart City*, 2019, No. 6, pp. 37–66. DOI: 10.1109/ICBDSC.2019.8645609.
6. Borodin A. S., Kucherjavij A. E., Paramonov A. I. Metod postroenija seti svjazi na baze D2D-tehnologij s ispol'zovaniem dopolnitel'nyh marshrutizatorov, *E'lektrosvyaz'*, 2019, Vol. 4, pp. 86–92.
7. Borodin A. S., Paramonov A. I. Marshrutizacija trafika v seti besprovodnoj svjazi, postroennoj na baze D2D-tehnologij, *Electrosvyaz magazine*, 2019, Vol. 2, pp. 38–44.
8. Bulashenko A. V. Ocinka zv'jaznosti D2D komunikacij u merezhah 5G, *Visnyk NTUU KPI Seriya – Radiotekhnika Radioaparotobuduvannia*, 2020, No. 81, pp. 21–29. DOI: 10.20535/RADAP.2020.81.21-29.
9. Muthanna A., Khakimov A., Ateya A. A., Paramonov A., Koucheryavy A. Enabling M2M Communication through MEC and SDN, *Communications in Computer and Information Science*, 2018, Vol. 919, pp. 95–105.
10. Borodin A. S., Kucherjavij A. E., Paramonov A. I. Osobnosti ispol'zovaniya D2D-tehnologij v zavisimosti ot plotnosti pol'zovatelej i ustrojstv, *Electrosvyaz magazine*, 2018, Vol. 10, pp. 40–45.
11. Jankowski N. Data regularization, *Neural Networks and Soft Computing : Fifth Conference, Zakopane, 6–10 June 2000 : proceedings*. Częstochowa, Polish Neural Networks Society, 2000, pp. 209–214.
12. Hussejn O. A., Paramonov A. I., Kucherjavij A. E. Analiz klasifikacii D2D-ustrojstv v setjah pjatogo pokolenija, *Electrosvyaz magazine*, 2018, Vol. 9, pp. 32–38.
13. Dao Ch. N., Paramonov A. I. Metod vybora stabil'nogo marshruta v seti s podvizhnymi uzlamy, *Electrosvyaz magazine*, 2018, Vol. 8, pp. 37–44.
14. Wang Z., Zhou T., Hu H. Iterative greedy user clustering algorithm for D2D-relay in vehicular communication systems, *IEEE Microwaves, antennas and propagation*, 2019, Vol. 13, No. 8, pp. 1087–1095. DOI: 10.1049/iet-map.2018.6123.
15. Nuermaimaiti N., Ma Z., Wu X. Modeling and Performance optimization of heterogeneous cellular and D2D networks, *28th Wireless and optical communication conference (WOCC), 9–10 May 2019, Beijing*, 2019. DOI: 10.1109/WOCC.2019.8770597.
16. Mumtaz S., Al-Dulaimi A., Frascolla V., Hassan S. A., Dobre O. A. Guest Editorial Special Issue on 5G and beyond – mobile technologies and applications for IoT, *IEEE Internet of Things Journal*, 2019, Vol. 6, No. 1, pp. 203–206. DOI: 10.1109/JIOT.2019.2896749.
17. Evans R. Fundamental Limits of Caching in Wireless D2D Networks, *IEEE Transactions on Information Theory*, 2016, Vol. 62, No. 2, pp. 849–869. DOI: 10.1109/TIT.2015.2504556



## THE OPTIMIZATION OF THE SHAPE AND SIZE OF THE INJECTION CONTACTS OF THE INTEGRATED P-I-N-STRUCTURES ON THE BASE OF USING THE CONFORMAL MAPPING METHOD

**Bomba A. Ya.** – Dr. Sc., Professor, Department of Computer Science and Applied Mathematics, National University of Water and Environmental Engineering, Rivne, Ukraine.

**Moroz I. P.** – PhD, Associate Professor, Department of Informatics and Applied Mathematics, Rivne State University of Humanity, Rivne, Ukraine.

**Boichura M. V.** – Junior Researcher, Scientific and Research Department, National University of Water and Environmental Engineering, Rivne, Ukraine.

### ABSTRACT

**Context.** P-i-n-diodes are widely used in a microwave technology to control the electromagnetic field. The field is controlled by the formation of an electron-hole plasma in the region of an intrinsic semiconductor (i-region) under the influence of a control current. The development of control devices on p-i-n-diodes has led to the emergence of integral p-i-n-structures of various types, the characteristics of which (for example, switching speed, switched power level, etc.) exceed the similar characteristics of volume diodes. The properties of p-i-n-structures are determined by a number of processes: the diffusion-drift charge transfer process, the recombination-generation, thermal, injection, and the so on. Obviously, these processes should be taken into account (are displayed) in the mathematical model of the computer-aided design system for control devices of a microwave systems. Integrated process accounting leads to the formulation of complex tasks. One of them is the task of optimizing the shape, geometric dimensions and placement of the injected contacts (an active region).

**Objective.** The goal of the work is the development of a mathematical model and the corresponding software of the process of a microwave waves interaction with electron-hole plasma in an active region of the surface-oriented integral p-i-n-structures with ribbon-type freeform contacts to optimize an active region shape and its geometric dimensions.

**Method.** The main idea of the developed algorithm is to use the conformal mapping method to bring the physical domain of the problem to canonical form, followed by solving internal boundary value problems in this area for the ambipolar diffusion equation and the wave equation using numerical-analytical methods (the finite difference method; partial domains method using projection boundary conditions similar to the Galerkin method). The optimization algorithm is based on a phased solution of the following problems (the shape and geometric dimensions of the active region are specified at each stage): a computational grid of nodes for the physical regions of the problem is being found, in an active region the carriers concentration distribution is being determined and the energy transmitted coefficient in the system under study is being calculated, which is used in the proposed optimization functional. The extreme values of the functional are found by the uniform search method.

**Results.** The proposed mathematical model and the corresponding algorithm for optimizing the shape and geometric dimensions of the active region (i-region) of integrated surface-oriented p-i-n-structures expands the tool base for the design of semiconductor circuits of microwave frequencies (for example, similar to CST MICROWAVE STUDIO).

**Conclusions.** An algorithm has been developed to optimize the shape and geometrical dimensions of the active region of integrated surface-oriented p-i-n-structures with in-depth contacts intended for switching millimeter-wave electromagnetic signals. The universality of the algorithm is ensured by applying the method of conformal transformations of spatial domains. The example of the application of the proposed algorithm to search for the optimal sizes of wedge-shaped (in cross-section) contacts of silicon structures is considered.

**KEYWORDS:** conformal mapping method, parameter optimization, ambipolar diffusion process, wave process, microwave electromagnetic field switches, integrated p-i-n structure.

### ABBREVIATIONS

EMW is an electromagnetic wave;  
EDM is an electrodynamic model;  
QHM is a quasi-hydrodynamic model;  
DDM is a diffusion-drift model.

### NOMENCLATURE

$b$  is a p-i-n-structure substrate thickness;  
 $d$  is a half period contact placement;  
 $D_p, D_n$  are the diffusion coefficients of holes and electrons, respectively;  
 $e$  is an electron's charge;  
 $\vec{E}$  is an electric field strength vector;  
 $E^{in}$  is an electrical component amplitude of the incident electromagnetic wave;

$E_i^{out}$  is an amplitude of the  $i$ -th wave mode passing through the p-i-n-structure in the electrodynamic tract;  
 $e_k^{(m)}, h_k^{(l)}$  are the  $k$ -th eigenfunctions of the electro-magnetic wave equation in a rectangular waveguide;  
 $h$  is a contact depth;  
 $\vec{H}$  is a magnetic field strength vector;  
 $J$  is a density of control current (injection current);  
 $j_{n,p}$  is a hole or an electron current density;  
 $k$  is a wavenumber;  
 $L$  is a domains contour;  
 $L_A, L_B$  are the rectangular waveguide dimensions;  
 $m_{n,p}^*$  is an effective mass of an electron or a hole;  
 $n$  is an electron's concentration;  
 $N_d$  is an alloying profile;  
 $p$  is a hole's concentration;

$S$  is the surfaces of the domains;  
 $S_w, S_p, S_n$  are the surfaces of the waveguide, the metal electrodes respectively;  
 $T$  is an energy transmission coefficient;  
 $V$  or  $G$  are the domains of the solving problems;  
 $w$  is a distance between p-i-, n-i-junctions;  
 $\alpha_p, \alpha_n$  are the charge recombination coefficients at p-i- or n-i-junction;  
 $\delta$  is an accuracy;  
 $\delta p, \delta n$  are the concentrations unbalanced holes and electrons;  
 $\tilde{\Delta}$  is a determinant of the Jacobi transformation matrix;  
 $\varepsilon$  is a dielectric permittivity;  
 $\varepsilon_L$  is a dielectric permittivity of a crystal grid;  
 $\varepsilon_0$  is an electrostatic constant;  
 $\lambda$  is a wavelength in an unlimited medium;  
 $\lambda_c$  is a conformal invariant;  
 $\mu_p, \mu_n$  are the mobilities of a hole and an electron;  
 $\nu_{n,p}$  is a collision frequency;  
 $\tau_p, \tau_n^*$  are the relaxation lifetimes of a hole and an electron;  
 $\varphi$  is an electrical potential;  
 $\omega$  is a circular oscillation frequency of an external electromagnetic field.

## INTRODUCTION

A microwave switch is an important element of a radar system. Semiconductor devices on the p-i-n-diodes are widely used for the electromagnetic fields switching [1, 2]. The switching process comes at the expense of formation in the active regions of diodes (i-region) of the electron-hole plasma (that shields the electromagnetic field). This is due to the injection of charge carriers from the contact (p-i, n-i) regions under a control current [1, 2].

The process of improving switches based on the p-i-n-diodes led to the appearance of integrated p-i-n-structures (specialized chip). Integrated surface-oriented p-i-n-structure is a plate made of silicon or other similar material, where a set of the injecting n-i and p-i junctions is formed on one of the sides [3–5], see Fig. 1a. The arrangement of the structure in a rectangular waveguide (in the YOZ plane) for the electromagnetic field control is shown schematically in Fig. 1b.

The basic characteristics of the microwave switch (field attenuation level, switching time, frequency characteristics) are determined by a kind, the geometry of the structure and the injection contacts, the parameters of the electron-hole plasma formed in the i-region (active region) of the p-i-n-structure. The study of switches properties at the design and optimization stage is based on a number of mathematical models. In particular, electrodynamic models (EDM), engineering approaches are used to establish the electrodynamic characteristics of a system; the equations of a quasi-hydrodynamic model (QHM) describe the properties of material media [1, 2, 6, 7]. In general formulation, the problem is complex, so different approximations are used. For example, characteristics are averaged; additional conditions are imposed on the proc-

esses of formation of an electron-hole plasma (for example, the influence of thermal effects is considered to be insignificant), on the course of the wave process in the system; the model ideas about the physical subdomains of the system are used, etc. Such simplifications provide the problem solving algorithm's performance, permit a general understanding about the behavior of the microwave switches on the p-i-n-structures, but simplified mathematical models do not allow to obtain adequate optimization algorithms.

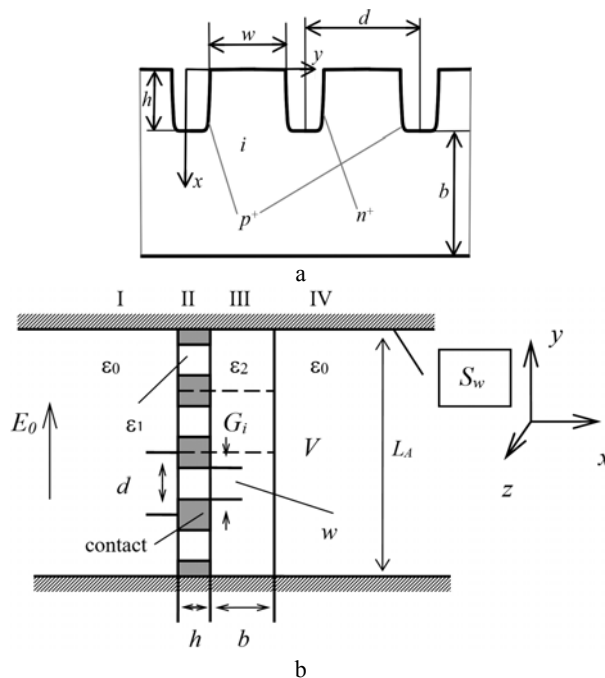


Figure 1 – Schematic representations of the p-i-n-structure (a) and the microwave switch (b)

**The object of study** is the processes in the semiconductor microwave control devices.

**The subject of study** is the methods and the tools for mathematical modeling of the physical processes in the switching devices on integral surface-oriented p-i-n-structures with an active region of an arbitrary configuration.

**The aim of the work** is the development of the mathematical model of the process of interaction of microwave waves with the electron-hole plasma of the active region of switching semiconductor surface-oriented integral p-i-n-structures, which taking into account, based on the use of complex analysis methods, the arbitrariness of the choice of the shape and geometric dimensions of the active region, and the procedure for selecting the parameters of the active region for ensuring optimal switching characteristics of the respective systems.

## 1 PROBLEM STATEMENT

Let the active region of the integrated surface-oriented p-i-n-structure be a chain of similar elements (region  $G_i$ , Fig. 1). The structure element is shown schematically in Fig. 2. Under the action of the control current electrons



and holes penetrate into the active region of the structure through the injecting n-i and p-i contacts respectively (circuit elements  $L_n$  and  $L_p$ , Fig. 2) and significantly change the electrodynamic characteristics of the active region. The p-i-n-structure is installed in a rectangular metal waveguide of the millimeter wavelength range. The waveguide is disturbed by the main  $TE_{10}$  mode with specified characteristics (amplitude, frequency, phase).

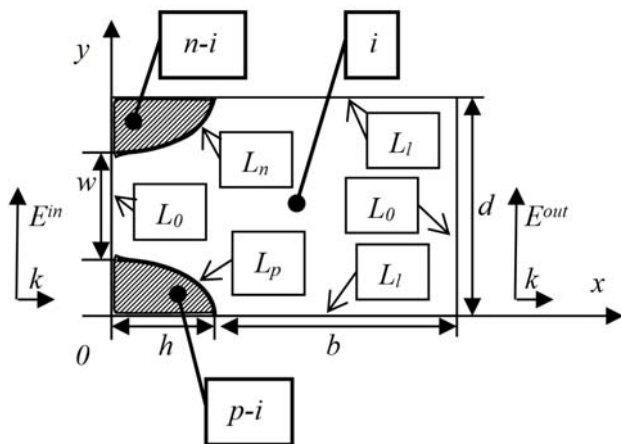


Figure 2 – 2D model of element of integrated p-i-n-structure ( $G$  domain, see Fig. 1b)

To assess the switching properties of an electrodynamic system, it is necessary to find the energy transmit coefficient in the switch:

$$T(J) = \sum_i \left| E_i^{out}(J) \right|^2 / \left| E^{in} \right|^2 \quad (1)$$

at the presence and absence of a control current. Unknowns  $E_i^{out}(J)$  are determined by solving an internal electrodynamic boundary value problem for an infinite rectangular metal waveguide with an inclusion (similar to [8–10]). The electrodynamic characteristics of the active region of the p-i-n-structure are described within the framework of the application of the QHM of the flow of the electron-hole current in semiconductors (similarly to [1, 2, 6–7]). The electrodes system is assumed to be ideally conducting.

One of the features of the problem is that the domain  $G$ , in general case, non-canonical. It contains curvilinear sections of its boundary ( $L_p, y = g_p(x, w, h)$ ;  $L_n, y = g_n(x, w, h)$  – the sections of injection contacts). And this makes it impossible to directly apply previously developed methods (for example [4,5]) for calculating the system electrodynamic characteristics. In this case, an important subproblem is to reduce the original problem in the curvilinear domain to the corresponding problem in the canonical domain using the developed special numerical procedure for conformal mappings. In addition, a condition is set for the development of an algorithm for finding the geometric dimensions ( $d - \tilde{w}, \tilde{h}$ ) of contacts for

a given shape to ensure, in a certain sense, the optimal characteristics of the corresponding technical system in order to increase the efficiency of its operation.

Below is the corresponding mathematical formulation of the problem described above.

## 2 REVIEW OF THE LITERATURE

The considered switches of the microwave field based on the integrated p-i-n-structures are a new type of the electrodynamic systems. The operation of the switches based on the integrated p-i-n-structures is based on the same physical principles as the operation of the traditional microwave switches on the bulk p-i-n-diodes. Accordingly, the similar mathematical models are used to formally describe these devices. However, these types of switches differ significantly in design and, accordingly, switches based on the integrated p-i-n-structures have characteristics that differ from the traditional switching systems. Let's briefly review the basic mathematical models.

Physical phenomena occurring in p-i-n-diodes in stationary, non-stationary and transient modes of operation can be studied in detail on the basis of a number of theoretical models. The diffusion-drift model (DDM) has become classic. The scope of the model is limited by the spatial characteristics of processes exceeding the relaxation lengths of the momentum and the energy of the charge carriers. For a sufficiently wide class of radioelectronics devices, this model provides good results. Such mathematical models are based on continuity equations [6, 7]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial p}{\partial t} &= -\frac{1}{e} \operatorname{div} \vec{j}_p - \frac{\delta p}{\tau_p^*}, \\ \frac{\partial n}{\partial t} &= \frac{1}{e} \operatorname{div} \vec{j}_n - \frac{\delta n}{\tau_n^*}; \end{aligned} \quad (2)$$

the hole and electron current density equations:

$$\begin{aligned} \vec{j}_p &= e \mu_p p \vec{E} - e D_p \operatorname{grad} p, \\ \vec{j}_n &= e \mu_n n \vec{E} + e D_n \operatorname{grad} n; \end{aligned} \quad (3)$$

and Maxwell's third equation:

$$\operatorname{div}(\epsilon_0 \epsilon \vec{E}) = e(p - n + N_d), \quad (\vec{E} = -\operatorname{grad} \varphi). \quad (4)$$

In the general case, the mobility and diffusion coefficients of electrons and holes are functions of the temperature and of the electric field strength  $\mu_n = \mu_n(T, E)$ ,  $\mu_p = \mu_p(T, E)$ ,  $D_n = D_n(T, E)$ ,  $D_p = D_p(T, E)$ . The relaxation times  $\tau_p^*$ ,  $\tau_n^*$  are also functions of temperature, concentration of holes, electrons and recombination centers. The kind of these functions depends on the recombination mechanism. In many practical cases only the Shockley-Read recombination is considered.

Since the p-contact (contour  $L_p$ , see Fig. 2) provides injection into the active region of holes only, and the n-contact (contour  $L_n$ ) of electrons only, the system of equations (1–3) is supplemented by the boundary conditions in the form:

$$\begin{aligned} e\mu_p p E_v - eD_p \frac{\partial p}{\partial v} - e\alpha_p p \Big|_{L_p} &= J_v, \\ e\mu_n n E_v + eD_n \frac{\partial n}{\partial v} - e\alpha_n n \Big|_{L_p} &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} e\mu_p p E_v - eD_p \frac{\partial p}{\partial v} - e\alpha_p p \Big|_{L_n} &= 0, \\ e\mu_n n E_v + eD_n \frac{\partial n}{\partial v} - e\alpha_n n \Big|_{L_n} &= J_v, \end{aligned} \quad (6)$$

$$\begin{aligned} e\mu_p p E_v - eD_p \frac{\partial p}{\partial v} - e\alpha_p p \Big|_{L_0} &= 0, \\ e\mu_n n E_v + eD_n \frac{\partial n}{\partial v} - e\alpha_n n \Big|_{L_0} &= 0. \end{aligned} \quad (7)$$

The recombination coefficients ( $\alpha_p, \alpha_n$ ) are introduced in a phenomenological way.  $J_v=J$  is the injection current.  $L_0$  is a contour of the surface of the integrated p-i-n-structure;  $\vec{v}$  is a normal vector to the  $L$  ( $L=L_p \cup L_n \cup L_0 \cup L_l$ ) contour, which bounds a domain  $G$ .

The boundary conditions for the potential have the form:

$$\phi|_{L_p} = U, \quad \phi|_{L_n} = 0. \quad (8)$$

where  $U$  is a potential difference (voltage) between the p-i-n-structure contacts.

Depending on the specific form of the boundary conditions for solving the system of equations (2–4), the corresponding analytical methods (for example, the method of separation of variables), combined analytical-numerical methods (for example, the method of partial domains), or numerical methods (for example, difference methods) are used.

The results of solving of the system of equations (1–3) with the boundary conditions (4–8) provide the opportunity to obtain the complex function that determines the dielectric permittivity  $\varepsilon(x, y)$  (response to the action of an external field) of the active region of p-i-n-structures [7]:

$$\varepsilon(x, y, J) = \varepsilon_L - \frac{e^2}{\varepsilon_0 \omega} \left( \frac{n(x, y, J)}{m_n^* (\omega - i\nu_n)} - \frac{p(x, y, J)}{m_p^* (\omega - i\nu_p)} \right). \quad (9)$$

The switch energy transmission coefficient (1) in the electrodynamic tract is found by solving the system of Maxwell's equations [8–10], which is written with respect

to complex amplitudes, in each of the selected subdomains I, II, III, IV (Fig. 1b) (EDM):

$$\begin{cases} \text{rot} \vec{H}_m = i\omega \hat{\varepsilon} \vec{E}_m, \\ \text{rot} \vec{E}_m = -i\omega \hat{\mu} \vec{H}_m, \end{cases} \quad (10)$$

where  $\vec{E}_m = \vec{E}_m(x, y, z), \vec{H}_m = \vec{H}_m(x, y, z)$  are vector functions that determine the strengths of electric and magnetic fields in the subdomains ( $m=1\dots 4$ ) of the electrodynamic system  $V$  (Fig. 1b);  $\hat{\varepsilon}, \hat{\mu}$  are the dielectric and magnetic permeability tensors of the medium, respectively. We note that in this problem, each subregion is isotropic, inhomogeneous, and nonmagnetic. It is reflected by a specific kind of tensors. The system of equations (11) is supplemented by the boundary conditions at the surface  $S_w$  of the waveguide and at the surfaces of the integrated structure metal electrodes  $S_p, S_n$ :

$$\begin{cases} \left[ \vec{v}, \vec{E} \right]_{S_w, S_p, S_n} = 0, \\ \left[ \vec{v}, \frac{\partial H}{\partial \zeta} \right]_{S_w, S_p, S_n} = 0, \end{cases} \quad (11)$$

where  $\vec{v}$  is normal to surfaces  $S_w, S_p, S_n$ ;  $\zeta$  is a local coordinate along the normal to the surfaces. Relations (11) take into account the ideal conductivity of the electric current by the walls of a waveguide. They determine the type of waves (modes) existing in the investigated regions.

The “bonding” of the problem (10–11) solutions in the partial regions is carried out by the projection boundary conditions of the form [8–10]:

$$\begin{aligned} \int_{S_{\perp}} [E^{(m)} - E^{(l)}, h_k^{(l)}] ds &= 0, \\ \int_{S_{\perp}} [e_k^{(m)}, H^{(m)} - H^{(l)}] ds &= 0, \end{aligned} \quad (12)$$

where  $S_{\perp}$  is a cross-section surface of a rectangular waveguide (domain  $V$ ).

The boundary conditions (12) are written in the form of a projection analog of the continuity condition of tangential constituents  $E_{\tau}$  and  $H_{\tau}$  at the junction of subregions. They are equivalent to the statement: the eigenfunctions of the subregion  $V_m$  are decomposed by the eigenfunctions of the subregion  $V_l$  and vice versa.

The waveguide is perturbed by the rectangular waveguide main mode  $TE_{10}$  (the process parameters such as



amplitude, oscillation frequency, phase, are given), which propagates in the  $x$ -axis direction.

In addition, the solutions of the system (10) must satisfy the perturbation and radiation partial conditions:

$$\begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix}_{x \leq 0} = \sum_n \left[ A_n^+(x) \begin{pmatrix} E_n^{(1)}(y, z) \\ H_n^{(1)}(y, z) \end{pmatrix} + B_n^-(x) \begin{pmatrix} E_n^{(1)}(y, z) \\ H_n^{(1)}(y, z) \end{pmatrix} \right],$$

$$\begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix}_{x \geq h+b} = \sum_n \left[ C_n^+(x) \begin{pmatrix} E_n^{(2)}(y, z) \\ H_n^{(2)}(y, z) \end{pmatrix} \right], \quad (13)$$

where  $A_n^+(x), C_n^+(x), B_n^-(x)$  are functions that describe the waves generated in the system, propagate along the  $x$ -axis and in the opposite direction respectively.

Obviously, in order to obtain the basic characteristics of microwave switches, the system of equations (10) (electrodynamic problem) and (2–4) (diffusion-drift problem) with the corresponding boundary conditions must be solved sequentially. Depending on the structure of the commuting system the boundary conditions are specified and simplifying assumptions are selected.

The problem of estimating the value of the energy transfer coefficient of a switch on an integrated surface-oriented p-i-n-structure with strip contacts is complicated by the fact that the i-region of the structure in general case non-canonical. The presence of a periodic lattice of electrodes on the surface of the p-i-n-structure further complicates the formulation and solution of the electrodynamic problem. Known from literary sources (for example, [11]) computational schemes in such cases use a specific record of the boundary conditions, which are presented in a complex form.

A feature of this study is the use of conformal mapping [12, 13] reduce non-canonical regions of the electrodynamic system to the canonical form. This approach takes into account the structural features of the switch in the integrated form and provides an opportunity to obtain a more universal algorithm for calculating the characteristics of the corresponding technical systems.

### 3 MATERIALS AND METHODS

Using decomposition approach the set task is reduced to a number of “subtasks”: 1) the problem of conformal mappings and the reduction of the original problem to the canonical domain; 2) to find the solution of the classical diffusion problem in the canonical domain; 3) to find the solution of classical electrodynamic problems in the conditions of “gluing” their solutions; 4) construction of a decision-making algorithm for optimizing parameters (the width of the base ( $d-w$ ) and the depression ( $h$ ) of the electrode are selected for a given shape).

1) One way to solve the problem of transforming physical domains to canonical form is to use the conformal mapping method [12–14] (the corresponding algorithm is numerically implemented on a computer, which ensures its universality).

Due to the symmetry of the  $G$  domain (Fig. 3a) we map its upper subdomain  $G'$  with the boundary  $\partial G' = ABCDE$  to the interior of the rectangle  $\tilde{G}' = \{(\tilde{x}, \tilde{y}): \tilde{x}_* < \tilde{x} < \tilde{x}^*, 0 < \tilde{y} < Q\}$  with border  $\partial \tilde{G}' = \tilde{A}\tilde{B}\tilde{C}\tilde{D}\tilde{E}$  ( $\tilde{z} = \tilde{x} + i\tilde{y}$ ) (Fig. 3b) under unknown (sought-for) functions  $\tilde{x} = \tilde{x}(x, y)$ ,  $\tilde{y} = \tilde{y}(x, y)$  and parameters  $Q, \tilde{E}$ .

The corresponding problem is to solve the Cauchy-Riemann system

$$\frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} = \frac{\partial \tilde{y}}{\partial y}, \quad \frac{\partial \tilde{x}}{\partial y} = -\frac{\partial \tilde{y}}{\partial x} \quad (14)$$

under the boundary conditions:

$$\begin{aligned} \tilde{x}|_{AB} &= \tilde{x}|_{y=0, 0 < x < h+b} = \tilde{x}_*, \\ \tilde{x}|_{CD} &= \tilde{x}|_{0 < x < h, y=g_n(x, w, h)} = \tilde{x}^*, \\ \tilde{y}|_{AED} &= \tilde{y}|_{(x=h+b, 0 < y < d) \cup (y=d, h < x < h+b)} = 0, \\ \tilde{y}|_{BC} &= \tilde{y}|_{x=0, 0 < y < 0.5w} = Q; \end{aligned} \quad (15)$$

$$\int_{MN} -\frac{\partial \tilde{x}}{\partial y} dx + \frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} dy = Q, \quad M \in BC, \quad N \in AED.$$

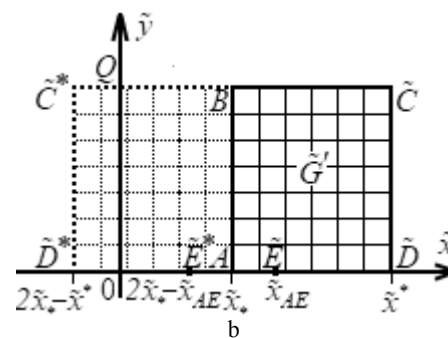
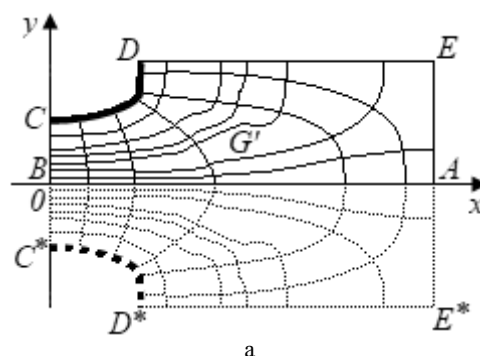


Figure 3 – Physical domain  $G'$  (a) and corresponding parametric domain  $\tilde{G}'$  (b)

As it is known [13], it is advisable to carry out inverse conformal mappings  $\tilde{G}' \rightarrow G'$  when the points  $\tilde{A}, \tilde{B}$ ,

$\tilde{C}$ ,  $\tilde{D}$  correspond to the points  $A$ ,  $B$ ,  $C$ ,  $D$ . Then the problem is reduced to finding in  $\tilde{G}'$  the solutions  $x = x(\tilde{x}, \tilde{y})$ ,  $y = y(\tilde{x}, \tilde{y})$  of the Laplace equations

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 x}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 x}{\partial \tilde{y}^2} = 0, \\ \frac{\partial^2 y}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 y}{\partial \tilde{y}^2} = 0, \forall (x, y) \in G' \end{cases} \quad (16)$$

under the following boundary conditions

$$\begin{aligned} 0 \leq x(\tilde{x}^*, \tilde{y}) \leq h+b, \quad y(\tilde{x}^*, \tilde{y}) = 0, \quad 0 \leq \tilde{y} \leq Q, \\ x(\tilde{x}, 0) = h+b, \quad 0 \leq y(\tilde{x}, 0) \leq 0.5d, \quad \tilde{x}_* \leq \tilde{x} \leq \tilde{x}_{AE}, \\ h \leq x(\tilde{x}, 0) \leq h+b, \quad y(\tilde{x}, 0) = 0.5d, \quad \tilde{x}_{AE} \leq \tilde{x} \leq \tilde{x}^*, \quad (17) \\ 0 \leq x(\tilde{x}^*, \tilde{y}) \leq h, \quad y(\tilde{x}^*, \tilde{y}) = g_n(x(\tilde{x}^*, \tilde{y}), w, h), \\ 0 \leq \tilde{y} \leq Q, \\ x(\tilde{x}, Q) = 0, \quad 0 \leq y(\tilde{x}, Q) \leq 0.5w, \quad \tilde{x}_* \leq \tilde{x} \leq \tilde{x}^* \end{aligned}$$

and the orthogonality conditions (which are simultaneously “connectedness” conditions) [13]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial x(\tilde{x}^*, \tilde{y})}{\partial \tilde{x}} = 0, \quad 0 \leq \tilde{y} \leq Q, \\ \frac{\partial y(\tilde{x}, 0)}{\partial \tilde{y}} = 0, \quad \tilde{x}_* \leq \tilde{x} \leq \tilde{x}_{AE}, \\ \frac{\partial x(\tilde{x}, 0)}{\partial \tilde{y}} = 0, \quad \tilde{x}_{AE} \leq \tilde{x} \leq \tilde{x}^*, \quad (18) \\ \frac{\partial x(\tilde{x}^*, \tilde{y})}{\partial \tilde{x}} + \frac{\partial g_n(x(\tilde{x}^*, \tilde{y}), w, h)}{\partial x} \frac{\partial y(\tilde{x}^*, \tilde{y})}{\partial \tilde{x}} = 0, \quad 0 \leq \tilde{y} \leq Q, \\ \frac{\partial y(\tilde{x}, Q)}{\partial \tilde{y}} = 0, \quad \tilde{x}_* \leq \tilde{x} \leq \tilde{x}^*. \end{aligned}$$

The problem (16–18) is written in the form of a difference analogue [11,13], using the first-order (left and right) difference schemes and the second-order central difference scheme in the form of:

$$\begin{cases} x_{i,j} = (x_{i+1,j} + x_{i-1,j} + \lambda_c^2(x_{i,j-1} + x_{i,j+1})) / (2(1 + \lambda_c^2)), \\ y_{i,j} = (y_{i+1,j} + y_{i-1,j} + \lambda_c^2(y_{i,j-1} + y_{i,j+1})) / (2(1 + \lambda_c^2)) \quad (19) \\ (1 \leq i \leq m, 1 \leq j \leq l); \end{cases}$$

$$\begin{aligned} 0 \leq x_{0,j} \leq h+b, \quad y_{0,j} = 0, \quad j = \overline{0, l+1}, \\ x_{i,0} = h+b, \quad 0 \leq y_{i,0} \leq 0.5d, \quad i = \overline{0, m_{AE}}, \\ h \leq x_{i,0} \leq h+b, \quad y_{i,0} = 0.5d, \quad i = \overline{m_{AE} + 1, m+1}, \quad (20) \\ 0 \leq x_{m+1,j} \leq h, \quad y_{m+1,j} = g_n(x_{m+1,j}, w, h), \quad j = \overline{0, l+1}, \\ x_{i,l+1} = 0, \quad 0 \leq y_{i,l+1} \leq 0.5w, \quad i = \overline{0, m+1}; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} x_{0,j} = x_{1,j}, \quad j = \overline{1, l}, \\ y_{i,0} = y_{i,1}, \quad i = \overline{1, m_{AE}}, \\ x_{i,0} = x_{i,1}, \quad i = \overline{m_{AE} + 1, m}, \quad (21) \\ x_{m+1,j} - x_{m,j} + \frac{\partial g_n(x_{m+1,j}, w, h)}{\partial x} (y_{m+1,j} - y_{m,j}) = 0, \\ j = \overline{1, l}, \\ y_{i,l+1} = y_{i,l}, \quad i = \overline{1, m}, \end{aligned}$$

where  $m_{AE}$  is number of nodes in the  $AE$  section (is determined in the process of solving the difference problem),  $x_{i,j} = x(\tilde{x}_i, \tilde{y}_j)$ ,  $y_{i,j} = y(\tilde{x}_i, \tilde{y}_j)$ ,  $(x_{i,j}, y_{i,j}) \in G'^{\lambda}$ , conformal invariant  $\lambda_c$  for domain  $\tilde{G}'^{\lambda} = \{(\tilde{x}_i, \tilde{y}_j)\}$ :  $\tilde{x}_i = \tilde{x}_* + i\Delta\tilde{x}$ ,  $i = \overline{0, m+1}$ ;  $\tilde{y}_j = j\Delta\tilde{y}$ ,  $j = \overline{0, l+1}$ ;  $\Delta\tilde{x} = \frac{\tilde{x}^* - \tilde{x}_*}{m+1}$ ,  $\Delta\tilde{y} = \frac{Q}{l+1}$ ,  $\lambda_c = \frac{\Delta\tilde{x}}{\Delta\tilde{y}}$ ,  $m, l \in \mathbf{N}$  is determined from condition of “conformal similarity in small” of the corresponding quadrilaterals of two domains [12]:

$$\lambda_c = \frac{1}{(m+1)(l+1)} \sum_{i=0}^m \sum_{j=0}^l \frac{a_{i,j} + a_{i,j+1}}{b_{i,j} + b_{i+1,j}}. \quad (22)$$

The following notations are used here:

$$\begin{aligned} a_{i,j} &= \sqrt{(x_{i+1,j} - x_{i,j})^2 + (y_{i+1,j} - y_{i,j})^2}, \\ b_{i,j} &= \sqrt{(x_{i,j+1} - x_{i,j})^2 + (y_{i,j+1} - y_{i,j})^2}. \end{aligned}$$

2) The diffusion-drift problem (similarly to [6,7]) is reduced to solving the system of the differential equations (2–4) in domain  $G$ ,  $G = G_1 \cup G_2 \cup (\partial G_1 \cap \partial G_2)$ ,  $G_1 = \{(x, y): 0 < x < h, g_p(x, w, h) < y < g_n(x, w, h)\}$ ,  $G_2 = \{(x, y): h < x < h+b, 0 < y < d\}$  with boundary conditions (5–7) on a closed contour  $L = L_{C^*D^*} \cup L_{D^*E^*} \cup L_{E^*E} \cup L_{ED} \cup L_{DC} \cup L_{CC^*}$  bounding domain  $G$  (Fig. 4). The transition from the three-dimensional physical region of the problem to the two-dimensional ( $G$ ) is due to the homogeneity of the integral p-i-n-structure along the OZ direction and the fulfillment of the condition  $d \ll L_B$ .

The periodicity property of the integrated p-i-n-structure gives possibility to consider the properties of only the selected element of the structure (Fig. 4). In this case, the conditions at the boundary of the elements ( $L_l$ ) are defined as follow:

$$\begin{aligned} n|_{L_l-0} = n|_{L_l+0}, \quad \frac{\partial n}{\partial v}|_{L_l-0} = \frac{\partial n}{\partial v}|_{L_l+0}, \\ p|_{L_l-0} = p|_{L_l+0}, \quad \frac{\partial p}{\partial v}|_{L_l-0} = \frac{\partial p}{\partial v}|_{L_l+0}. \quad (23) \end{aligned}$$



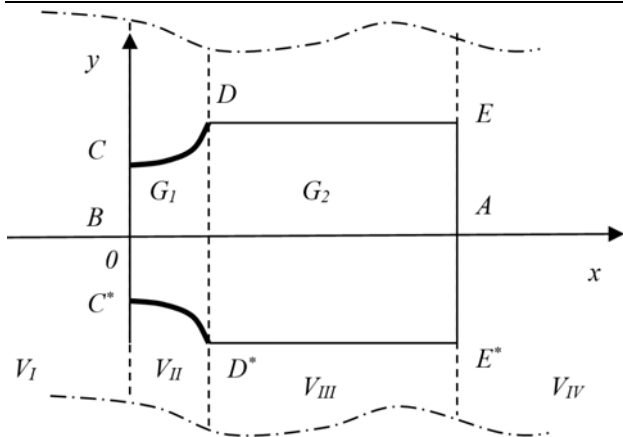


Figure 4 – The physical domain of the problem

We use some additional conditions. 1) The stationary process ( $\partial p/\partial t=0$ ,  $\partial n/\partial t=0$ ) is considered. This mode is typical of the microwave switch: the stationary distribution of charge carriers is established in the structure when the control current is supplied to the contacts (the switching time is much higher than the characteristic times of the dynamics of charge carriers in a semiconductor). 2) In general, the system of differential equations (2–4) is non-linear. This fact significantly complicates the process of problem solving and requires a detailed study of properties of the system and its solutions. However, if we assume that the process of charge carrier propagation takes place in a self-consistent field then the problem is greatly simplified. This mode is often observed in p-i-n-structures [4–7]. The terms containing the potential  $\phi$  are removed from the system (2–4) by substitution. We also use the approximation  $p \approx n$ , which is valid for the larger (central) part of the domain  $G$ , and the assumption  $\tau_n \approx \tau_p$ . As a result, the problem is reduced to solving the ambipolar diffusion equation [6,7] in the form:

$$\Delta n - \frac{n}{\tau D} = 0, \quad (24)$$

where  $D = \frac{2D_n D_p}{D_n + D_p}$  is the ambipolar diffusion coefficient,  $\Delta = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ . The following notation is used:  
 $D\tau = L_D^2$ .

Similarly, we obtain the boundary conditions at the boundaries of the domain  $G$  (Fig. 4):

$$\text{at } L_{C^*D^*} : \frac{\partial n}{\partial v} - \gamma_p n \Big|_{L_p} = -\frac{J_v}{2eD_p};$$

$$\text{at } L_{CD} : \frac{\partial n}{\partial v} + \gamma_n n \Big|_{L_n} = \frac{J_v}{2eD_n};$$

$$\text{at } L_{C^*C} \text{ and } L_{E^*E} : \frac{\partial n}{\partial v} - \gamma n \Big|_{L_0} = 0;$$

$$\text{at } L_{DE} \text{ and } L_{D^*E^*} : n \Big|_{L_1-0} = n \Big|_{L_1+0},$$

$$\frac{\partial n}{\partial v} \Big|_{L_1-0} = \frac{\partial n}{\partial v} \Big|_{L_1+0}. \quad (25)$$

where  $\gamma_{n,p}$ ,  $\gamma$  are charge recombination coefficients on the injection contact regions and surface of structure.

In the canonical domains, the solution of equation (24) with boundary conditions (25) is known. However, as it was shown above, the optimization problem (15) requires taking into account an arbitrary type of elements  $L_{CD}$ ,  $L_{C^*D^*}$  of the boundary of domain  $G$  (Fig. 4).

As a result of the change of coordinates  $x = x(\tilde{x}, \tilde{y})$ ,  $y = y(\tilde{x}, \tilde{y})$ , and the corresponding transformation of the considered region (16–18), the mathematical model of the process of ambipolar diffusion (24–25) of charge carriers in the region  $\tilde{G}$  takes the following form:

$$\frac{\partial^2 n}{\partial \tilde{x}^2} + \frac{\partial^2 n}{\partial \tilde{y}^2} - \frac{n}{L_D^2 \tilde{\Delta}} = 0, \quad (26)$$

where  $n(\tilde{x}, \tilde{y})$  is the concentration of charge carriers in the active region of p-i-n-structures,  $\tilde{\Delta} = \left(\frac{\partial \tilde{x}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{x}}{\partial y}\right)^2 = \left(\frac{\partial \tilde{y}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \tilde{y}}{\partial y}\right)^2$  is the determinant of the Jacobi transformation matrix.

Boundary conditions at  $\partial \tilde{G}$ :

$$\text{at } L_{C^*D^*} : \frac{\partial n}{\partial \tilde{x}} - \gamma_p n \Big|_{L_p} = -\frac{J_{\tilde{x}}}{2eD_p};$$

$$\text{at } L_{CD} : \frac{\partial n}{\partial \tilde{x}} + \gamma_n n \Big|_{L_n} = \frac{J_{\tilde{x}}}{2eD_n};$$

$$\text{at } L_{C^*C} \text{ та } L_{E^*E} : \frac{\partial n}{\partial \tilde{y}} - \gamma n \Big|_{L_0} = 0; \quad (27)$$

$$\text{at } L_{DE} \text{ та } L_{D^*E^*} : n \Big|_{L_1-0} = n \Big|_{L_1+0}, \quad \frac{\partial n}{\partial \tilde{y}} \Big|_{L_1-0} = \frac{\partial n}{\partial \tilde{y}} \Big|_{L_1+0}.$$

The following difference analogue is used to solve problem (26–27):

$$n_{i+1,j} - 2n_{i,j} + n_{i-1,j} + \lambda_c^2 (n_{i,j+1} - 2n_{i,j} + n_{i,j-1} - 0.25n_{i,j} ((x_{i,j+1} - x_{i,j-1})^2 + (y_{i,j+1} - y_{i,j-1})^2) / L_D^2) = 0, \\ i = -m, m, j = \overline{1, n},$$

$$\frac{n_{-m,j} - n_{-m-1,j}}{\Delta \tilde{x}} - \gamma_p n_{-m-1,j} = -\frac{J_{\tilde{x}}}{2eD_p}, j = \overline{1, n},$$

$$\frac{n_{m+1,j} - n_{m,j}}{\Delta \tilde{x}} + \gamma_n n_{m+1,j} = \frac{J_{\tilde{x}}}{2eD_n}, j = \overline{1, n},$$

$$\frac{n_{i,1} - n_{i,0}}{\Delta \tilde{y}} - \gamma n_{i,0} = 0, \quad i = \overline{-m_{AE}, m_{AE}}, \quad (28)$$

$$\frac{n_{i,n+1} - n_{i,n}}{\Delta \tilde{y}} - \gamma n_{i,n+1} = 0, \quad i = \overline{-m, m},$$

$$n_{i+1,0} - 2n_{i,0} + n_{i-1,0} + \lambda_c^2 (2n_{i,1} - 2n_{i,0} - n_{i,0} (y_{i,1} - y_{i,0})^2 / L_D^2) = 0, \\ i = \overline{-m, -m_{AE} - 1}, \quad i = \overline{m_{AE} + 1, m}.$$

The formed system of linear algebraic equations (28) is solved by stepwise fixing of  $n_{i,j}$  values at the boundary and inside the domain. The condition for the completion

of such an iterative process is  $\sum_{i,j=0}^{m+1,n+1} (n_{i,j}^{(r+1)} - n_{i,j}^{(r)}) < \delta$

where  $r$  is the iteration number.

3) The transmission coefficient of EMW (1) in the rectangular cross-section waveguide, containing the integrated p-i-n-structure (Fig. 1, b), is found by solving an electrodynamic problem (10–13) in the region  $V = \{(x,y,z): -\infty < x < \infty, 0 \leq y \leq L_A, 0 \leq z \leq L_B\}$ . The solution algorithm is based on the partial domain method [8–10]. According to this method, region  $V$  is divided into subdomains so that the medium properties are constant within the selected subdomains. There are four main subdomains in this problem:  $V_I = \{(x,y,z): -\infty < x < 0, 0 \leq y \leq L_A, 0 \leq z \leq L_B\}$ ,  $V_{II} = \{(x,y,z): 0 < x < h, 0 \leq y \leq L_A, 0 \leq z \leq L_B\}$ ,  $V_{III} = \{(x,y,z): h < x < h+b, 0 \leq y \leq L_A, 0 \leq z \leq L_B\}$ ,  $V_{IV} = \{(x,y,z): h+b < x < \infty, 0 \leq y \leq L_A, 0 \leq z \leq L_B\}$ , where I-st and IV-th have the same properties.

Let the system be perturbed by the  $TE_{10}$ -mode (for this type of waves  $E_x=0$ , the electrical components of the field are perpendicular to the propagation direction). The components of the EMW field (complex amplitudes) are known [8–10]:

$$H_x = -iE_{10} \frac{\pi}{\omega \mu_0 L_B} e^{-i \left( \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{L_B}\right)^2} \right) x} \cos\left(\frac{\pi z}{L_B}\right), \\ E_y = E_{10} e^{-i \left( \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{L_B}\right)^2} \right) x} \sin\left(\frac{\pi z}{L_B}\right), \quad (29) \\ H_z = E_{10} \frac{1}{\omega \mu_0} \left( \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{L_B}\right)^2} \right) e^{-i \left( \sqrt{\left(\frac{2\pi}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{\pi}{L_B}\right)^2} \right) x} \times \\ \times \sin\left(\frac{\pi z}{L_B}\right).$$

As a result of the interaction of EMW with the integrated p-i-n-structure in the waveguide, the system of  $TE_{mm}$  modes is perturbed. The components of the electromagnetic field in such modes are determined based on periodicity property of elements of the integrated structure and the Maxwell's system equations (10) under boundary conditions (11). In the region  $V_I$  the complex amplitudes of the field components are described by the following relations:

$$E_y = \left( E_{10}^{1+} \exp(-ik_1^{(1)}x) + E_{10}^{1-} \exp(ik_1^{(1)}x) \right) \sin g_1 z + \\ + \sum_{m=1}^{\infty} E_{1m}^{1-} \exp(\alpha_m x) \cos \alpha_m y \sin g_1 z, \\ E_z = - \sum_{m=1}^{\infty} E_{1m}^{1-} \frac{\alpha_m}{g_1} \exp(\alpha_m x) \sin \alpha_m y \cos g_1 z, \\ H_z = \frac{c}{\omega} k_1^{(1)} \left( E_{10}^{1+} \exp(-ik_1^{(1)}x) - E_{10}^{1-} \exp(ik_1^{(1)}x) \right) \sin g_1 z + \\ + \sum_{m=1}^{\infty} i \alpha_m E_{1m}^{1-} \exp(\alpha_m x) \cos \alpha_m y \sin g_1 z, \quad (30)$$

$$H_y = i \frac{c}{\omega} \sum_{m=1}^{\infty} E_{1m}^{1-} \frac{\alpha_m}{g_1} \exp(\alpha_m x) \sin \alpha_m y \cos g_1 z,$$

where  $\alpha_m = \frac{\pi m}{d}$ ;  $g_l = \frac{\pi l}{L_B}$ ;  $k_l^2 = k_r^2 - g_l^2$ ;

$k_r = \frac{2\pi}{\lambda} \sqrt{\epsilon_r \mu_r}$ ;  $\lambda = \frac{2\pi c}{\omega}$ ;  $r$  is a sub-domain number;  $\epsilon_{I,IV}=1$ ;  $\epsilon_{III}$  is defined by function (9), which is averaged within  $V_{III}$ ;  $\mu_r=1$ ;  $E_{lm}^{r+}$  are the amplitudes of the modes propagating along the OX direction,  $E_{lm}^{r-}$  are the amplitudes of modes propagating in the opposite direction to OX. The structure of the solutions of the problem (10–11) in the regions  $V_{III}$ ,  $V_{IV}$  has a similar form.

The corresponding dependencies are also obtained as a result of solving the second boundary value problem for the Helmholtz equation ( $\Delta_{\perp} H_z + k^2 H_z = 0$ ) relative the strength of the field magnetic component vector  $H_z$  in the domain  $\{(y,z): 0 \leq y \leq L_A, 0 \leq z \leq L_B\}$  [8–10], which is equivalent to problem (10–11).

The main difficulties are caused by the solution of the problem (10–11) in  $V_{II}$ , which is characterized by heterogeneity and anisotropy. This domain consists of the metal sub-regions of the injection contacts and semiconductor cells ( $G_1$ ) in which the electron-hole plasma is formed. It is known [8–10] that there is no electromagnetic field in metal (under ideal conditions, when the conductivity of the metal tends to infinity). Thus, electromagnetic waves do not penetrate into the volume of metal contacts. Regions ( $G_1$ ) are similar in shape to horn electrodynamic systems (a kind of irregular waveguide). It is also known [15, 16] that the search for solutions of the problem (10–13) in the irregular waveguides is a complex problem. One way for solving the problem is to convert the physical domain  $G_1$  to the canonical form, followed by a search

for solutions to the system of Maxwell's equations in a regular inhomogeneous waveguide. Since in the process of solving subproblem 2 we encounter similar problems, then, guided by the principle of unification, it is advisable to applying for a unified approach to the transformation of physical areas. Note, that transformation methods should take into account the arbitrary shape of the injection contacts.

For "bonding" solutions on the interfaces of subdomains, it needs to use the projection boundary conditions (12).

To search for the components of the electromagnetic field in the  $V_{II}$  region, we use the conformal mapping of its section in the XOY plane to a rectangle (an algorithm similar to (16–18) is used). This approach allows us to turn the section of the irregular waveguide  $V_{II}$  into the regular inhomogeneous waveguide  $\tilde{V}_{II}$ .

The statement of the problem (10–11) in the new coordinate system ( $\tilde{x} = \tilde{x}(x, y)$ ,  $\tilde{y} = \tilde{y}(x, y)$ ,  $z$ ) for TE modes ( $E_{\tilde{x}}=0$ ) takes the following form. We need to find solutions of the Maxwell's equations system:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{\partial H_z}{\partial \tilde{x}} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial y} + \frac{\partial H_z}{\partial \tilde{y}} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial y} - \frac{\partial H_y}{\partial z} = 0, \\ \frac{\partial H_x}{\partial z} - \frac{\partial H_z}{\partial \tilde{x}} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} - \frac{\partial H_z}{\partial \tilde{y}} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x} = i\omega \varepsilon_{av} \varepsilon_0 E_y, \\ \frac{\partial H_y}{\partial \tilde{x}} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} + \frac{\partial H_y}{\partial \tilde{y}} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial \tilde{x}} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial y} - \frac{\partial H_x}{\partial \tilde{y}} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial y} = \\ = i\omega \varepsilon_{av} \varepsilon_0 E_z, \\ \frac{\partial E_z}{\partial \tilde{x}} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial y} + \frac{\partial E_z}{\partial \tilde{y}} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial y} - \frac{\partial E_y}{\partial z} = -i\omega \mu_0 H_x, \\ \frac{\partial E_z}{\partial \tilde{x}} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} + \frac{\partial E_z}{\partial \tilde{y}} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x} = i\omega \mu_0 H_y, \\ \frac{\partial E_y}{\partial \tilde{x}} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} + \frac{\partial E_y}{\partial \tilde{y}} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x} = -i\omega \mu_0 H_z, \end{array} \right. \quad (31)$$

where  $E_y = E_y(\tilde{x}, \tilde{y}, z)$ ,  $E_z = E_z(\tilde{x}, \tilde{y}, z)$ ,  
 $H_x = H_x(\tilde{x}, \tilde{y}, z)$ ,  $H_y = H_y(\tilde{x}, \tilde{y}, z)$ ,  $H_z = H_z(\tilde{x}, \tilde{y}, z)$   
– required functions, which determine the components of EMW in the domain  $V_{II}$  under the conditions  $\left. \frac{\partial H_x}{\partial \zeta} \right|_{S_{\perp}} = 0$  ( $S_{\perp}$  – a contour of the cross-section of the waveguide region  $V_{II}$ ).

The boundary conditions determine the form of the desired functions of the problem as follows:

$$\begin{aligned} E_x &= 0, \\ H_x &= \sum_n \sum_m \tilde{H}_{nm}^{\tilde{x}+}(\tilde{x}) \cos\left(\frac{\pi n}{w} \left(\tilde{y} + \frac{w}{2}\right)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{L_B} z\right), \\ E_y &= \sum_n \sum_m \tilde{E}_{nm}^{\tilde{y}+}(\tilde{x}) \cos\left(\frac{\pi n}{w} \left(\tilde{y} + \frac{w}{2}\right)\right) \sin\left(\frac{\pi m}{L_B} z\right), \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_y &= \sum_n \sum_m \tilde{H}_{nm}^{\tilde{y}+}(\tilde{x}) \sin\left(\frac{\pi n}{w} \left(\tilde{y} + \frac{w}{2}\right)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{L_B} z\right), \quad (32) \\ E_z &= \sum_n \sum_m E_{nm}^{z+}(\tilde{x}) \sin\left(\frac{\pi n}{w} \left(\tilde{y} + \frac{w}{2}\right)\right) \cos\left(\frac{\pi m}{L_B} z\right), \\ H_z &= \sum_n \sum_m \tilde{H}_{nm}^{z+}(\tilde{x}) \cos\left(\frac{\pi n}{w} \left(\tilde{y} + \frac{w}{2}\right)\right) \sin\left(\frac{\pi m}{L_B} z\right). \end{aligned}$$

Note that functions (32) describe the process of EMW propagation along the OX axis. The components of an electromagnetic wave propagating in the opposite direction have a similar form. Substituting (32) into (31) turns the system of partial differential equations (31) into a system of ordinary differential equations:

$$\begin{aligned} & \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \left( \sum_n \left( \frac{d\tilde{H}_{mn}^{z+}}{d\tilde{x}} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial y} \cos(\beta_n(\tilde{y})) - \frac{\pi n}{w} \tilde{H}_{mn}^{z+} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial y} \sin(\beta_n(\tilde{y})) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\pi m}{L_B} \tilde{H}_{mn}^{\tilde{y}+} \sin(\beta_n(\tilde{y})) \right) \sin(\beta_k(\tilde{y})) \right) d\tilde{y} = 0, \\ & \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \left( \sum_n \left( - \frac{d\tilde{H}_{mn}^{z+}}{d\tilde{x}} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} \cos(\beta_n(\tilde{y})) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\pi n}{w} \tilde{H}_{mn}^{z+} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x} \sin(\beta_n(\tilde{y})) - \frac{\pi m}{L_B} \tilde{H}_{mn}^{\tilde{x}+} \cos(\beta_n(\tilde{y})) - \right. \right. \\ & \left. \left. - i\omega \varepsilon_{av} \varepsilon_0 \tilde{E}_{mn}^{\tilde{y}+} \cos(\beta_n(\tilde{y})) \right) \cos(\beta_k(\tilde{y})) \right) d\tilde{y} = 0; \\ & \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \left( \sum_n \left( \frac{d\tilde{H}_{mn}^{\tilde{y}+}}{d\tilde{x}} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} \sin(\beta_n(\tilde{y})) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\pi n}{w} \tilde{H}_{mn}^{\tilde{y}+} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x} \cos(\beta_n(\tilde{y})) - \frac{d\tilde{H}_{mn}^{\tilde{x}+}}{d\tilde{x}} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial y} \cos(\beta_n(\tilde{y})) + \right. \right. \\ & \left. \left. + \frac{\pi n}{w} \tilde{H}_{mn}^{\tilde{x}+} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial y} \sin(\beta_n(\tilde{y})) - i\omega \varepsilon_{av} \varepsilon_0 \tilde{E}_{mn}^{z+} \sin(\beta_n(\tilde{y})) \right) \right. \\ & \left. \sin(\beta_k(\tilde{y})) \right) d\tilde{y} = 0; \\ & \int_{-\frac{w}{2}}^{\frac{w}{2}} \left( \sum_n \left( \frac{d\tilde{E}_{mn}^{z+}}{d\tilde{x}} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial y} \sin(\beta_n(\tilde{y})) + \frac{\pi n}{w} \tilde{E}_{mn}^{z+} \cos(\beta_n(\tilde{y})) - \right. \right. \\ & \left. \left. - \frac{\pi m}{L_B} \tilde{E}_{mn}^{\tilde{y}+} \cos(\beta_n(\tilde{y})) + \right. \right. \\ & \left. \left. + i\omega \mu_0 \tilde{H}_{mn}^{\tilde{x}+} \cos(\beta_n(\tilde{y})) \right) \cos(\beta_k(\tilde{y})) \right) d\tilde{y} = 0; \end{aligned} \quad (33)$$



$$\begin{aligned} & \frac{w}{2} \int \left( \sum_n \left( \frac{d\tilde{E}_{mn}^{z+}}{d\tilde{x}} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} \sin(\beta_n(\tilde{y})) + \frac{\pi n}{w} \tilde{E}_{mn}^{z+} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x} \cos(\beta_n(\tilde{y})) - \right. \right. \\ & \left. \left. - i\omega\mu_0 \tilde{H}_{mn}^{\tilde{y}+} \sin(\beta_n(\tilde{y})) \right) \sin(\beta_k(\tilde{y})) \right) d\tilde{y} = 0; \\ & \frac{w}{2} \int \left( \sum_n \left( \frac{d\tilde{E}_{mn}^{\tilde{y}+}}{d\tilde{x}} \frac{\partial \tilde{x}}{\partial x} \cos(\beta_n(\tilde{y})) - \frac{\pi n}{w} \tilde{E}_{mn}^{\tilde{y}+} \frac{\partial \tilde{y}}{\partial x} \sin(\beta_n(\tilde{y})) + \right. \right. \\ & \left. \left. + i\omega\mu_0 \tilde{H}_{mn}^{z+} \cos(\beta_n(\tilde{y})) \right) \cos(\beta_k(\tilde{y})) \right) d\tilde{y} = 0, \end{aligned}$$

where  $\beta_n(\tilde{y}) = \frac{\pi n}{w} \left( \tilde{y} + \frac{w}{2} \right)$ ,  $E_{mn}^{\tilde{y}+}(\tilde{x})$ ,  $E_{mn}^{z+}(\tilde{x})$ ,  $H_{mn}^{\tilde{x}+}(\tilde{x})$ ,  $H_{mn}^{\tilde{y}+}(\tilde{x})$ ,  $H_{mn}^{z+}(\tilde{x})$  – desired complex functions.

The system of differential equations (33) is supplemented by initial conditions of the form (12). Moreover, in the  $x=0$  plane, the given is the value of the complex functions  $E_{mn}^{\tilde{y}+}(0)$ ,  $E_{mn}^{z+}(0)$ ,  $H_{mn}^{\tilde{x}+}(0)$ ,  $H_{mn}^{\tilde{y}+}(0)$ ,  $H_{mn}^{z+}(0)$ , determined from the boundary conditions of the form:

$$\begin{aligned} & \iint_{S_{\perp}} \left( \left( E_{10}^{1+} + E_{10}^{1-} \right) \sin\left(\frac{\pi}{L_B} z\right) + \sum_n E_{1n}^{1-} \cos\left(\frac{\pi n}{d} \left(y + \frac{d}{2}\right)\right) \times \right. \\ & \times \sin\left(\frac{\pi}{L_B} z\right) - \sum_n \left( \tilde{E}_{1n}^{2+}(0) + \tilde{E}_{1n}^{2-}(0) \right) \cos\left(\frac{\pi n}{w} \left(y + \frac{w}{2}\right)\right) \cdot \\ & \left. \sin\left(\frac{\pi}{L_B} z\right) \right) \cos\left(\frac{\pi k}{d} \left(y + \frac{d}{2}\right)\right) \sin\left(\frac{\pi}{L_B} z\right) ds = 0, \end{aligned} \quad (34)$$

where  $S_{\perp} = \left\{ (y, z) : -\frac{d}{2} \leq y \leq \frac{d}{2}, 0 \leq z \leq L_B \right\}$ ,  $E_{1n}^{2+}(0)$ ,

$E_{1n}^{2-}(0)$  – the amplitude incident on the 2nd boundary (in the plane  $x=h$ ) and reflected from the 2nd boundary of the modes, and the value  $E_{1n}^{2+}(0)$  is calculated on the basis of (34),  $E_{1n}^{2-}(0)$  is found by solving a system of equations similar to (33) with the initial conditions given for  $x=h$  ( $E_{mn}^{\tilde{y}-}(h)$ ,  $E_{mn}^{z-}(h)$ ,  $H_{mn}^{\tilde{x}-}(h)$ ,  $H_{mn}^{\tilde{y}-}(h)$ ,  $H_{mn}^{z-}(h)$ ), which in turn are determined from equations similar to (34).

4) The microwave switch must, under absence of a control current, ensure the maximum transmission of EMW energy and the minimum transmission of energy if it available. It is proposed to obtain the optimal characteristics of the system under study based on the fulfillment of the condition

$$T(\tilde{w}, \tilde{h}, j=0) - T(\tilde{w}, \tilde{h}, j \neq 0) \rightarrow \max. \quad (35)$$

The geometrical dimensions ( $(d - \tilde{w})$  – width,  $\tilde{h}$  – depth) of the injecting contacts here have the meaning of parameters, the values of which are set by the method of direct enumeration of possible options (determination of

ranges of optimal values on the basis of “trial measurements” with subsequent refinement). In this case, the shape of the profile of the contact areas is set by specifying the functions  $y = g_p(x, \tilde{w}, \tilde{h})$ ,  $y = g_n(x, \tilde{w}, \tilde{h})$  and additional restrictions are imposed on the size of the region  $G : 0 \leq \tilde{w} \leq d$ ,  $0 \leq \tilde{h} \leq h + b$ .

#### 4 EXPERIMENTS

On the basis of the proposed mathematical model, the algorithm has been developed that allows a series of computer examinations to be carried out. The input data for the algorithm are the parameters of the EMW (wave of the  $TE_{10}$  type,  $E_0 = 1$ ,  $f = 36$  GHz), the dimensions of the waveguide section ( $L_a = 7.2$  mm,  $L_b = 3.4$  mm), the repetition period of the elements of the p-i-n-structure ( $d \approx 30$   $\mu$ m), the thickness of the structure ( $h+b = 80$   $\mu$ m), the physical characteristics of silicon (are shown lower), the accuracy of the subtasks solving of each stage (~).

The algorithm describing the iterative process of the problem solving of reducing the physical region to the canonical form, the diffusion-drift problem, the electrodynamic problem with the analysis of the information received at the each stage, consists of the following steps.

The boundary of the studied region  $G'$  is set using functions  $y = g_n(x, w, h)$  and values  $w$ ,  $h$ ,  $b$ ,  $d$ ,  $m$  and  $l$  – the partitioning parameters of the regions (Fig. 3); the accuracy  $\delta$ , the values  $\tilde{x}_*$  on the segment  $AB$  and  $\tilde{x}^*$  – on  $CD$  (without loss of generality, we assume  $\tilde{x}_* = 0$ ,  $\tilde{x}^* = 1$ ), the initial approximations of the coordinates of the boundary, internal nodes and conformal invariants (using formulas (19–20) and (22) respectively) are set; we calculate

$$\Delta \tilde{x} = \frac{\tilde{x}^* - \tilde{x}_*}{m+1}.$$

The partitioning step  $\Delta \tilde{y}$  of the domain  $\tilde{G}^{\lambda}$ , the parameter  $Q$ , the coordinates of the internal nodes, the conformal invariants, and the boundary nodes are consistently refined according to the formulas  $\Delta \tilde{y} = \frac{\Delta \tilde{x}}{\lambda_c}$ ,  $Q = (l+1)\Delta \tilde{y}$ , as well as in accordance with (19–22).

If the conditions for completing the iterative process are not fulfilled [13], then the partitioning step of the region  $\tilde{G}^{\lambda}$  are refined, otherwise, a grid is constructed that corresponds to an element of the integrated p-i-n-structure with the help of nodal points  $(x_{i,j}, y_{i,j})$  ( $i = -m-1, m+1$ ,  $j = 0, n+1$ ) taking into account the corresponding symmetry  $(\tilde{x}_{i-m-1, j} = \tilde{x}_{m+1-i, j}$ ,  $\tilde{y}_{i-m-1, j} = \tilde{y}_{m+1-i, j}$ ).

Then, by point-to-point fixing of values, the system of linear algebraic equations (28) is solved.

The obtained distribution of charge carriers in the subregions  $G_1$  and  $G_2$  are averaged and used to determine the dielectric constant (9) of the active region.

The next step is the solution of the electrodynamic problem (33–34). The equations of type (34) form a system of linear algebraic equations, which are jointly solved with systems of equations of type (33). The solutions are obtained as a result of an iterative process of solving a system of equations of type (33–34). And the classical computational methods of Runge-Kutta and Gauss are used. The convergence of the process is proved experimentally.

The general idea of the algorithm for determining the optimal configuration of the shape and the size of the injecting contacts is to sort through all possible sets of values  $w \in [w_L, w_R]$  and  $h \in [h_B, h_T]$  with steps  $\Delta w = (w_R - w_L) / m_w$  and  $\Delta h = (h_T - h_B) / m_h$ , at which the functional (35) takes the maximum value, where  $w_L, w_R, h_B, h_T$  are the predefined left, right, lower and upper boundaries of the enumeration sections of the injecting contact configurations,  $m_w, m_h$  is the number of split points of the segments. The corresponding iterative step of finding the energy transmission coefficient in the switch is reduced to the sequential solution of subproblems (19–22) (for conformal mapping), (28) (for finding the distribution of charge carriers concentration), averaging of the concentration separately in regions  $G_1$  and  $G_2$ , calculating the permittivity by the formula (9), solving a system of equations of type (33–34) and functional (35).

### 5 RESULTS

We give two examples of mapping the grid of nodes of the canonical domain to the physical domain of the problem. In the case, when the boundary of the contact region (p-i- and n-i- junctions) is determined by the parameters  $w=2, h=2, b=8, d=4$  (relative units are used here) and function  $y=0.5(x(d-w)/h+w)$ , at the number of partition nodes  $m=100, l=400$  and  $\tilde{x}_* = 0, \tilde{x}^* = 1$ , the grid shown in Fig. 5a (wedge-shaped contact) is obtained. If the shape of the contour  $CD$  is described by a function of the form

$$y = 0.5w - \sqrt{1 - x^2 \left( 1 - (0.5(d-w)-1)^2 \right) / h^2} + 1 \quad \text{and} \quad l=464,$$

the grid of nodes is obtained as displayed in Fig. 5b. The results of similar calculations for the cross-section  $G_1$  of the active region  $V_{II}$  at  $m = 50, l = 36$  and  $m = 50, l = 43$  are shown in Fig. 5c and Fig. 5d respectively.

Fig. 6 shows the calculations results of the charge carriers concentration distribution for the case of determining section  $CD$  in the form of a straight line segment  $y=0.5(x(d-w)/h+w)$  for the following input data:  $m=100, l=400, d=0.003024$  cm,  $b=0.0070928$  cm,  $w=0.0012096$  cm,  $h=0.0009072$  cm,

$$\frac{\partial n}{\partial \tilde{x}} \Big|_{CD \cup C^* D^*} \rightarrow 0, \quad \frac{\partial n}{\partial \tilde{y}} \Big|_{C^* C^* \cup EE^*} \rightarrow 0,$$

$$\gamma_n = 10^5 \text{ cm}^{-1}, \quad \gamma_p = 2 \cdot 10^5 \text{ cm}^{-1}, \quad \tau = 10^{-4} \text{ s}, \quad J_{\min} = 10^{-3} \text{ A/cm}^2, \\ J_{\max} = 10 \text{ A/cm}^2, \quad D_p = 25 \text{ cm}^2/\text{s}, \quad D_n = 35 \text{ cm}^2/\text{s}.$$

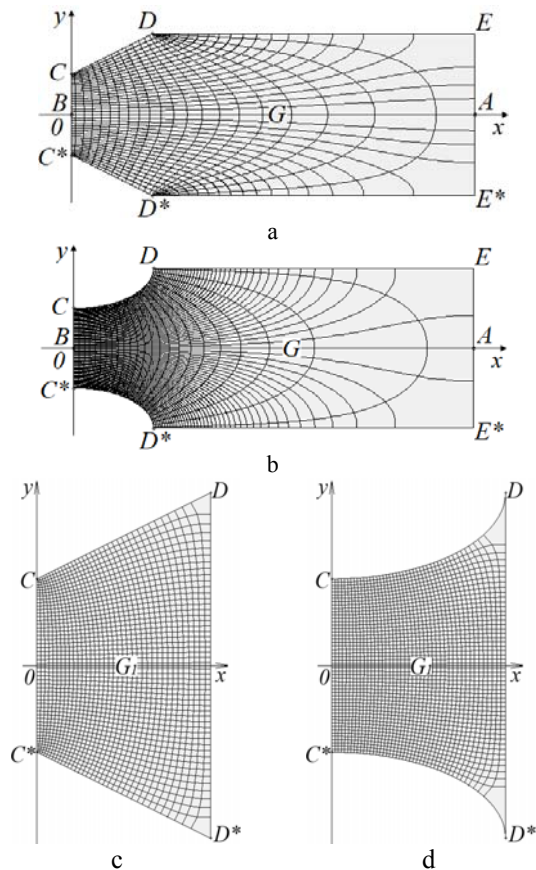


Figure 5 – Examples of computational grids for an element of the integrated p-i-n-structure  $G$  (a, b) and the cross-section  $G_1$  of the region  $V_{II}$  (c, d) at the form of a contact in the form of a straight line segment (contact region of a wedge-shaped shape) (a, c) and an ellipse section (b, d)

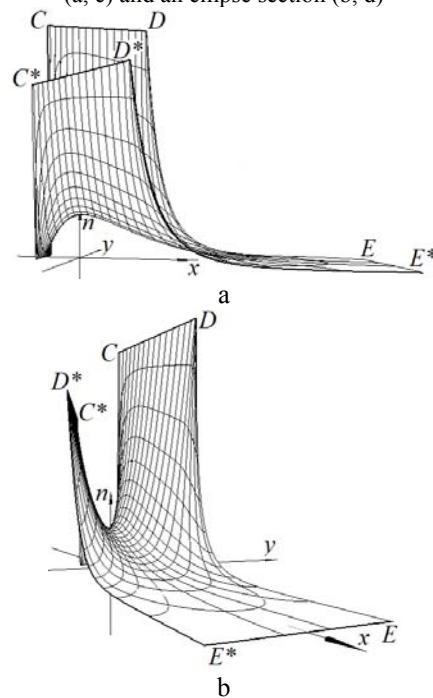


Figure 6 – Distribution of the concentration of charge carriers in the active region of p-i-n-structures in various angles of view (wedge-shaped contact region)

For a given shape of the contact region ( $y=0.5(x(d-w)/h+w)$  wedge-shaped contact), the dependences of the average concentration of electron-hole plasma ( $\langle n \rangle = \frac{1}{V_{G_i}} \iint n(x, y) dx dy$ ), the real and imaginary components of the dielectric constant (9) of the active region of the integrated p-i-n-structure on the value of the

parameters  $h, w, d$  are shown in Fig. 7 (parameters used:  $\epsilon_L=11, c=3 \cdot 10^8 \text{ m/s}, e=1.6 \cdot 10^{-19} \text{ C}, \epsilon_0=8.85 \cdot 10^{-12} \text{ F/m}, \omega=226.95 \cdot 10^9 \text{ rad/s}, v_n=25 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}, v_p=20 \cdot 10^{12} \text{ s}^{-1}, m_n=9.646 \cdot 10^{-31} \text{ kg}, m_p=5.096 \cdot 10^{-31} \text{ kg}$ ).

Typical  $T(w, h, j)$  behavior depending on the values of the parameters  $h, w, d$  and the contact shape is shown in Fig. 8.

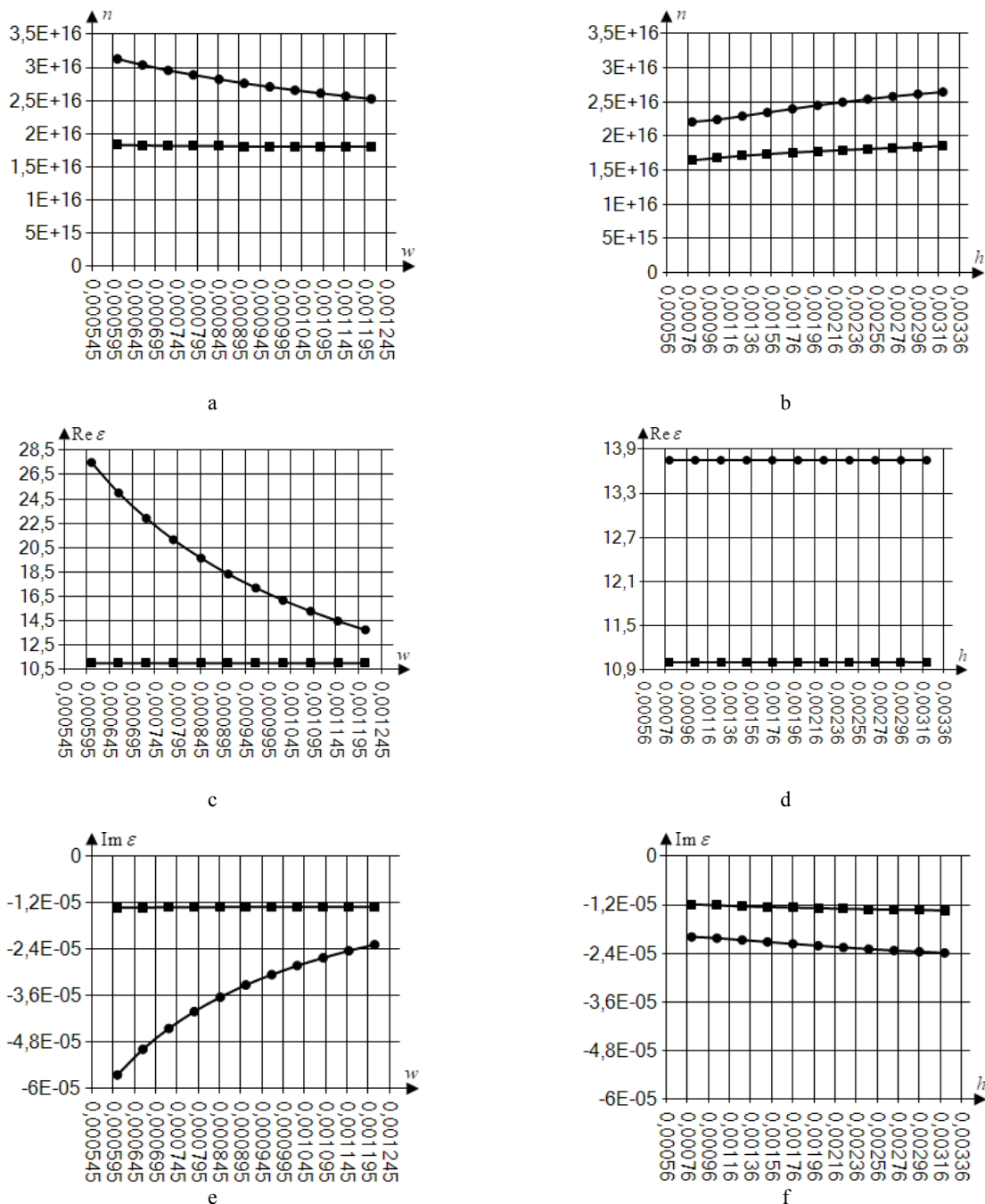


Figure 7 – Dependences of the average plasma concentration (a, b), the real (c, d) and imaginary (e, f) parts of the dielectric constant of the active region on the parameters  $w$  ( $h=0.0024$ ) (a, c, e) and  $h$  ( $w=0.0012096$ ) (b, d, f) in the  $G_1$  (line with circle markers) and  $G_2$  (line with square markers) domains



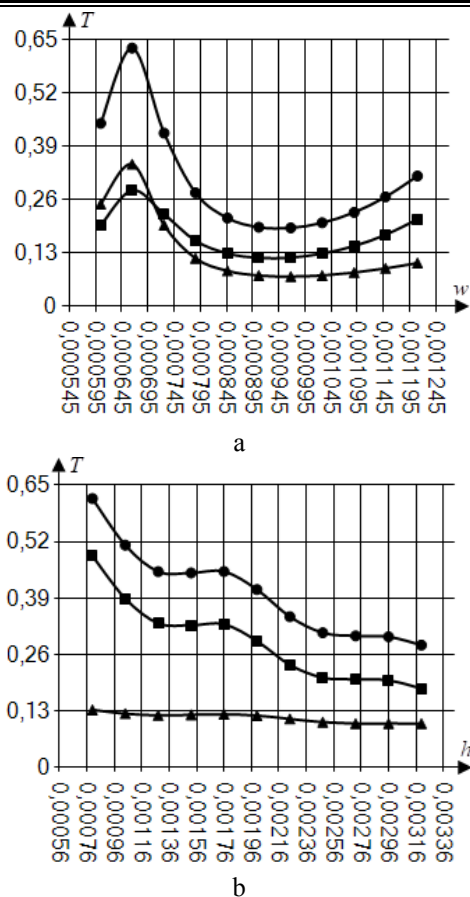


Figure 8 – Dependences of the EMW transmission coefficient in the absence (line with circle markers) and presence (line with square markers) of a control current on the parameters  $w$  ( $h=0.0024$ ) (a) and  $h$  ( $w=0.0012096$ ) (b); their difference is represented by a line with triangle markers

In the specific case of wedge-shaped contact shape, the following optimal values were obtained: the base of the wedge is  $d - \tilde{w} \approx 6.5 \mu\text{m}$ , and the height is  $\tilde{h} \approx 20 \mu\text{m}$ .

## 6 DISCUSSION

The numerical experiments results unquestioningly confirm the importance of the proposed approach of the conformal transformation of the physical region (active region of the integrated p-i-n-structure), which makes it possible to extend traditional modeling methods to cases of complex regions. In addition, there is an opportunity to optimize the characteristics of the switches on the integrated tape-type p-i-n-structures. We also note that the proposed numerical procedure of the conformal mapping method provides an optimal choice of the computational grid. In this case, the ratio between the parameters of dividing curvilinear quadrangular regions can be carried out in a semi-automatic mode, for example, when the corresponding constituent rectangles approach the squares.

The obtained results are consistent with the results of the studies, which are reflected in [4–6]. Note that the proposed algorithm differs from the existing ones in the accuracy of the model and universality, which makes it possible to use it, in particular, to solve the optimization problem.

Undoubtedly, the proposed approach can be easily transferred to the cases of inhomogeneous media, media with pronounced spatiality, cases of taking into account the dynamics of the medium, in particular, due to the inverse influence of the characteristics of the process on the characteristics of the medium [17].

Note: this task on conformal mappings can also be used to find the distribution of the potential lines  $\varphi$  and the field lines  $\psi$  ( $\tilde{x}$  corresponds to the equipotential lines  $\varphi=\varphi(x,y)$ ,  $\tilde{y}$  corresponds to the field lines  $\psi=\psi(x,y)$ ).

## CONCLUSIONS

As a result of the present research, mathematical and computer models of the process of interaction of microwave EMW with electron-hole plasma of the active region of integrated p-i-n-structures are obtained. The mathematical model allows to obtain a number of important characteristics of the switch: the EMW transmission coefficient through the switching system at a high / low level of control current (the structure insertion losses in the waveguide), the dielectric permittivity of the active region of p-i-n-structures, characterizes its electrodynamic properties; the distribution of charge carriers in the active region is established as a result of their injection from p-i and n-i junctions under the action of a control current. The obtained characteristics are consistent with the data obtained using the one-dimensional model of the process of ambipolar diffusion of the model of averaging the electrodynamic characteristics of layers of the integrated structure.

**The scientific novelty** of obtained results is that the proposed mathematical model takes into account the structural features of the injected contacts of the integrated circuit, which in essence is a p-i-n-structure, and in a certain sense is universal. Such a result was achieved by using the method of conformal mappings to reduce the physical areas of the problem to a canonical form. The approach proposed in this paper allows to carry out a procedure for optimizing the shape and geometric dimensions of an element of a p-i-n-structure and injection contacts, in particular, with arbitrary sets of input data of the switching system (operating frequency, type of semiconductor material, etc.).

**Prospects for further research.** The constructed mathematical model is characterized by an increased level of detail of the processes in the system under study compared to existing models and, accordingly, an increased level of complexity, which, in turn, requires the attraction of significant resources of computing systems. Therefore, this work provides an example of the application of the developed optimization algorithm for only one type of (wedge-shaped) injection contacts. The general optimization procedure requires a separate, more detailed study. In addition, the questions of the heating influence of the electron-hole plasma of the p-i-n-structure by the control current and of the effect of the shape and geometric dimensions of the injected contacts on the heat balance of the system remain open. Obviously, these factors must be taken into account when solving the optimization problems of microelectronics.

## REFERENCES

1. Pozar M. *Microwave Engineering*. New York, Wiley, 2010, 736 p.
2. Kwok K. *Complete Guide to Semiconductor Devices*. New York, Wiley-Interscience, 2002, 740 p.

3. Mortenson K. E., Borrego J. M., Bakeman P. E., Gutmann R. J. Microwave silicon windows for high-power broad-band switching applications, *IEEE J. Solid-State Circuits*, 1969, Vol. 4, No. 6, pp. 413–421.
4. Koshevaya S. V. Kishenko Ya. I., Smoilovskii M. I., and Trapezon V. A. Fast wideband modulators on p-i-n structures, *Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Radioelektron.; Radioelectron. Commun. Syst.*, 1989, No. 10, pp. 14–23.
5. Koshevaya S., Moroz I., Grimalsky V., Tecpoyolt-Torres M., Escobedo-Alatorre J. Comparison of Volume and Integrated P-I-N Modulators in Millimeter Wave Range, *International Journal of Infrared and Millimeter Waves*, 2005, Vol. 26, No. 3, pp. 387–408.
6. Sze S., Kwok K. Physics of Semiconductor Devices. New York, Wiley-Interscience, 2006, 815 p.
7. Grundmann M. The Physics of Semiconductors. Berlin, New York, Springer, 2006, 689 p.
8. Collin R. E. Foundations for microwave engineering. New York, Wiley IEEE Press, 2001, 944 p.
9. Shestopalov V. P., Kirilenko A. A., and Rud' L. A. Resonance Wave Scattering, Vol. 2: Waveguide Discontinuities. Kiev, Naukova Dumka, 1986, 216 p. [in Russian].
10. Il'insky A. S., Slepjan A. Ja., Slepjan G. Ja. Propagation, diffraction and dissipation of electromagnetic waves. London, UK, The IEE and Peter Peregrinus Ltd. Publ., Electromagnetic Waves (Series 36), 1993, 275 p.
11. Samarskii A. A. The Theory of Difference Schemes. Boca Raton, CRC Press, 2001, 786 p. DOI: 10.1201/9780203908518.
12. Fuchs B. A., Shabat B. V. Functions of a complex variable and some of their applications, Pergamon Press, 1964, 458 p. DOI: 10.1016/C2013-0-01663-5.
13. Bomba A. Ya., Kashtan S. S., Skopetskii V. V. Nonlinear Inverse Boundary-Value Problems of Conformal Mapping with a Controlling Potential, *Cybernetics and Systems Analysis*, 2004, Vol. 40 (1), pp. 58–65. DOI: 10.1023/B: CASA.0000028100.70341.57.
14. Bomba A. Ya., Kuzlo M. T., Michuta O. R., Boichura M. V. On a method of image reconstruction of anisotropic media using applied quasipotential tomographic data, *Mathematical Modeling and Computing*, 2019, Vol. 6 (2), pp. 211–219. DOI: 10.23939/mmc2019.02.211.
15. Katsenelenbaum B. Marcader del Rio L., Perreyaslavets M., Sorolla Auza M., Thumm M. Theory of Nonuniform Waveguides, IEE Series, London, 1998, 272 p. DOI: 10.1049/PBEW044E.
16. Bomba A., Moroz I. Mathematical Modeling of Electromagnetic Fields in Irregular Waveguide, *2019 IEEE 20th International Conference on Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE), 15–18 Sept. 2019*. Lviv-Slavske, 2019, pp. 1–4. DOI: 10.1109/CPEE47179.2019.8949094.
17. Bulavatsky V. M. Fractional Differential Analog of Biparabolic Evolution Equation and Some Its Applications, *Cybernetics and Systems Analysis*, 2016, Vol. 52, pp. 737–747. DOI: 10.1007/s10559-016-9875-5.

Received 12.04.2020.

Accepted 15.02.2021.

УДК 519.6:621.382.233

#### ОПТИМІЗАЦІЯ ФОРМИ І РОЗМІРУ ІНЖЕКТУЮЧИХ КОНТАКТІВ ІНТЕГРАЛЬНИХ P-I-N-СТРУКТУР НА ОСНОВІ ВИКОРИСТАННЯ МЕТОДУ КОНФОРМНИХ ВІДОБРАЖЕНЬ

**Бомба А. Я.** – д-р техн. наук, професор кафедри комп'ютерних наук та прикладної математики Національного університету водного господарства та природокористування, Рівне, Україна.

**Мороз І. П.** – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедри інформатики та прикладної математики Рівненського державного гуманітарного університету, Рівне, Україна.

**Бойчуря М. В.** – м.н.с. науково-дослідної частини Національного університету водного господарства та природокористування, Рівне, Україна.

#### АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** P-i-n-діоди широко використовуються у техніці надвисоких частот для управління електромагнітним полем. Керування полем здійснюється за рахунок формування в області власного напівпровідника (i-області) електронно-діркової плазми під дією керуючого струму. Розвиток керуючих пристроїв на p-i-n-діодах привів до появи інтегральних p-i-n-структур різних типів, характеристики яких (наприклад, швидкодія, рівень комутованої потужності тощо) перевищують аналогічні характеристики об'ємних діодів. Властивості p-i-n-структур визначають ряд процесів: дифузійно-дрейфовий процес перенесення зарядів, рекомбінаційно-генераційні, теплові, інжекції тощо. Очевидно, що зазначені процеси повинні враховуватись (знаходити відображення) у математичній моделі системи комп'ютерного проектування керуючих пристроїв надвисокочастотних систем. Комплексне врахування процесів приводить до постановки складних задач. Одна із них – задача оптимізації форми, геометричних розмірів та розміщення інжектуючих контактів (активної області).

**Мета.** Полягає у розробці математичної моделі та відповідного їй програмного комплексу процесу взаємодії надвисокочастотних хвиль з електронно-дірковою плазмою в активній області напівпровідникових комутуючих поверхнево-орієнтованих інтегральних p-i-n-структур з контактами стрічкового типу для проведення процедури оптимізації форми та геометричних розмірів активної області.

**Метод.** Основна ідея розробленого алгоритму – застосування методу конформних відображень для приведення фізичної області задачі до канонічного вигляду з подальшим розв'язанням на даній області внутрішніх крайових задач для рівняння амбіполярної дифузії та хвильового рівняння чисельно-аналітичними методами (використано метод скінченних різниць, частинних областей із застосуванням проєкційних граничних умов, аналог методу Гальоркіна). В основі оптимізаційного алгоритму лежить поетапне розв'язання (при заданих на кожному етапі формі та геометричних розмірах активної області) наступних задач: знаходиться розрахункова сітка вузлів для фізичних областей задачі, розраховується розподіл концентрації носіїв заряду в активній області, обчислюється коефіцієнт передачі енергії в досліджуваній системі, який входить в запропонований оптимізаційний функціонал. Екстремальні значення функціоналу знаходяться методом рівномірного пошуку.

**Результати.** Запропонована математична модель та відповідний результативний алгоритм оптимізації форми та геометричних розмірів активної області (i-області) інтегральних поверхнево-орієнтованих p-i-n-структур розширює інструментальну базу для проектування напівпровідникових схем надвисоких частот (аналогічних, наприклад, CST MICROWAVE STUDIO).

**Висновки.** Розроблено алгоритм оптимізації форми та геометричних розмірів активної області інтегральних поверхнево-орієнтованих p-i-n-структур з заглибленими контактами, що призначені для комутації електромагнітних сигналів міліметрового діапазону. Універсальність алгоритму забезпечується застосуванням методу конформних відображень просторових областей. Розглянуто приклад застосування запропонованого алгоритму для пошуку оптимальних розмірів клиновидних (в поперечному розрізі) контактів кремнієвих структур.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** метод конформних відображень, оптимізація параметрів, процес амбіполярної дифузії, хвильовий процес, комутатор електромагнітного поля надвисоких частот, p-i-n-структура.

## ОПТИМИЗАЦИЯ ФОРМЫ И РАЗМЕРА ИНЖЕКЦИОННЫХ КОНТАКТОВ ИНТЕГРАЛЬНЫХ P-I-N-СТРУКТУР НА ОСНОВЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ МЕТОДА КОНФОРМНЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ

**Бомба А. Я.** – д-р техн. наук, профессор кафедры компьютерных наук и прикладной математики Национального университета водного хозяйства и природопользования, Ровно, Украина.

**Мороз И. П.** – канд. физ.-мат. наук, доцент кафедры информатики и прикладной математики Ровенского государственного гуманитарного университета, Ровно, Украина.

**Бойчуря М. В.** – м.н.с. научно-исследовательского сектора Национального университета водного хозяйства и природопользования, Ровно, Украина.

### АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** P-i-n-диоды широко используются в технике сверхвысоких частот для управления электромагнитным полем. Управление полем осуществляется за счет формирования в области собственного полупроводника (i-области) электронно-дырочной плазмы под действием управляющего тока. Развитие управляющих устройств на p-i-n-диодах привело к появлению интегральных p-i-n-структур различных типов, характеристики которых (например, быстродействие, уровень коммутируемой мощности и т.д.) превышают аналогичные характеристики объемных диодов. Свойства p-i-n-структур определяют ряд процессов: диффузионно-дрейфовый процесс переноса зарядов, рекомбинационно-генерационные, тепловые, инжекции и тому подобное. Очевидно, что указанные процессы должны учитываться (находить отражение) в математической модели системы компьютерного проектирования управляющих устройств сверхвысокочастотных систем. Комплексный учет процессов приводит к постановке сложных задач. Одна из них – задача оптимизации формы, геометрических размеров и размещения инжекционных контактов (активной области).

**Цель.** Заключается в разработке математической модели и соответствующего ей программного комплекса процесса взаимодействия сверхвысокочастотных волн с электронно-дырочной плазмой в активной области полупроводниковых коммутирующих поверхностно-ориентированных интегральных p-i-n-структур с контактами ленточного типа для проведения процедуры оптимизации формы и геометрических размеров активной области.

**Метод.** Основная идея разработанного алгоритма – применение метода конформных отображений для приведения физической области задачи к каноническому виду с последующим решением на данной области внутренних краевых задач для уравнения амбиполярной диффузии и волнового уравнения численно-аналитическими методами (использован метод конечных разностей, частных областей с применением проекционных граничных условий, аналог метода Галеркина). В основе оптимизационного алгоритма лежит поэтапное решение (при заданных на каждом этапе форме и геометрическим размерам активной области) следующих задач: находится расчетная сетка узлов для физических областей задачи, рассчитывается распределение концентрации носителей заряда в активной области, вычисляется коэффициент передачи энергии в исследуемой системе, входящий в предложенный оптимизационный функционал. Экстремальные значения функционала находятся методом равномерного поиска.

**Результаты.** Предложенная математическая модель и соответствующий результативный алгоритм оптимизации формы и геометрических размеров активной области (i-области) интегральных поверхностно-ориентированных p-i-n-структур расширяет инструментальную базу для проектирования полупроводниковых схем сверхвысоких частот (аналогичных, например, CST MICROWAVE STUDIO).

**Выводы.** Разработан алгоритм оптимизации формы и геометрических размеров активной области интегральных поверхностно-ориентированных p-i-n-структур с углубленными контактами, предназначенных для коммутации электромагнитных сигналов миллиметрового диапазона. Универсальность алгоритма обеспечивается применением метода конформных отображений пространственных областей. Рассмотрен пример применения предложенного алгоритма для поиска оптимальных размеров клинообразных (в поперечном разрезе) контактов кремниевых структур.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** метод конформных отображений, оптимизация параметров, процесс амбиполярной диффузии, волновой процесс, коммутатор электромагнитного поля сверхвысоких частот, p-i-n-структура.

### ЛІТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Pozar M. Microwave Engineering / M. Pozar. – New York : Wiley, 2010. – 736 p.
2. Kwok K. Complete Guide to Semiconductor Devices / K. Kwok. – New York : Wiley-Interscience, 2002. – 740 p.
3. Microwave silicon windows for high-power broad-band switching applications / [K. E. Mortenson, J. M. Borrego, P.E. Bakeman, R. J. Gutmann] // IEEE J. Solid-State Circuits. – 1969. – Vol. 4. – No. 6. – P. 413–421.
4. Koshevaya S. V. Fast wideband modulators on p-i-n structures / [S. V. Koshevaya, Ya. I. Kishenko, M. I. Smoilovskii, and V. A. Trapezon] // Izv. Vyssh. Uchebn. Zaved., Radioelektron.; Radioelectron. Commun. Syst. – 1989. – No. 10. – P. 14–23.
5. Comparison of Volume and Integrated P-I-N Modulators in Millimeter Wave Range / [S. Koshevaya, I. Moroz, V. Grimalsky et al] // International Journal of Infrared and Millimeter Waves. – 2005. – Vol. 26, No. 3. – P. 387–408.
6. Sze S. Physics of Semiconductor Devices / S. Sze, K. Kwok. – New York : Wiley-Interscience, 2006. – 815 p.
7. Grundmann M. The Physics of Semiconductors / M. Grundmann. – Berlin, New York: Springer, 2006. – 689 p.
8. Collin R.E. Foundations for microwave engineering / R. E. Collin. – New York : Wiley IEEE Press, 2001. – 944 p.
9. Shestopalov V. P. Resonance Wave Scattering, Vol. 2: Waveguide Discontinuities / V. P. Shestopalov, A. A. Kirilenko, and L. A. Rud'. – Kiev : Naukova Dumka, 1986. – 216 p. [in Russian].
10. Il'insky A. S. Propagation, diffraction and dissipation of electromagnetic waves / A. S. Il'insky, A. Ja. Slepjan, G. Ja. Slepjan. – London, UK : The IEE and Peter Peregrinus Ltd. Publ., Electromagnetic Waves (Series 36), 1993. – 275 p.
11. Samarskii A. A. The Theory of Difference Schemes / A. A. Samarskii. – Boca Raton : CRC Press, 2001. – 786 p. DOI: 10.1201/9780203908518.
12. Fuchs B.A. Functions of a complex variable and some of their applications / B. A. Fuchs, B. V. Shabat. – Pergamon Press, 1964. – 458 p. DOI: 10.1016/C2013-0-01663-5.
13. Bomba A. Ya. Nonlinear Inverse Boundary-Value Problems of Conformal Mapping with a Controlling Potential / A. Ya. Bomba, S. S. Kashtan, V. V. Skopetskii // Cybernetics and Systems Analysis. – 2004. – Vol. 40 (1). – P. 58–65. DOI: 10.1023/B:CASA.0000028100.70341.57.
14. On a method of image reconstruction of anisotropic media using applied quasipotential tomographic data / [A. Ya. Bomba, M. T. Kuzlo, O. R. Michuta, M. V. Boichura] // Mathematical Modeling and Computing. – 2019. – Vol. 6 (2). – P. 211–219. DOI: 10.23939/mmc2019.02.211.
15. Katsenelenbaum B. Theory of Nonuniform Waveguides / [B. Katsenelenbaum, L. Marcader del Rio, M. Perreyaslavets et al]. – IEE Series, London, 1998. – 272 p. DOI: 10.1049/PBEW044E.
16. Bomba A. Mathematical Modeling of Electromagnetic Fields in Irregular Waveguide / A. Bomba, I. Moroz // 2019 IEEE 20th International Conference on Computational Problems of Electrical Engineering (CPEE), 15–18 Sept. 2019. – Lviv-Slavske, 2019. – P. 1–4. DOI: 10.1109/CPEE47179.2019.8949094.
17. Bulavatsky V.M. Fractional Differential Analog of Biparabolic Evolution Equation and Some Its Applications / V. M. Bulavatsky // Cybernetics and Systems Analysis. – 2016. – Vol. 52. – P. 737–747. DOI: 10.1007/s10559-016-9875-5.



## APPROXIMATE SOLUTIONS FOR THE KOLMOGOROV-WIENER FILTER WEIGHT FUNCTION FOR CONTINUOUS FRACTIONAL GAUSSIAN NOISE

**Gorev V. N.** – PhD, Assistant of the Department of Information Security and Telecommunications, Dnipro University of Technology, Dnipro, Ukraine.

**Gusev A. Yu.** – PhD, Associate Professor, Professor of the Department of Information Security and Telecommunications, Dnipro University of Technology, Dnipro, Ukraine.

**Korniienko V. I.** – Dr. Sc., Professor, Head of the Department of Information Security and Telecommunications, Dnipro University of Technology, Dnipro, Ukraine.

### ABSTRACT

**Context.** We consider the Kolmogorov-Wiener filter for forecasting of telecommunication traffic in the framework of a continuous fractional Gaussian noise model.

**Objective.** The aim of the work is to obtain the filter weight function as an approximate solution of the corresponding Wiener-Hopf integral equation. Also the aim of the work is to show the convergence of the proposed method of solution of the corresponding equation.

**Method.** The Wiener-Hopf integral equation for the filter weight function is a Fredholm integral equation of the first kind. We use the truncated polynomial expansion method in order to obtain an approximate solution of the corresponding equation. A set of Chebyshev polynomials of the first kind is used.

**Results.** We obtained approximate solutions for the Kolmogorov-Wiener filter weight function for forecasting of continuous fractional Gaussian noise. The solutions are obtained in the approximations of different number of polynomials; the results are obtained up to the nineteen-polynomial approximation. It is shown that the proposed method is convergent for the problem under consideration, i.e. the accuracy of the coincidence of the left-hand and right-hand sides of the integral equation increases with the number of polynomials. Such convergence takes place due to the fact that the correlation function of continuous fractional Gaussian noise, which is the kernel of the corresponding integral equation, is a positively-defined function.

**Conclusions.** The Kolmogorov-Wiener filter weight function for forecasting of continuous fractional Gaussian noise is obtained as an approximate solution of the corresponding Fredholm integral equation of the first kind. The proposed truncated polynomial expansion method is convergent for the problem under consideration. As is known, one of the simplest telecommunication traffic models is the model of continuous fractional Gaussian noise, so the results of the paper may be useful for telecommunication traffic forecast.

**KEYWORDS:** Kolmogorov-Wiener filter weight function, continuous fractional Gaussian noise, Chebyshev polynomials of the first kind, telecommunication traffic forecast, method convergence.

### NOMENCLATURE

$T$  is the time interval along which the input data are observed;

$k$  is the time interval for which the forecast should be made;

$h(t)$  is the Kolmogorov-Wiener filter weight function;

$H$  is the Hurst exponent;

$S_n(t)$  are the Chebyshev polynomials of the first kind which are orthogonal on the time interval  $t \in (0, T)$ ;

$R(t)$  correlation function of fractional Gaussian noise.

### INTRODUCTION

The problem of telecommunication traffic forecast is a topical problem of telecommunications. Traffic in telecommunication systems with data burst transfer is a self-similar process [1]. It should be stressed that self-similar processes take place in a huge variety of different systems (see, for example, [2]), and their forecast is investigated not only for telecommunication traffic, but also for other systems (see, for example, [3, 4]).

One of the simplest models of self-similar telecommunication traffic is the model where the traffic is con-

sidered to be a fractional Gaussian noise [1]. In [5] it is stressed that it is reasonable to consider traffic as a continuous random process because of a large amount of data. So, in a simple model the traffic can be treated as a continuous fractional Gaussian noise.

Fractional Gaussian noise is a stationary random process, so the Kolmogorov-Wiener filter may be used in order to investigate the traffic forecast. This paper is devoted to the obtaining of the weight function of the corresponding filter. In this paper we consider only the case where the Hurst exponent  $H > 0.5$ .

The weight function under consideration obeys a Fredholm integral equation of the first kind [6]. We propose to use the truncated polynomial expansion method in order to obtain an approximate solution of the corresponding integral equation. The correlation function of fractional Gaussian noise, which is the kernel of the considered integral equation, is a positively-defined function [7], so the proposed method should be convergent.

The obtained results may be important for forecasting of telecommunication self-similar traffic.

**The object of study** is the Kolmogorov-Wiener filter for continuous fractional Gaussian noise.

**The subject of study** is the weight function of the corresponding filter.

**The aim of the work** is to obtain the corresponding weight function as an approximate solution of the Fredholm integral equation of the first kind. Also the aim of the work is to show the convergence of the truncated polynomial expansion method for the problem under consideration.

### 1 PROBLEM STATEMENT

As is known [6], the Kolmogorov-Wiener weight function obeys the Wiener-Hopf integral equation

$$\int_0^T d\tau h(\tau) R(t-\tau) = R(t+k). \quad (1)$$

The correlation function of continuous fractional Gaussian noise for  $H > 0.5$  is as follows [7]

$$R(t) = 2H(2H-1)\sigma^2 |t|^{2H-2}, \quad (2)$$

where  $\sigma$  is the process variance. After substitution of (2) into (1) one can obtain

$$\int_0^T d\tau h(\tau) |t-\tau|^{2H-2} = (t+k)^{2H-2}, \quad t \in (0, T), \quad (3)$$

where the fact that  $k > 0$ , and obviously  $t+k > 0$ , is used. The problem is to obtain the function  $h(\tau)$  as an approximate solution of the integral equation (3).

### 2 REVIEW OF THE LITERATURE

As is known, traffic in telecommunication systems with data burst transfer is a self-similar process, and one of the simplest self-similar traffic models is the model of fractional Gaussian noise [1]. Fractional Gaussian noise is a stationary random process [7], so its forecast may be obtained on the basis of the Kolmogorov-Wiener filter. According to [5], the traffic is considered as a continuous random process, which is reasonable in case of a large amount of data.

In the case of a continuous process the Kolmogorov-Wiener weight function obeys a Fredholm integral equation of the first kind [6]. An exact analytical solution of such an equation meets difficulties, so we use the truncated polynomial expansion method in order to obtain an approximate solution of the corresponding equation.

In our previous papers [8–10] we investigated the corresponding method for the case of fractal processes with a power-law structure function. In [8] we used polynomials which are orthogonal on the time interval  $t \in (0, T)$  without weight, and in [9, 10] we used the Chebyshev polynomials of the first and second kind, respectively. It was shown that the behavior of the method convergence is identical for all the polynomial sets investigated in [8–10], and the method is not necessarily convergent for frac-

tal processes with a power-law structure function. The reason is as follows. The method convergence is guaranteed [11] if the kernel of the corresponding integral equation is a positively-defined function. As can be seen from eq. (1), the kernel of the integral equation under consideration coincides with the correlation function of the random process under consideration. The correlation function of a fractal random process with a power-law structure function is not a positively-defined function, so for that case the method convergence is not guaranteed.

But, as is known [7], in the case where  $H > 0.5$  the correlation function of fractional Gaussian noise, in contrast to the correlation function of a process with a power-law structure function, is a positively-defined function. So the truncated polynomial expansion method should be convergent for the problem under consideration. In this paper a set of Chebyshev polynomials of the first kind is used.

### 3 MATERIALS AND METHODS

In the framework of the truncated polynomial expansion method [8–10] the function  $h(\tau)$ , which is the solution of the integral equation (3), is sought as a truncated orthogonal polynomial series

$$h(\tau) = \sum_{m=0}^{l-1} g_m^{[l]} S_m(\tau), \quad (4)$$

where  $l$  is the number of polynomials and  $g_m^{[l]}$  are coefficients multiplying the polynomials. The function  $h(\tau)$  in the form (4) is the solution in the  $l$ -polynomial approximation.

The polynomials  $S_m(\tau)$  should be orthogonal on  $\tau \in (0, T)$ . In this paper this set is constructed on the basis of the Chebyshev polynomials of the first kind. As is known [12], the explicit expressions for the Chebyshev polynomials of the first kind are

$$T_m(x) = \sum_{j=0}^{[m/2]} C_m^{2j} (x^2 - 1)^j x^{m-2j}, \quad (5)$$

where  $[y]$  is the integer part of  $y$  and

$$C_m^{2j} = \frac{m!}{(2j)!(m-2j)!}. \quad (6)$$

As is shown in [9], the following orthogonality relation is valid:

$$\int_0^T T_n\left(\frac{2y}{T}-1\right) T_m\left(\frac{2y}{T}-1\right) w(y) dy = \frac{T}{2} A_n \delta_{nm}, \quad (7)$$

where

$$w(y) = \left( 1 - \left( \frac{2y}{T} - 1 \right)^2 \right)^{-1/2}, \quad A_n = \begin{cases} \pi, n = 0; \\ \pi/2, n \neq 0, \end{cases} \quad (8)$$

and

$$\delta_{mn} = \begin{cases} 1, m = n; \\ 0, m \neq n, \end{cases} \quad (9)$$

is the Kronecker delta. So, the polynomials

$$S_n(t) = T_n \left( \frac{2t}{T} - 1 \right) \quad (10)$$

are orthogonal on  $t \in (0, T)$  with the weight  $w(t)$ , and they may be used in the expansion (4).

By substituting (4) into (3) one can obtain

$$\sum_{m=0}^{l-1} g_m^{[l]} \int_0^T d\tau S_m(\tau) |t - \tau|^{2H-2} = (t+k)^{2H-2}, \quad (11)$$

and by multiplying both sides of (11) by  $S_n(t)$  and integrating over  $t$  one can obtain the following set of linear algebraic equations

$$\sum_{m=0}^{l-1} g_m^{[l]} G_{mn} = B_n, \quad n = \overline{0, l-1}, \quad (12)$$

where  $G_{mn}$  are the so-called integral brackets

$$G_{mn} = \int_0^T \int_0^T dt d\tau S_n(t) S_m(\tau) |t - \tau|^{2H-2} \quad (13)$$

and the coefficients  $B_n$  are calculated as

$$B_n = \int_0^T d\tau S_n(t) (t+k)^{2H-2}, \quad (14)$$

the functions  $S_n(t)$  are taken from (10).

Let us discuss the properties of the integral brackets (13). First of all, if we interchange the integration variables in (13), we obtain

$$G_{mn} = \int_0^T \int_0^T dt d\tau S_n(t) S_m(\tau) |t - \tau|^{2H-2} = \{t \leftrightarrow \tau\} = \int_0^T \int_0^T d\tau dS_n(\tau) S_m(t) |t - \tau|^{2H-2} = G_{nm}, \quad (15)$$

so the integral brackets obey the property

$$G_{mn} = G_{nm}. \quad (16)$$

Let us make the following change of the variables:

$$G_{mn} = \left\{ x = \frac{2\tau}{T} - 1, y = \frac{2t}{T} - 1 \right\} = \frac{T^2}{4} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 dx dy \left( S_n \left( \frac{T(x+1)}{2} \right) \times \right. \\ \left. \times S_m \left( \frac{T(y+1)}{2} \right) \left| \frac{Tx}{2} - \frac{Ty}{2} \right|^{2H-2} \right). \quad (17)$$

On the basis of (13) and (17) one can see that

$$G_{mn} = \frac{T^2}{4} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 dx dy T_n(x) T_m(y) \left| \frac{Tx}{2} - \frac{Ty}{2} \right|^{2H-2} = \\ = \{x \rightarrow -x, y \rightarrow -y\} = \frac{T^2}{4} \int_{-1}^1 \int_{-1}^1 dx dy T_n(-x) T_m(-y) \left| \frac{Tx}{2} - \frac{Ty}{2} \right|^{2H-2}. \quad (18)$$

As can be seen from (5), the following property is valid:

$$T_n(x) = \begin{cases} T_n(-x), n: 2; \\ -T_n(-x), n: 1, \end{cases} \quad (19)$$

which leads to the fact that

$$T_n(x) T_m(y) = -T_n(-x) T_m(-y), \quad (20)$$

if  $m, n$  are of different parity.

So on the basis of (20) and (18) it can be seen that

$$G_{mn} = -G_{mn} \Rightarrow G_{mn} = 0, \quad (21)$$

if  $m, n$  are of different parity.

So the integral brackets obey the properties (16) and (21). This fact significantly reduces the computing time, because by a straightforward calculation one should calculate  $G_{mn}$  only for  $m \geq n$  where  $m, n$  are of the same parity.

The algorithm of the weight function calculation is as follows. First of all, one should calculate the integral brackets  $G_{mn}$  and the coefficients  $B_n$  (see (13) and (14)). Then the set of linear algebraic equations (12) for the coefficients  $g_m^{[l]}$  should be solved. The approximate solution of the integral equation (3) in the  $l$ -polynomial approximation is given by expression (4). In this paper the corresponding numerical results are obtained with the help of the Wolfram Mathematica package.

#### 4 EXPERIMENTS

Of course, an interesting question is whether the proposed method is convergent. The kernel of the integral equation (3) is a positively-defined function, so the trun-



cated polynomial expansion method should be convergent for the problem under consideration.

In order to check the convergence of the method we numerically compare the left-hand and the right-hand sides of the integral equation (3) for different numbers of polynomials. The integral on the left-hand side of eq. (3) is numerically calculated with the help of the Wolfram Mathematica as

$$\int_0^T d\tau h(\tau) |t - \tau|^{2H-2} = \int_0^t d\tau h(\tau) (t - \tau)^{2H-2} + \int_t^T d\tau h(\tau) (\tau - t)^{2H-2}. \quad (22)$$

The numerical investigation is made for the set of parameters

$$T = 100, k = 3, H = 0.8. \quad (23)$$

In what follows the comparison of the left-hand and the right-hand sides of the integral equation (3) is illustrated by graphs where the dotted line illustrates the graph for the left-hand side and the solid line illustrates the right-hand side.

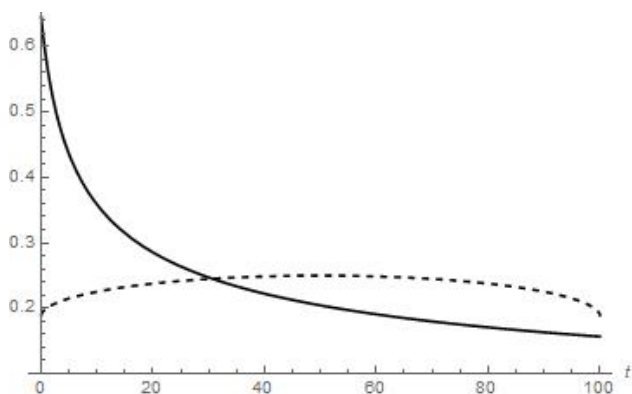


Figure 1 – Comparison of the left-hand and right-hand sides of eq. (3) for parameters (23) for the one-polynomial approximation

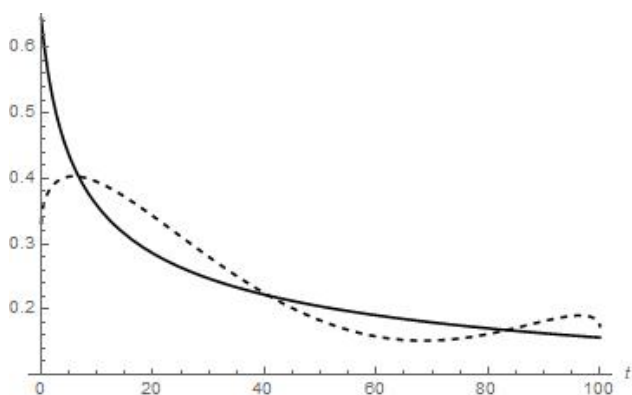


Figure 2 – Comparison of the left-hand and right-hand sides of eq. (3) for parameters (23) for the three-polynomial approximation

As can be seen from Fig. 1 and Fig. 2, the approximations of a small number of polynomials are not accurate.

However, as can be seen from Fig. 1 – Fig. 7, the accuracy of coincidence of the left-hand and the right-hand sides of the integral equation (3) increases with the number of polynomials.

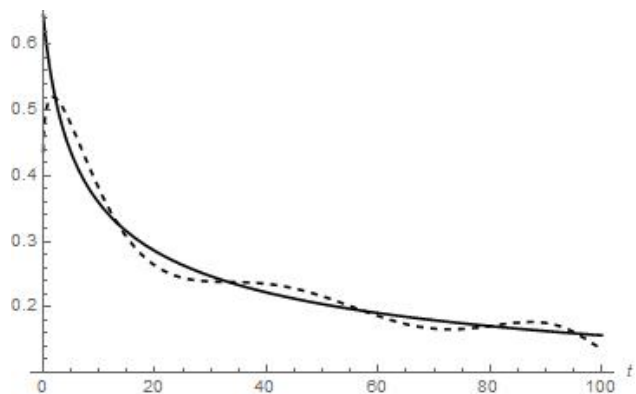


Figure 3 – Comparison of the left-hand and right-hand sides of eq. (3) for parameters (23) for the six-polynomial approximation

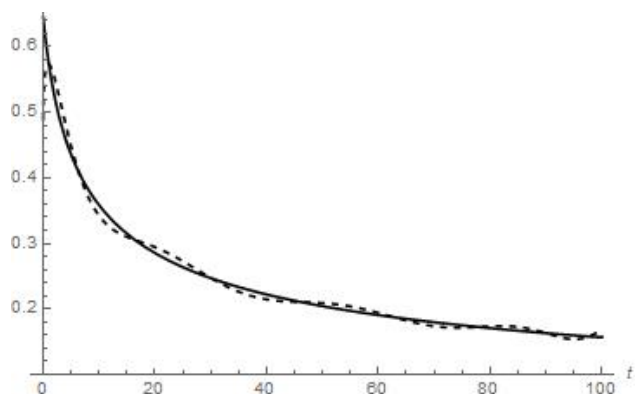


Figure 4 – Comparison of the left-hand and right-hand sides of eq. (3) for parameters (23) for the nine-polynomial approximation

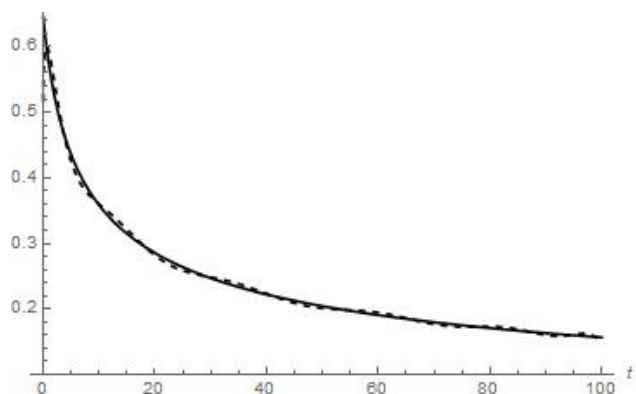


Figure 5 – Comparison of the left-hand and right-hand sides of eq. (3) for parameters (23) for the twelve-polynomial approximation

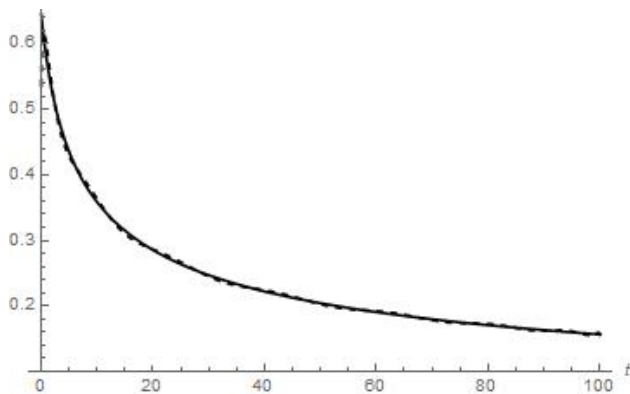


Figure 6 – Comparison of the left-hand and right-hand sides of eq. (3) for parameters (24) for the fifteen-polynomial approximation

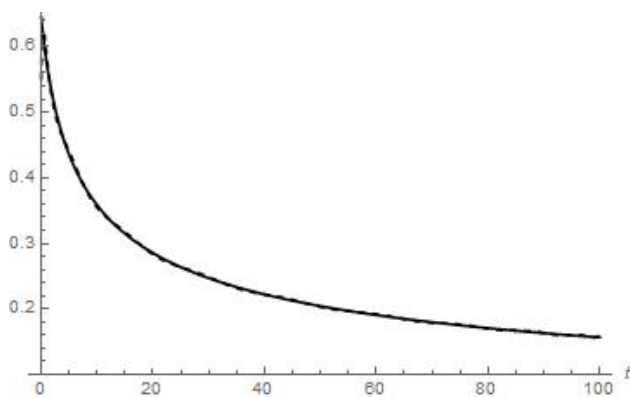


Figure 7 – Comparison of the left-hand and right-hand sides of eq. (3) for parameters (24) for the nineteen-polynomial approximation

So one can conclude that the proposed method of truncated polynomial expansion is convergent for the problem under consideration.

## 5 RESULTS

The Kolmogorov-Wiener filter weight function for forecasting of fractional Gaussian noise is investigated as an approximate solution of the corresponding integral equation (3). The truncated polynomial expansion method based on the Chebyshev polynomials of the first kind is used.

The results are investigated up to the nineteen-polynomial approximation. The approximations of higher-than-nineteen polynomials are not investigated because the Wolfram Mathematica package is not able to calculate them adequately. It is shown that the method is convergent, i.e. the accuracy of coincidence of the left-hand and the right-hand sides of (3) increases with the number of polynomials. However, it should be stressed that the approximations of small numbers of polynomials are not accurate, and one should use the approximation of a rather large number of polynomials.

## 6 DISCUSSION

This paper is devoted to the investigation of the Kolmogorov-Wiener filter weight function for forecasting of continuous fractional Gaussian noise. As is known [1], one of the simplest models of telecommunication traffic in systems with data burst transfer is the model of fractional Gaussian noise. So the results of the paper may be useful for telecommunication traffic forecasting.

The integral equation for the corresponding weight function is the Wiener-Hopf integral equation (1) which can be expressed in the form (3). In fact, we deal with the Fredholm integral equation of the first kind. The weight function is obtained with the help of the truncated polynomial expansion method. In this paper the method is based on the Chebyshev polynomials of the first kind which are orthogonal on the time interval  $t \in (0, T)$ .

The numerical investigation is made for the parameters (23). The approximations up to the 19-polynomial one are investigated. The approximations of small numbers of polynomials are not accurate, but it is shown that the approximation accuracy increases with the number of polynomials, the approximations of rather large numbers of polynomials are rather accurate. So the method convergence is illustrated for the parameters (23). The kernel of the integral equation (3) is a positively-defined function, so, according to [11], in the framework of the problem under consideration the truncated polynomial expansion method should be convergent not only for the parameters (23), but also for other numerical values of the parameters.

## CONCLUSIONS

The Kolmogorov-Wiener weight function for forecasting of fractional Gaussian noise is investigated as an approximate solution of the corresponding Wiener-Hopf integral equation. The truncated polynomial expansion method is used, the Chebyshev polynomials of the first kind orthogonal on  $t \in (0, T)$  are chosen.

**The scientific novelty** of the paper is the fact that in contrast to the previously investigated model [8–10], the method convergence is shown for the model of fractional Gaussian noise.

**The practical significance** is that the obtained results may be applied to the telecommunication traffic forecast in systems with data burst transfer.

**Prospects for further research** are to investigate an exact analytical solution of the corresponding integral equation.

## REFERENCES

1. Kostromitskiy A. I., Volotka V. S. Podhodyi k modelirovaniyu samopodobnogo trafika, *Vostochno-Evropeyskiy zhurnal peredoviyih tekhnologiy*, 2010, No. 4/7 (46), pp. 46–49.
2. Pipiras V., Taqqu M. Long-Range Dependence and Self-Similarity. Cambridge University Press, 2017, 668 p. DOI: 10.1017/CBO9781139600347
3. Gusev O., Kornienko V., Gerasina O., Aleksieiev O. Fractal analysis for forecasting chemical composition of cast iron, *In book "Energy Efficiency Improvement of Geotechnical*

- Systems*”, Taylor & Francis Group, London, 2016, pp. 225–231.
4. Herasina O. V., Husiev O. Yu., Korniienko V. I. Neuro-fuzzy forecasting of non-linear processes of blast furnace production, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2019, No. 1, pp. 89–97. DOI: 10.15588/1607-3274-2019-1-9
  5. Bagmanov V. Kh., Komissarov A. M., Sultanov A. Kh. Prognozirovanie teletraffika na osnove fraktalnykh filtrov, *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo universiteta*, 2007, Vol. 9, No. 6 (24), pp. 217–222.
  6. Miller S., Childers D. Probability and Random Processes With Applications to Signal Processing and Communications. Second edition. Amsterdam, Elsevier/Academic Press, 2012, 598 p. DOI: doi.org/10.1016/B978-0-12-386981-4.50001-1
  7. Quian H. Fractional Brownian Motion and Fractional Gaussian Noise, *In book “Processes with Long-Range Correlations. Theory and Applications”* edited by G. Rangarajan and M. Ding, 2003, pp. 22–33.
  8. Gorev V. N., Gusev A. Yu., Korniienko V. I. Polynomial solutions for the Kolmogorov-Wiener filter weight function for fractal processes, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2019, No. 2, pp. 44–52. DOI: 10.15588/1607-3274-2019-2-5
  9. Korniienko V. I., Aleksieiev M. O., Gorev V. N., Gusev A. Yu. Investigation of the Kolmogorov-Wiener filter for treatment of fractal processes on the basis of the Chebyshev polynomials of the first kind, *Proceedings of the 8th International Scientific-Practical Conference “Physical and Technological Problems of Transmission, Processing and Storage of Information in Infocommunication Systems”*, Chernivtsi, Ukraine, 2019, pp. 41–44.
  10. Gorev V., Gusev A., Korniienko V. Investigation of the Kolmogorov-Wiener filter for treatment of fractal processes on the basis of the Chebyshev polynomials of the second kind, *Ceur Workshop Proceedings*, 2019, Vol. 2353, pp. 596–606.
  11. Ziman J. M. Electrons and Phonons. The Theory of Transport Phenomena in Solids. Oxford University Press, 2001, 576 p.
  12. Gradshteyn I. S., Ryzhik I. M., Geronimus Yu. V., Tseytlin M. Yu., Alan J. Table of Integrals, Series, and Products. Eighth edition, *Edited by D. Zwillinger and V. Moll*. Amsterdam, Elsevier/Academic Press, 2014, 1184 p.

Received 12.03.2020.  
Accepted 09.12.2020.

УДК 51–74, 517.968.21

#### НАБЛИЖЕНІ РОЗВ’ЯЗКИ ДЛЯ ВАГОВОЇ ФУНКЦІЇ ФІЛЬТРА КОЛМОГОРОВА-ВІНЕРА ДЛЯ НЕПЕРЕРВНОГО ФРАКТАЛЬНОГО ГАУССОВОГО ШУМУ

**Горєв В. М.** – канд. физ.-мат. наук, асистент кафедри безпеки інформації та телекомунікацій, Національний технічний університет Дніпровська Політехніка, Дніпро, Україна.

**Гусєв О. Ю.** – канд. физ.-мат. наук, доцент, професор кафедри безпеки інформації та телекомунікацій, Національний технічний університет Дніпровська Політехніка, Дніпро, Україна.

**Корнієнко В. І.** – д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри безпеки інформації та телекомунікацій, Національний технічний університет Дніпровська Політехніка, Дніпро, Україна.

#### АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** Розглянуто фільтр Колмогорова-Вінера для прогнозування телекомунікаційного трафіку в рамках моделі неперервного фрактального гауссового шуму.

**Мета роботи.** Метою роботи є отримати вагову функцію фільтра як наближений розв’язок відповідного інтегрального рівняння Вінера-Хопфа. Метою роботи також є показати збіжність запропонованого методу розв’язання даного рівняння.

**Метод.** Інтегральне рівняння Вінера-Хопфа на вагову функцію фільтра є інтегральним рівнянням Фредгольма першого роду. Ми використовуємо метод обірваного розвинення за ортогональними поліномами з метою отримати наближений розв’язок відповідного рівняння. Використано поліноми Чебишева першого роду.

**Результати.** Нами отримано наближені розв’язки для вагової функції фільтра Колмогорова-Вінера для прогнозування неперервного фрактального гауссового шуму. Розв’язки отримано у наближеннях різної кількості поліномів, результати отримано до наближення дев’ятнадцяти поліномів включно. Показано, що для задачі, що розглядається, запропонований метод є збіжним, тобто точність співпадіння лівої та правої частин інтегрального рівняння зростає зі зростом кількості поліномів. Така збіжність має місце, бо кореляційна функція фрактального гауссового шуму, яка є ядром відповідного інтегрального рівняння, є позитивно визначеною функцією.

**Висновки.** Вагова функція фільтра Колмогорова-Вінера для прогнозування неперервного фрактального гауссового шуму отримана як наближений розв’язок відповідного інтегрального рівняння Фредгольма першого роду. Запропонований метод обірваного розвинення за ортогональними поліномами є збіжним для задачі, що розглядається. Як відомо, однією з найпростіших моделей телекомунікаційного трафіку є модель неперервного фрактального гауссового шуму, тож результати статті можуть бути корисними для прогнозування телекомунікаційного трафіку.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** вагова функція фільтра Колмогорова-Вінера, нерерервний фрактальний гаусів шум, поліноми Чебишева першого роду, прогнозування трафіку, збіжність методу.

## ПРИБЛИЖЕННЫЕ РЕШЕНИЯ ДЛЯ ВЕСОВОЙ ФУНКЦИИ ФИЛЬТРА КОЛМОГОРОВА-ВИНЕРА ДЛЯ НЕПРЕРЫВНОГО ФРАКТАЛЬНОГО ГАУССОВА ШУМА

**Горев В. Н.** – канд. физ.-мат. наук, ассистент кафедры безопасности информации и телекоммуникаций, Национальный технический университет Днепропетровская Политехника, Днепр, Украина.

**Гусев А. Ю.** – канд. физ.-мат. наук, доцент, профессор кафедры безопасности информации и телекоммуникаций, Национальный технический университет Днепропетровская Политехника, Днепр, Украина.

**Корниенко В. И.** – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой безопасности информации и телекоммуникаций, Национальный технический университет Днепропетровская Политехника, Днепр, Украина.

### АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** Рассмотрен фильтр Колмогорова-Винера для прогнозирования телекоммуникационного трафика в рамках модели непрерывного фрактального гауссова шума.

**Цель работы.** Целью работы является получить весовую функцию фильтра как приближенное решение соответствующего интегрального уравнения Винера-Хопфа. Также целью работы является показать сходимость предложенного метода решения соответствующего уравнения.

**Метод.** Интегральное уравнение Винера-Хопфа на весовую функцию фильтра является интегральным уравнением Фредгольма первого рода. Мы используем метод оборванного разложения по ортогональным полиномам, чтобы получить приближенное решение соответствующего уравнения. Используются полиномы Чебышева первого рода.

**Результаты.** Получены приближенные решения для весовой функции фильтра Колмогорова-Винера для прогнозирования непрерывного фрактального гауссова шума. Решения получены в приближениях различного числа полиномов; результаты получены вплоть до приближения девятнадцати полиномов. Показано, что для рассматриваемой задачи предложенный метод является сходящимся, т.е. точность совпадения левой и правой частей интегрального уравнения растет с увеличением числа полиномов. Такая сходимость имеет место, потому что корреляционная функция фрактального гауссова шума, которая есть ядром соответствующего интегрального уравнения, является положительно определенной функцией.

**Выводы.** Весовая функция фильтра Колмогорова-Винера для прогнозирования непрерывного фрактального гауссова шума получена как приближенное решение соответствующего интегрального уравнения Фредгольма первого рода. Предложенный метод оборванного разложения по ортогональным полиномам является сходящимся для рассматриваемой задачи. Как известно, одной из простейших моделей телекоммуникационного трафика является модель непрерывного фрактального гауссова шума, так что результаты статьи могут быть полезны для прогнозирования телекоммуникационного трафика.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** весовая функция фильтра Колмогорова-Винера, непрерывный фрактальный гауссов шум, полиномы Чебышева первого рода, прогнозирование трафика, сходимость метода.

### ЛИТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Kostromitskiy A. I. Podhodyi k modelirovaniyu samopodobnogo trafika / A. I. Kostromitskiy, V. S. Volotka // *Vostochno-Evropeyskiy jurnal peredovyih tehnologiy*. – 2010. – No. 4/7 (46). – P. 46–49.
2. Pipiras V. Long-Range Dependence and Self-Similarity / V. Pipiras, M. Taqqu. – Cambridge University Press, 2017. – 668 p. DOI: 10.1017/CBO9781139600347
3. Gusev O. Fractal analysis for forecasting chemical composition of cast iron / [O. Gusev, V. Kornienko, O. Gerasina, O. Aleksieiev] // In book “Energy Efficiency Improvement of Geotechnical Systems”. – Taylor & Francis Group, London, – 2016. – P. 225–231.
4. Herasina O. V. Neuro-fuzzy forecasting of non-linear processes of blast furnace production / O. V. Herasina, O. Yu. Husiev, V. I. Kornienko // *Radio Electronics, Computer Science, Control*. – 2019. – No. 1 – P. 89–97. DOI: 10.15588/1607-3274-2019-1-9
5. Bagmanov V. Kh. Prognozirovanie teletraffika na osnove fraktalnykh filtrov / V. Kh. Bagmanov, A. M. Komissarov, A. Kh. Sultanov // *Vestnik Ufimskogo gosudarstvennogo aviatsionnogo universiteta*. – 2007. – Vol. 9, No. 6 (24). – P. 217–222.
6. Miller S. Probability and Random Processes With Applications to Signal Processing and Communications. Second edition / S. Miller, D. Childers. – Amsterdam : Elsevier/Academic Press, 2012. – 598 p. DOI: doi.org/10.1016/B978-0-12-386981-4.50001-1
7. Quian H. Fractional Brownian Motion and Fractional Gaussian Noise / H. Quian // In book “Processes with Long-Range Correlations. Theory and Applications” edited by G. Rangarajan and M. Ding. – 2003. – P. 22–33.
8. Gorev V. N. Polynomial solutions for the Kolmogorov-Wiener filter weight function for fractal processes / V. N. Gorev, A. Yu. Gusev, V. I. Kornienko // *Radio Electronics, Computer Science, Control*. – 2019. – No. 2. – P. 44–52. DOI: 10.15588/1607-3274-2019-2-5
9. Investigation of the Kolmogorov-Wiener filter for treatment of fractal processes on the basis of the Chebyshev polynomials of the first kind / [V. I. Kornienko, M. O. Aleksieiev, V. N. Gorev, A. Yu. Gusev] // *Proceedings of the 8th International Scientific-Practical Conference “Physical and Technological Problems of Transmission, Processing and Storage of Information in Infocommunication Systems”*, Chernivtsi, Ukraine. – 2019. – P. 41–44.
10. Gorev V. Investigation of the Kolmogorov-Wiener filter for treatment of fractal processes on the basis of the Chebyshev polynomials of the second kind / V. Gorev, A. Gusev, V. Kornienko // *Ceur Workshop Proceedings*. – 2019. – Vol. 2353. – P. 596–606.
11. Ziman J. M. Electrons and Phonons. The Theory of Transport Phenomena in Solids / J. M. Ziman. – Oxford University Press, 2001. – 576 p.
12. Table of Integrals, Series, and Products. Eighth edition / [I. S. Gradshteyn, I. M. Ryzhik, Yu. V. Geronimus et al.] Edited by D. Zwillinger and V. Moll. – Amsterdam : Elsevier/Academic Press, 2014. – 1184 p.



## SELF-TIMED LOOK UP TABLE FOR ULAs AND FPGAs

**Tyurin S. F.** – Honored Inventor of the Russian Federation, Dr. Sc., Professor, Professor of the Automation and Telemechanic Department, “Perm National Research Polytechnic University”, Perm, Russia.

Professor of the Software Computing Systems Department, “Perm State University”, Perm, Russia.

**Skornyakova A. Yu.** – PhD, Design engineer of the JSC “Perm Scientific-Industrial Instrument Making Company”, Perm, Russia.

**Stepchenkov Y. A.** – PhD, Head of the department, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia.

**Diachenko Y. G.** – PhD, Head of sector, Institute of Informatics Problems, Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences, Moscow, Russia.

### ABSTRACT

**Context.** Self-Timed Circuits, proposed by D. Muller on the rise of the digital era, continues to excite researchers' minds. These circuits started with the task of improving performance by taking into account real delays. Then Self-Timed Circuits have moved into the field of green computing. At last, they are currently positioned mainly in the field of fault tolerance. There is much redundancy in Self-Timed Circuits. It is believed that Self-Timed Circuits approaches will be in demand in the nano-circuitry when a synchronous approach becomes impossible. Strictly Self-Timed Circuits check transition process completion for each gate's output. For this, they use so-called D. Muller elements (C-elements, hysteresis flip-flops, G-flip-flops). Usually, Self-Timed Circuits are designed on Uncommitted Logic Array. Now an extensive base of Uncommitted Logic Array Self-Timed gates exists. It is believed that Self-Timed Circuits are not compatible with FPGA technology. However, attempts to create self-timed FPGAs do not stop. The article proposes a Self-Timed Lookup Table for the Self-Timed Uncommitted Logic Array and the Self-Timed FPGA, carried out either by constants or utilizing additional memory cells. Authors proposed 1,2 – Self-Timed Lookup Table and described simulation results.

**Objective.** The work's goal is the analysis and design of the Strictly Self-Timed universal logic element based on Uncommitted Logic Array cells and pass-transistors circuits.

**Methods.** Analysis and synthesis of the Strictly Self-Timed circuits with Boolean algebra. Simulation of the proposed element in the CAD “ARC”, TRANAL program, system NI Multisim by National Instruments Electronics Workbench Group, and layout design by Microwind. The reliability theory and reliability calculations in PTC Mathcad.

**Results.** Authors designed, analyzed, and proved the Self-Timed Lookup Table's workability for the Uncommitted Logic Arrays and FPGAs. Layouts of the novel logic gates are ready for manufacturing.

**Conclusions.** The conducted studies allow us to use proposed circuits in perspective digital devices.

**KEYWORDS:** Self-Timed, Lookup Table, Simulation.

### ABBREVIATIONS

LUT is a Look up Table;

CDNF is a Canonic Disjunctive Normal Form;

DNF is a Disjunctive Normal Form;

ST is a Self-Timed;

STC is a Self-Timed Circuits;

SSTC is a Strictly Self-Timed Circuits;

FPGA is a Field-Programmable Gate Array;

IPI RAN is an Institute of Informatics Problems (Russia);

ULA is an Uncommitted Logic Array;

XOR is an exclusive OR.

### NOMENCLATURE

$F_1$  is a logic function to realize;

$F_2$  is the dual logic function to realize;

$i$  is the first math index;

$j$  is the second math index;

$k$  is the quantity of the conjunctions in DNF;

$l$  is the number of circuit's levels;

$n$  is the quantity of the input variables;

$s_i$  is the configurable constant;

$x$  is an input variable;

$\sigma$  is the negation index.

### INTRODUCTION

STC was proposed as a “fast” alternative to the synchronous computing paradigm, as a subspecies of asynchronous circuits [1]. In the USSR, until its liquidation, the STC topic was actively developed by Dr. Victor Varshavsky's research group [2]. The Varshavsky's group's members Dr. Marakhovsky V.B. in St. Petersburg Polytechnic University [3, 4], and Dr. S. Alex Yakovlev in the University of New Castle [5, 6], pick up the “STC banner”. In Russian Federation, a research group from the Institute of Informatics Problems of the Federal Research Center “Computer Science and Control” of the Russian Academy of Sciences investigates now STC problems [7, 8]. Automation and Telemechanic Department (Perm National Research Polytechnic University, Perm, Russia), Software Computing Systems Department (Perm State University, Perm, Russia) are science partners of the IPI RAN in STC direction since 1995. STC trend is active in world science [9–13]. We use such concepts as speed-independent circuits, semi-modular or/and distributive quasi-delay-insensitive circuits [7, 8]. As this area developed, it turned out that in some cases, the claimed increase in speed does not occur due to too large hardware costs increase. Therefore, we have aimed primary efforts at evaluating energy

efficiency in terms of gain in front of synchronous solutions. However, this direction became problematic after the development of synchronous Tri-Gate transistors [14]. Currently, STCs are positioned in the fault-tolerant solution segment. However, as we approach the molecular level of electronics and develop quantum computing, where quantum effects affect, it becomes clear that there is no alternative to STCs [15].

Nevertheless, this direction's development is constrained by the relatively high complexity of design based on ASIC or ULA. Synchronized FPGAs greatly simplify the design by configuring functions by so-called LUT [16, 18] and connections. In this regard, attempts to develop self-synchronous FPGAs do not stop [18–20]. However, configurable STC LUT gates are not thoroughly investigated. Therefore, a detailed review of constructing STC LUT, modeling, and evaluation is relevant.

**The study object** is the throughput strictly self-timed circuits, consisting of double combinational channels, indicators, and C-elements [4, 5].

**The purposes of the work** are to analyze and give a synthesis of the universal throughput strictly self-timed element for the ULAs and FPGAs.

## 1 PROBLEM STATEMENT

**Given:** Throughput or combinational, not universal STC.  $F_1(x_1, x_2, \dots, x_n)$  is the logic function to realize. In a

typical case, we have DNF  $F_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bigvee_{j=1}^k \bigwedge_{i=1}^{n_j} (x_i^{\sigma_i})$ .

$F_2(x_1, x_2, \dots, x_n)$  is a dual function,

$F_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bigwedge_{j=1}^k \bigvee_{i=1}^{n_j} (\bar{x}_i^{\sigma_i})$ . There are 2NAND or 2

NOR indicators and C-elements [4, 5].

**It is required:** to design universal STC in CDNF, which is configured by special constants  $s_i; i=1, 2^n$ :

$$F_1(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bigvee_{j=1}^{2^n} \bigwedge_{i=1}^n (s_i x_i^{\sigma_i});$$

$$F_2(x_1, x_2, \dots, x_n) = \bigwedge_{j=1}^{2^n} \bigvee_{i=1}^n (s_i \bar{x}_i^{\sigma_i}).$$

It is needed to design a new element's architecture based on ULA and LUT FPGA logic elements and perform functional and layout simulations in NI Multisim by National Instruments Electronics Workbench Group and layout design by Microwind of the proposed element. An additional important task is a semi-modularity check by special software TRANAL. It is necessary to estimate new technical decision by reliability methods and perform calculations in PTC Mathcad.

## 2 REVIEW OF THE LITERATURE

Fig. 1 shows the current traditional synchronous throughput logic [13] in the so-called Register Transfer

Level (RTL). Due to Input-Output Latches (RGs), we can carry the negative transition processes (glitches).

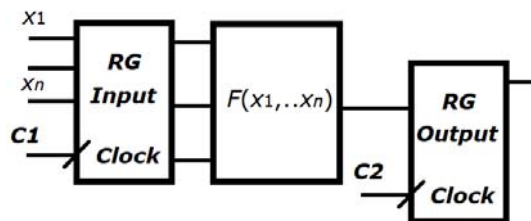


Figure 1 – Traditional synchronous throughput logic

First clock impulse C1 fixes an input vector. Then the logic function is calculated after that second clock impulse C2 is coming. Therefore, the frequency must accord to the worst case, significantly reducing the circuits' speed, unfortunately. Asynchronous circuits work according to real delays but require complicated design procedures to find all transition processes' hazards. One kind of asynchronous circuit is the so-called STC. It uses a request-and-acknowledge handshake protocol [7, 8, 10, 13]. The block AND (Fig. 2) receives a dual-rail input vector from previous gates only by request from C-element fixing (2NOR+NOT) indicator's transition termination and C-element's transition completion.

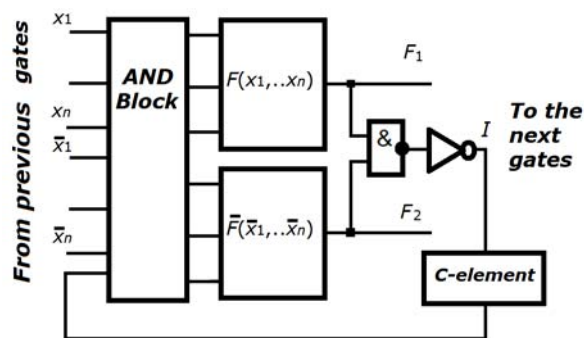


Figure 2 – ST throughput logic

In the working phase,  $F_1 = \bar{F}_2$  due to  $I=0$ ; in the so-called spacer phase,  $F_1 = F_2$ , for example,  $F_1 = F_2 = 1$  and  $I=1$ . Therefore, we have such sequence: initial state, the C-element's output = 0, this is a spacer, then  $I=1$  and C-element is set in 1. Then the unit receives the first dual-rail input vector,  $I=0$  and C-element is set to 0 after calculation. Then process repeats.

C-element forms a signal acknowledging the input vector's readiness of the next gates. So in a typical case, block AND must receive an enable signal from the last C-element when calculations end in all strings of gates.

SST (semi-modularity circuits) throughput logic indicates all inputs too (Fig. 3). Each pair of the dual-rail outputs of the AND block needs an indicator, which activates an additional C-element. Main C-element receives the input transition completion signal and forms the total completion signal for input and output transitions. If the transition process does not complete, for example, due to failures, the main C-element does not

generate such a signal, increasing digital circuits' reliability.

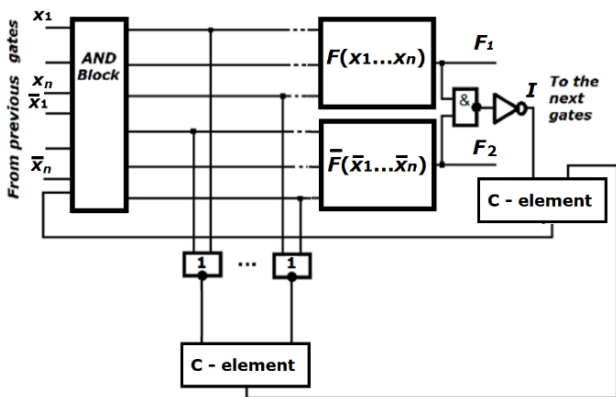


Figure 3 – SST throughput logic

Paper [13] proves STC's effectiveness in the viewpoint of speed and energy dissipation. Article [19], according to the authors, considers a hazard-free self-timed LUT. They talk about asynchronous FPGA. However, this is not correct.

The same discrepancy exists in [18], describing the handshake protocol of FPGA Speedster22i (Achronix). Paper [20] proposes ST Delay Sensor for Field FPGAs. It describes the sensor, which is just asynchronous, and the logical function calculations are not asynchronous. We have not found universal SST logic elements (LUTs) in the available sources [1–20].

### 3 MATERIALS AND METHODS

Universal implementation of a self-timed unit calculating logical functions is possible based on so-called LUT.

LUT [15–17] for  $n$  variable or  $2^n$  function generator is  $n$ -to-1 multiplexor. It is easy to see that the dual multiplexor is implemented using dual settings. Elementary dual-channel generator, or single variable  $x$  2-to-1 multiplexor, configurable by  $s$  constants, is described by expressions (1):

$$\begin{cases} F_1(s_0, s_1, x) = s_0 \bar{x} \vee s_1 x; \\ F_2(s_0, s_1, x) = \bar{s}_0 \bar{x} \vee \bar{s}_1 x. \end{cases} \quad (1)$$

Indeed accordingly to Boolean algebra (common gluing law), we have :

$$\begin{aligned} \overline{F_1(s_0, s_1, x)} &= \overline{s_0 \bar{x} \vee s_1 x} = \\ (\bar{s}_0 \vee x)(\bar{s}_1 \vee \bar{x}) &= \bar{s}_0 \bar{s}_1 \vee \bar{s}_0 \bar{x} \vee \bar{s}_1 x = \\ \bar{s}_0 \bar{x} \vee \bar{s}_1 x. \end{aligned} \quad (2)$$

Fig.4. shows single variable LUT with dual channels based on 2AND-2OR-NOT gate. One NOT gate provides

$\bar{x}$  variable, next two NOT gates provide  $\bar{s}_0, \bar{s}_1$  for the dual channels (Fig. 4). Table 1 shows the truth table of the 1-LUT with dual channels.

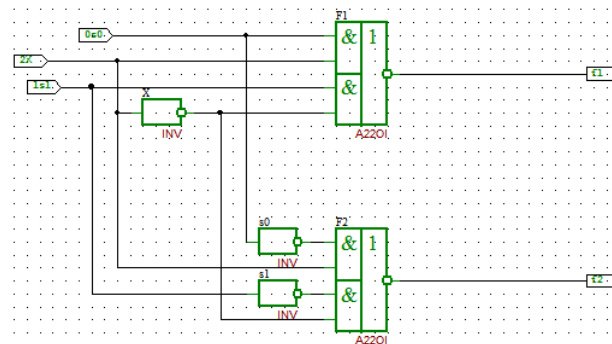


Figure 4 – Single variable 1-LUT with dual channels

Table 1 – Table of the 1-LUT with dual-channel simulation

M#	S0	S1	X	F1	F2
1	0	0	0	1	0
	0	0	1	1	0
2	1	0	0	1	0
	1	0	1	0	1
3	0	1	0	0	1
	0	1	1	1	0
4	1	1	0	0	1
	1	1	1	0	1

Table 1 confirms the realization of any single variable logic function. Dual outputs allow checking unit operation. Using three 2AND-2OR-NOT gates, we get 2-LUT with dual channels, presented in Fig. 6.

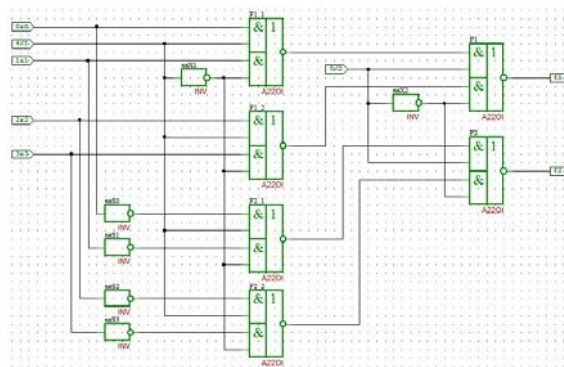


Figure 5 – 2-LUT with dual channels (two levels)

Fig. 5 confirms that new 2AND-2OR-NOT gate-level  $i$  provides inversion of the transmitted constant. If a number of levels is an even ( $l=n$ ), constants  $s$  inversion is not required to get on F1 the same  $s$ ;  $\sigma = 0$ . If the number is an odd, it is required.  $\sigma = 1, \bar{s}$  according to expression (3).

$$\begin{aligned} s^\sigma; \sigma &= \text{if}[(2i - 1) = n] = \text{true}; \\ \sigma &= 0 \text{ if } [2i = n] = \text{true}. \end{aligned} \quad (3)$$

The “indication” is the most critical STC procedure. For the SST LUT design, based on Figs. 4, 5, it is required to indicate input variables  $x$  and 2AND-2OR-NOT gates’ outputs. The configurable constant is not indicated. Therefore, SST LUT design needs special gates and D. Muller C-elements [7, 8]. Dual-rail variables are also used. We use Russian CAD “ARC,” USA system NI Multisim by National Instruments Electronics Workbench Group and layout design by Microwind, the foundation of reliability theory and reliability calculations in PTC Mathcad. For the semi-modularity checking, TRANAL program of the IPI RAN is used [7].

#### 4 EXPERIMENTS

Let us propose ST-LUT for the 2AND-2OR-NOT base (for ULA) and based on traditional pass transistor LUT (for FPGA) accordingly to Fig. 3. Figs. 4, 5 show proposed ULA implementation based on 2AND-2OR-NOT LUT with dual channels. Using additional C-elements (hysteric triggers, H-triggers) and indicators 2NAND+NOT, we get Fig. 6 after the experiment.

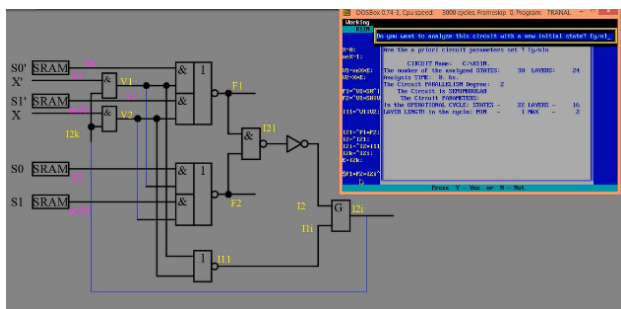


Figure 6 – 1-LUT2AND-2OR-NOT based, successful semi-modular checking experiment in TRANAL program

So semi-modular of the 1-LUT2AND-2OR-NOT based is proved. The task is to consider and design 2-LUT2AND-2OR-NOT based and propose standard rules of construction n-LUT2AND-2OR-NOT for ULA. Next, let us try to implement 1-LUT-ST based on pass transistors (FPGA technology) [15, 17]. Early, authors proposed 1-LUT-ST based on pass transistors using p-MOS pass transistors for the spacer sub circuit (Fig. 7).

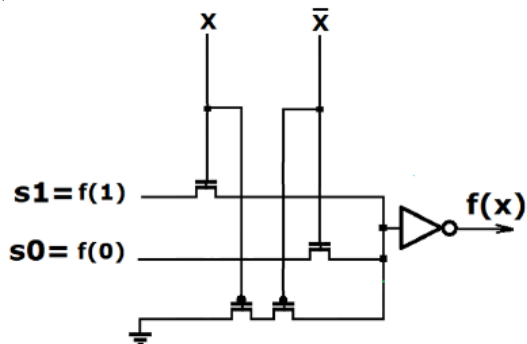


Figure 7 – First variant of the 1-LUT-ST based on pass transistors using p-MOS spacer sub circuit (single channel)

Static logic simulation in Multisim [21] was correct, but dynamic layout simulation in Microwind [22] demonstrated “bad” waveforms (Fig. 8).



Figure 8 – XOR realization waveform diagrams of the first variant 1-LUT-ST layout simulation

It was decided to unify the transistors and introduce a spacer chain of n-MOS transistors. Fig. 9 shows a new design. Fig. 10 shows a new 1-LUT-ST layout simulation and confirms the decision correctness. However, it may seem that such an option (Fig. 10a) is not better than the option shown in Fig. 4 (2AND-2OR-NOT gate). Indeed, we have ten transistors (Fig. 9a) versus eight (Fig. 10).

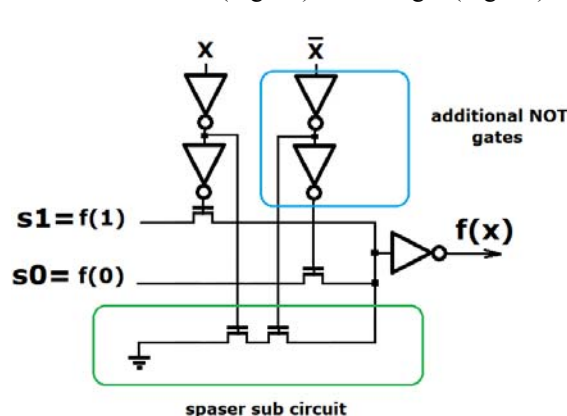
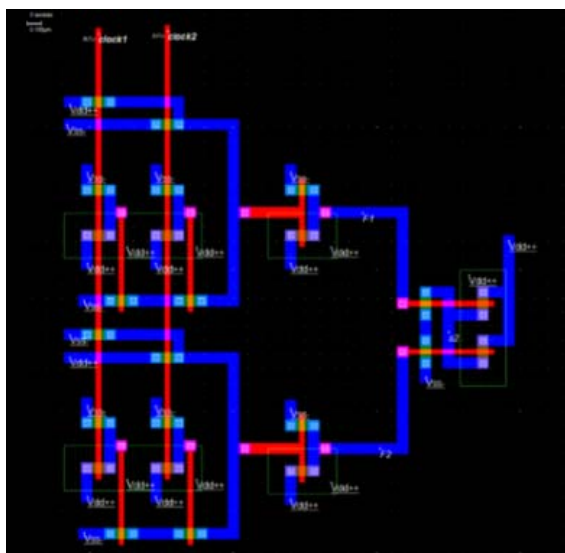


Figure 9 – New pass transistor circuit for 1-LUT-ST (single channel)

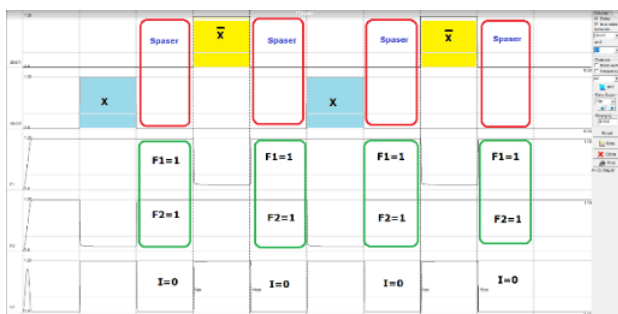
However, the performance decreases compared to Fig. 6 slightly: the maximum delay increases by the one transistor delay in the output NOT gate.

We did a triple simulation of proposed novel logic elements in the CAD “ARC,” TRANAL program, system NI Multisim by National Instruments Electronics Workbench Group, and layout design by Microwind. Using the described experiments, we got the following new results.





a



b

Figure 10 – New 1-LUT-ST simulation for the XOR function: a – new 1-LUT-ST layout; b – “good” waveforms of the new 1-LUT-ST, marking operational and spacer phases

### 5 RESULTS

We perform functional simulation in CAD “Multisim.” Fig. 11 shows the proposed 1-LUT-ST pass transistor simulation in CAD “Multisim.” The main circuit consists of transistors Q1 (not X) and Q2 (X) (Fig. 11a). Spacer circuit consists of transistors Q3 and Q4. In the not ( $X=X=0$ ) case, the spacer circuit transmits zero level to the output of the 1-LUT-ST (Fig. 11a).

Fig. 11b presents the XOR( $X_1, X_2$ ) waveform of the 2-LUT-ST.

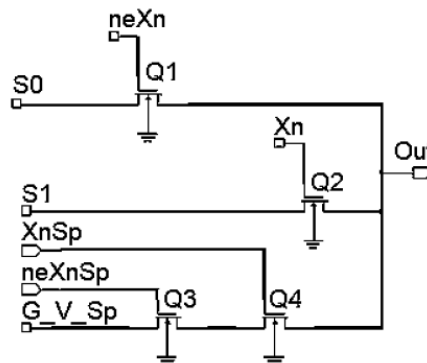
In the study, the authors set the features of alternating types of indicators for 2-LUT (ULA) relatively 1-LUT (Fig. 12 a). The type of spacer on the next layer changes; accordingly, the types of indicators also change. Besides, the block for receiving variables also changes. If the first layer contains AND cells, then the second one contains OR cells. Here such regularity was found: in the first layer, the indicators of inputs are 2NOR cells and output AND cells; in the second layer, on the contrary, input indicators AND cells, and output 2NOR cells.

A TRANAL program was used (Fig. 12b) to evaluate semi-modularity, the results of which confirm strict self-timing of proposed circuit (Fig. 12c).

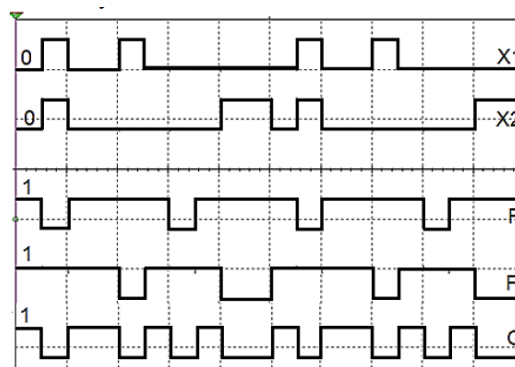
Fig. 12d shows successful results of the 1-LUT-ST pass transistor TRANAL simulation.

© Tyurin S. F., Skornyakova A. Yu., Stepenkov Yu. A., Diachenko Yu. G., 2021  
 DOI 10.15588/1607-3274-2021-1-4

The TRANAL simulation of the 2-LUT-ST was successful, too (Fig. 12 e).



a



b

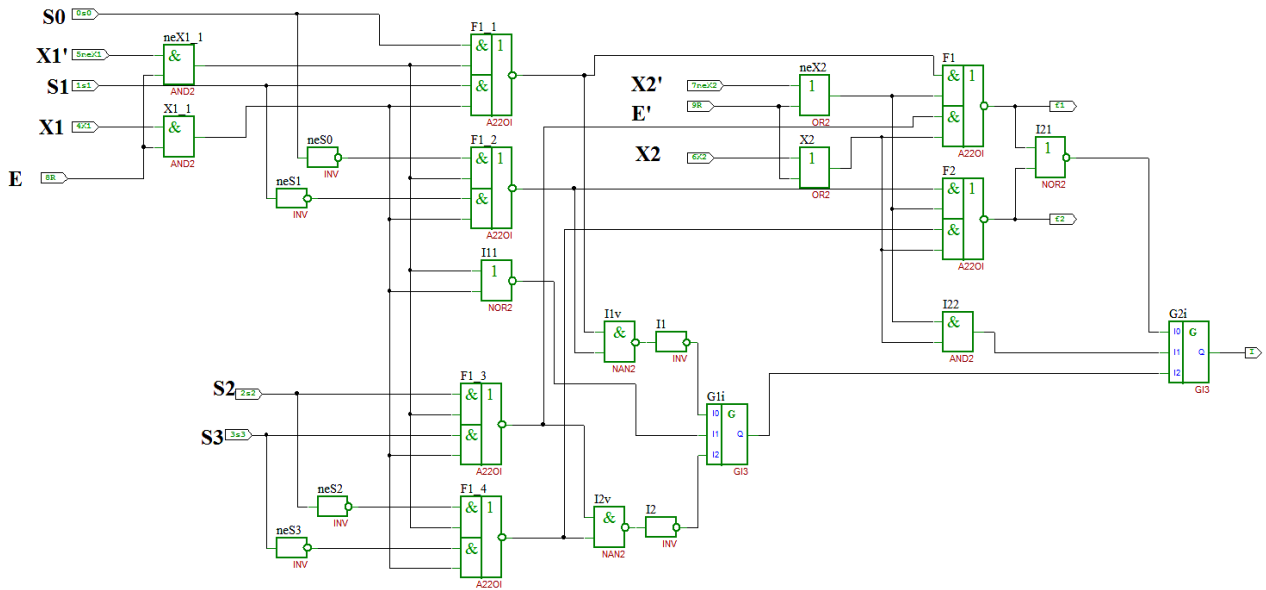
Figure 11 – “Multisim” simulation: a) 1-LUT-ST; b) XOR waveform of the 2-LUT-ST

Fig. 12 f shows the proposed layout. Fig. 12g demonstrates the waveform of the 1-LUT-ST.

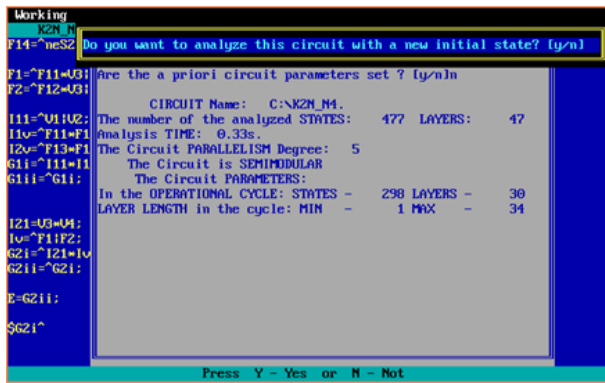
Fig. 12h shows the XOR waveform of the 2-LUT-ST. Table 2 shows comparisons of the LUT-ST-ULA and LUT-ST pass transistor (p.t.) by power consumption P ( $\mu\text{W}$ ), area S ( $\mu\text{m}^2$ ), delay T (ps) and number of transistors N (pieces).

Table 2 – Comparison by area S, power consumption P, delay T and number of transistors N

Gate	Number of arguments		
	n=1	n=2	n=3
LUT-ST-ULA	P = 159,7 $\mu\text{W}$	P = 418,8 $\mu\text{W}$	P = 930,2 $\mu\text{W}$
	S = 159,7 $\mu\text{m}^2$	S = 418,8 $\mu\text{m}^2$	S = 930,2 $\mu\text{m}^2$
	T = 34 ps	T = 35 ps	T = 40 ps
	N = 46 pcs	N = 139 pcs	N = 355 pcs
LUT-ST p. t.	P = 35,64 $\mu\text{W}$	P = 100 $\mu\text{W}$	P = 207 $\mu\text{W}$
	S = 123,7 $\mu\text{m}^2$	S = 402,4 $\mu\text{m}^2$	S = 1092 $\mu\text{m}^2$
	T = 52 ps	T = 99 ps	T = 154 ps
	N = 61 pcs	N = 149 pcs	N = 362 pcs



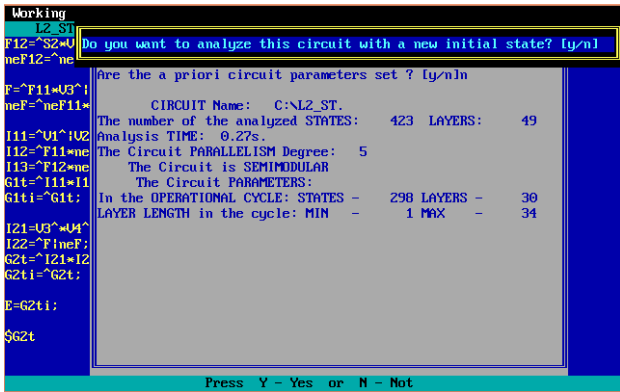
a



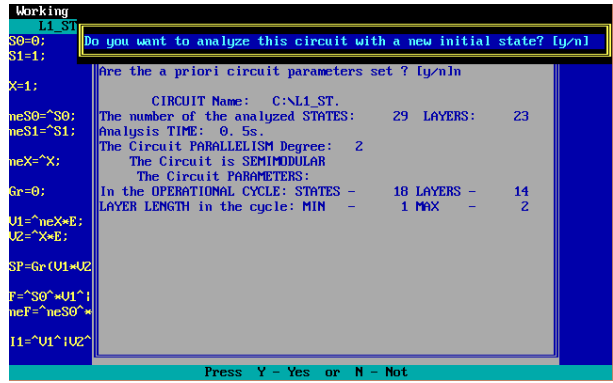
b

S0=1; S1=0; neS0=0; neS1=1; X=1; neX=0;	Constants
V1=X*E; V2=neX*E; V3=X*E; V4=neX*E;	Inputs of the main and dual channels
F1=^S0*V1 S1*V2;	Main channel description
F2=^neS0*V3 neS1*V4;	Dual channel description
I11=^V1 V2; I12=^V3 V4;	Inputs indicators
Ii1=^I11*I12 I1(I11 I12); Ii1=^Ii1;	C-element 1
I21=^F1*F2; I2=^I21;	Outputs indicators
I2i=^I2*I1 I2k(I2 I1); I2k=^I2i;	C-element 2
E=I2k;	Control signal
SF1*F2*I2i ^	Initials states

c



d



e

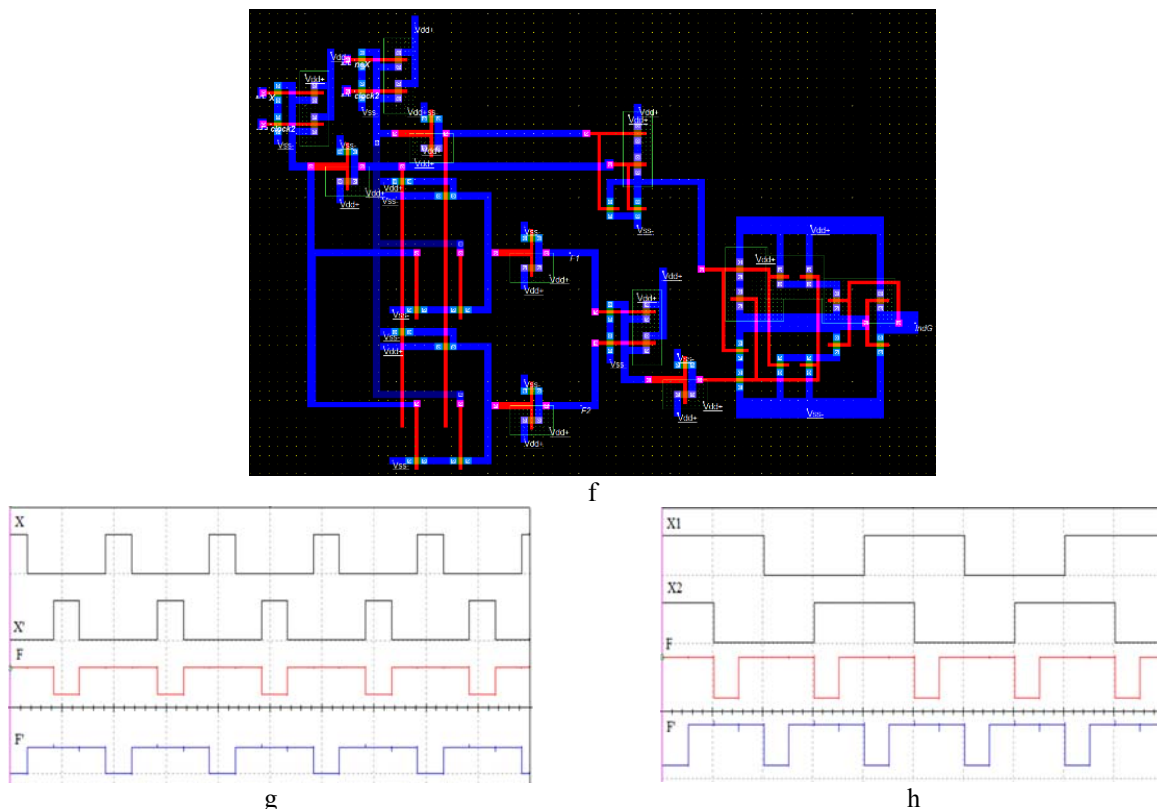


Figure 12 – Results of the proposed gates simulation: a – 2-LUT-ST-ULA model in “ARC” CAD; b – TRANAL-program; c – successful results of the 2-LUT-ST-ULA TRANAL simulation; d – successful results of the 1-LUT-ST pass transistor TRANAL simulation; e – successful results of the 2-LUT-ST pass transistor TRANAL simulation; f – 1-LUT-ST layout; g – waveform of the 1-LUT-ST (s0=0, s1=1) ; h – XOR waveform of the 2-LUT-ST (s0=0, s1=1, s2=1, s3=0)

Comparison shows that LUT-ST-ULA is preferable to LUT-ST p.t. in terms of power consumption. This is because LUT-ST-ULA uses CMOS technology to implement a multiplex tree. Nevertheless, implementation 2 is preferable from the point of view of work under conditions of exposure to charged particles, since the configuration is set “rigidly”.

## 6 DISCUSSION

Investigation of the proposed LUT-ST in Fig. 12, 13 allows for calculating its reliability. The failure-free operation probability ( $\lambda$  – is single transistors failure rate,  $t$  – is time,  $\alpha$  – is the Weibull distribution coefficient) of the entire circuit is shown by expression (4).

$$P(t) = e^{-(46)\cdot\lambda\cdot t^\alpha} \quad (4)$$

Taking into account duplication, we can get expression (5).

$$P_{1-LUT-ST^*} = [e^{-(12)\cdot\lambda\cdot t^\alpha} + 2e^{-(6)\cdot\lambda\cdot t^\alpha} (1 - e^{-(6)\cdot\lambda\cdot t^\alpha})] e^{-(34)\cdot\lambda\cdot t^\alpha} \quad (5)$$

Using transistors quadding [22, 23] only for the H-trigger we can get expression (6) and curves, displayed in Fig. 14.

$$P_{1-LUT-STQ} = [e^{-(12)\cdot\lambda\cdot t^\alpha} + 2e^{-(6)\cdot\lambda\cdot t^\alpha} (1 - e^{-(6)\cdot\lambda\cdot t^\alpha})] e^{-(22)\cdot\lambda\cdot t^\alpha} \cdot [e^{-(4\cdot 12)\cdot\lambda\cdot t^\alpha} + 2e^{-(3\cdot 12)\cdot\lambda\cdot t^\alpha} (1 - e^{-(12)\cdot\lambda\cdot t^\alpha})] \quad (6)$$

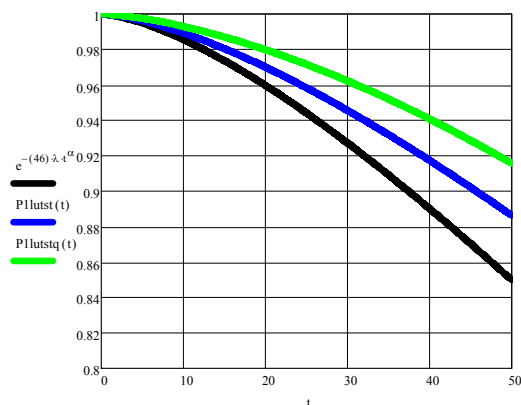


Figure 14 – Channel duplication reliability  $P_{1LUTST}(t)$  in comparison with  $P_{1-LUTSTQ}(t)$  and  $e^{-(46)\cdot\lambda\cdot t^\alpha}$ ;  $\lambda = 10^{-5}$ ,  $\alpha = 1,5$ .

This way much improves reliability. Thus, Fig. 13 proves that the probability of uptime is increased by about 20% of the maximum possible gain (up to 1). However, in the authors’ opinion, due to considerable redundancy of quadding and fundamental Mead-Conway restrictions [24], the sliding backup option is more perspective. However, this requires buffers with three states, and consideration of such issues is expected in further studies.

## CONCLUSIONS

Therefore, we propose advanced LUT by adding two NOT gates and an additional tree branch for the ST throughput logic realization. We found that such an implementation is preferable in the number of transistors than the 2AND-2OR-NOT implementation. We developed the layout of the proposed unit. We performed a corresponding simulation, which confirmed the performance of the proposed LUT-ST with a hysteretic trigger. The developed LUT improves FPGA's reliability by monitoring the transition's completion, and no clock generator is required. Besides, the developed LUT provides ultra-low voltage operation. Such approaches are supposed to ensure the operation of nano-electronic structures under conditions of quantum uncertainty.

**The scientific novelty** of obtained results is that the proposed universal gates open a new STC subclass.

**The practical significance** of the obtained results lies in the fact that the proposed gates' functional and layout simulation confirms their effectiveness. Furthermore, the proposed gates create the base for advanced self-timed FPGAs.

**Prospects for further research** are to study the problem of checking out and diagnosing proposed universal self-timed gates. Also, it is advisable to develop LUT for a larger number of variables (3, 4, 5, 6, 7).

## ACKNOWLEDGEMENTS

This research was carried out with the support of the Department of Automation and Remote Control of the Perm National Research Polytechnic University (Head of the department Prof. Yuzhakov Alexander Anatolievich) and the Department of Software Computing Systems of the Perm State University.

Great thanks to the PhDs Ruslan Vikhorev (Perm scientific-industrial instrument making company) and Irina A. Barinova (Perm National Research Polytechnic University).

This work was supported in part by a grant from EU by TEMPUS-GreenCo (530270-TEMPUS-1-2012-1-UK-TEMPUS-JPCR) with the assistance of the Department "Computer Systems and Networks" Kharkiv National Aerospace University named after V. E. Zhukovsky "HAI". The research was funded by a grant from the Russian Science Foundation (Project № 19-11-00334).

## REFERENCES

1. Muller D. E., Bartky W. S. A theory of asynchronous circuits, *On the Theory of Switching, Part I*. Harvard, University Press, 1959, pp. 204–243.
2. Varshavsky V. I. Ed. Aperiodic Automata. Moscow, Nauka, 1976, 304p.
3. Marakhovskiy V. B., Surkov A. V. Globally asynchronous system of interactive Moore state machines, *IET Computers and Digital Techniques*, 2016, Vol. 10, Issue 4, pp. 186–192.
4. eds.: Cortadella Jordi, Yakovlev Alex and Rozenberg Grzegorz GALA (Globally Asynchronous – Locally Arbitrary) Design", LNCS 2549, Concurrency and Hardware Design, Advances in Petri Nets. Berlin, Springer, 2002, pp. 61–107.
5. Yakovlev A. Energy-modulated computing, *In Design, Automation & Test in Europe Conference & Exhibition (DATE), IEEE*, 2011, pp. 1–6.
6. Sokolov Danil, Khomenko Victor, Mokhov Andrey et al Automating the Design of Asynchronous Logic Control for AMS Electronics, *IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems*, 2020, Volume 39, Issue 5, pp. 952–965. DOI: 10.1109/TCAD.2019.2907905
7. Stepchenkov Y. A., Zakharov V. N., Rogdestvenski Y. V. et al. Speed-independent floating point coprocessor / [] // *IEEE East-West Design & Test Symposium: International, 26–29 Sept. 2015: proceedings*. Batumi, Georgia, IEEE, 2015, pp. 7493110. DOI: 10.1109/EWDTS.2015.7493110
8. Smith S. C. Design of an FPGA Logic Element for Implementing Asynchronous NULL Convention Logic Circuits [Electronic resource], Available at: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4231891> DOI: 10.1109/TVLSI.2007.898726
9. Self-timed Circuits [Electronic resource]. Access mode: <https://ocw.mit.edu/courses/electrical-engineering-and-computer-science/6-004-computation-structures-spring-2017/c7/c7s2/c7s2v5/self-timed-circuits-6-21/>
10. Walker A., Lala K. An Approach for Self-Timed Synchronous CMOS Circuit Design [Electronic resource], Access mode: <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20040068174.pdf>
11. Nielsen L. S., Niessen C., Sparsø J., Berkel van. C. H. Low-power operation using self-timed circuits and adaptive scaling of the supply voltage [Electronic resource], Access mode: <https://backend.orbit.dtu.dk/ws/files/4151035/Nielsen.pdf>
12. Masashi I., Takashi N. Performance Comparison between Self-timed Circuits and Synchronous Circuits Based on the Technology Roadmap of Semiconductors [Electronic resource], Access mode: [http://webhost.laas.fr/TSF/WDSN08/2ndWDSN08\(LAAS\)\\_file\\_s/Texts/WDSN08-05-Imai.pdf](http://webhost.laas.fr/TSF/WDSN08/2ndWDSN08(LAAS)_file_s/Texts/WDSN08-05-Imai.pdf)
13. Kenny R., Watt J. The Breakthrough Advantage for FPGAs with Tri-Gate Technology [Electronic resource]. Access mode: URL: [https://www.altera.com/en\\_US/pdfs/literature/wp/wp-01201-fpga-tri-gate-technology.pdf](https://www.altera.com/en_US/pdfs/literature/wp/wp-01201-fpga-tri-gate-technology.pdf)
14. Tyurin S. F. LUT based Fredkin gate, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2020, No. 1, pp. 44–53.
15. Drozd A. V., Drozd M., Martynyuk O., Kuznietsov M. Improving of a Circuit Checkability and Trustworthiness of Data Processing Results in LUT-based FPGA Components of Safety-Related Systems, *CEUR Workshop Proceedings*, 2017, Vol. 1844, pp. 654–661.
16. Drozd A.V., Drozd M., Kuznietsov M. Use of Natural LUT Redundancy to Improve Trustworthiness of FPGA Design, *CEUR Workshop Proceedings*, 2016, Vol. 1614, pp. 322–331.
17. Speedster22i Configuration User Guide [Electronic resource]. – Access mode: [http://www.achronix.com/wp-content/uploads/docs/Speedster22i\\_Configuration\\_User\\_Guide\\_UG033.pdf](http://www.achronix.com/wp-content/uploads/docs/Speedster22i_Configuration_User_Guide_UG033.pdf)
18. Maheswaran K., Akella V. Hazard-free implementation of the self-timed cell set in a Xilinx FPGA [Electronic resource]. Access mode: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.39.4276&rep=rep1&type=pdf>
19. Osuna C. G., Ituero P. and López-Vallejo M. A Self-Timed Multipurpose Delay Sensor for Field Programmable Gate Arrays (FPGAs) [Electronic resource]. Access mode: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3926550/>
20. National Instruments [Electronic resource]. Access mode: <http://www.ni.com/multisim/>
21. Microwind & Dsch Version 3.5 [Electronic resource]. Access mode: [http://auto.teipir.gr/sites/default/files/microwind\\_manual\\_lite\\_v35.pdf](http://auto.teipir.gr/sites/default/files/microwind_manual_lite_v35.pdf)



22. Tyurin S. F. Investigation of a Hybrid Redundancy in the Fault-Tolerant Systems, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2019, No. 2, pp. 23–33. DOI: 10.15588/1607-3274-2019-2-3
23. El-Maleh A. H., Al-Yamani A., Al-Hashimi B. M. Transistor-Level Defect Tolerant Digital System Design at the Nanoscale. Research Proposal Submitted to Internal Track Research Grant Programs [Electronic resource]. Access mode: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.474.3844&rep=rep1&type=pdf>
24. Mead C. A., Conway L. Introduction to VLSI Systems [Electronic resource]. Access mode: [https://www.researchgate.net/publication/234388249\\_Introduction\\_to\\_VLSI\\_systems](https://www.researchgate.net/publication/234388249_Introduction_to_VLSI_systems)
- Received 27.10.2020.  
Accepted 27.01.2021.

УДК 004.93

### САМОСІНХРОННИЙ ГЕНЕРАТОР ФУНКЦІЙ ДЛЯ БМК И ПЛИС

**Тюрін С. Ф.** – Заслужений винахідник Російської Федерації, д-р техн. наук, професор, професор кафедри автоматизації та телемеханіки Пермського національного дослідницького політехнічного університету, Пермь, Росія.

професор кафедри математичного забезпечення обчислювальних систем Пермського державного національного дослідницького університету, Пермь, Росія.

**Скорнякова А. Ю.** – канд. техн. наук, інженер-конструктор Пермської науково-промислової приладобудівної компанії, Пермь, Росія.

**Степченко Ю. А.** – канд. техн. наук, начальник відділу інституту проблем інформатики, Російська академія наук, Москва, Росія.

**Дьяченко Ю. Г.** – канд. техн. наук, начальник сектора інституту проблем інформатики, Російська академія наук, Москва, Росія.

### АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** Самосинхронні схеми, запропоновані Д. Маллером на зорі цифрової ери, продовжують хвилювати уми дослідників. Ці схеми стартували із завдань підвищення продуктивності з урахуванням реальних затримок. Потім самосинхронні схеми перейшли в область «зелених» обчислень і, нарешті, в даний час позиціонуються в основному в області відмовостійкості. У самосинхронних схем багато надмірності. Вважається, що підходи самосинхронних схем будуть задіяні в нано схемотехніці, коли синхронний підхід стане неможливим. Строго самосинхронні схеми аналізують закінчення перехідного процесу на виходах кожного вентиля, використовуючи так звані елементи Маллера (С-елементи, гістерезисні тригери, G-тригери). Зазвичай самосинхронні схеми розробляються для базових матричних кристалів. Є велика база самосинхронних схем базових матричних кристалів. Вважається, що самосинхронні схеми несумісні з технологією FPGA. Але спроби створення самосинхронних ПЛИС не припиняються. У статті пропонується самосинхронний генератор функцій для самосинхронних схем базових матричних кристалів та самосинхронних FPGA, конфігурація яких здійснюється або константами, або за допомогою додаткових елементів пам'яті. Автори запропонували 1,2 – LUT-самосинхронний і описали результати моделювання.

**Мета.** Метою даної роботи є аналіз і проектування самосинхронного універсального логічного елемента LUT-самосинхронний, заснованого на елементах БМК і на схемах передачі транзисторів.

**Методи.** Аналіз і синтез строго самосинхронних схем за допомогою булевої алгебри. Моделювання запропонованого елемента в САПР «Ковчег», програмою TRANAL, системах NI Multisim від National Instruments Electronics Workbench Group і топологічного проектування Microwind. Теорія надійності і відповідні розрахунки в СА Mathcad.

**Результати.** Автори розробили, проаналізували і довели працездатність самосинхронного генератора функцій для базових матричних кристалів і для ПЛИС. Топології нових логічних елементів готові до виготовлення.

**Висновки.** Проведені дослідження дозволяють використовувати запропоновані схеми в перспективних цифрових пристроях.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** самосинхронний, генератор функцій, моделювання.

УДК 004.93

### САМОСИНХРОННЫЙ ГЕНЕРАТОР ФУНКЦИЙ ДЛЯ БМК И ПЛИС

**Тюрин С. Ф.** – Заслуженный изобретатель Российской Федерации, д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры автоматизации и телемеханики Пермского национального исследовательского политехнического университета, Пермь, Россия.

профессор кафедры математического обеспечения вычислительных систем Пермского государственного национального исследовательского университета, Пермь, Россия.

**Скорнякова А. Ю.** – канд. техн. наук, инженер-конструктор, ПАО «Пермская научно-производственная приборостроительная компания», Пермь, Россия.

**Степченко Ю. А.** – канд. техн. наук, начальник отдела института проблем информатики, Российская академия наук, Москва, Россия.

**Дьяченко Ю. Г.** – канд. техн. наук, начальник сектора института проблем информатики, Российская академия наук, Москва, Россия.

### АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** Самосинхронные схемы, предложенные Д. Маллером на заре цифровой эры, продолжают волновать умы исследователей. Эти схемы стартовали с задач повышения производительности с учетом реальных задержек. Затем самосинхронные схемы перешли в область «зеленых» вычислений и, наконец, в настоящее время позиционируются в основном в области отказоустойчивости. В самосинхронных схемах много избыточности. Считается, что подходы самосинхронных схем будут востребованы в нано-схемотехнике, когда синхронный подход становится невозможным. Строго самосинхронные схемы анализируют окончание переходного процесса на выходах каждого вентиля, используя так называемые элементы Маллера (С-элементы, гистерезисные триггеры, G-триггеры). Обычно самосинхронные схемы разрабатываются для базовых матричных кристаллов. Имеется обширная база самосинхронных схем базовых матричных

© Tyurin S. F., Skorniyakova A. Yu., Stephenkov Yu. A., Diachenko Yu. G., 2021  
DOI 10.15588/1607-3274-2021-1-4

кристаллов. Считается, что самосинхронные схемы несовместимы с технологией FPGA. Но попытки создания самосинхронных ПЛИС не прекращаются. В статье предлагается строго самосинхронный генератор функций для самосинхронных схем базовых матричных кристаллов и самосинхронных FPGA, конфигурирование которых осуществляется либо константами, либо с помощью дополнительных ячеек памяти. Авторы предложили 1,2 – LUT-самосинхронный и описали результаты моделирования.

**Цель.** Целью данной работы является анализ и проектирование строго самосинхронного универсального логического элемента LUT, основанного на элементах БМК и на схемах из передающих транзисторов.

**Методы.** Анализ и синтез строго самосинхронных схем с помощью булевой алгебры. Моделирование предложенного элемента в САПР «Ковчег», программе TRANAL, системах NI Multisim от National Instruments Electronics Workbench Group и топологического проектирования Microwind. Теория надежности и соответствующие расчеты в СКА Mathcad.

**Результаты.** Авторы разработали, проанализировали и доказали работоспособность самосинхронных генераторов функций для базовых матричных кристаллов и для ПЛИС. Топологии новых логических элементов готовы к изготовлению.

**Выводы.** Проведенные исследования позволяют использовать предложенные схемы в перспективных цифровых устройствах.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** самосинхронный, генератор функций, моделирование.

#### ЛИТЕРАТУРА / LITERATURE

1. Muller D. E. A theory of asynchronous circuits / D. E. Muller, W. S. Bartky // On the Theory of Switching, Part 1. – Harvard: University Press, 1959. – P. 204–243.
2. Aperiodic Automata / [ Ed. V.I. Varshavsky] – М. : Nauka, 1976. – 304 p.
3. Marakhovsky V. B. Globally asynchronous system of interactive Moore state machines // V. B. Marakhovsky, A. V. Surkov // IET Computers and Digital Techniques. – 2016. – Vol. 10, Issue 4. – P. 186–192.
4. GALA (Globally Asynchronous – Locally Arbitrary) Design’, LNCS 2549, Concurrency and Hardware Design, Advances in Petri Nets / [eds.: Jordi Cortadella, Alex Yakovlev, and Grzegorz Rozenberg]. – Berlin : Springer, 2002. – P. 61–107.
5. Yakovlev A. Energy-modulated computing. In Design, Automation & Test in Europe Conference & Exhibition (DATE) / A. Yakovlev. – IEEE, 2011. – P. 1–6.
6. Automating the Design of Asynchronous Logic Control for AMS Electronics / [Danil Sokolov, Victor Khomenko, Andrey Mokhov, et al.] // IEEE Transactions on Computer-Aided Design of Integrated Circuits and Systems. – 2020. – Vol. 39, Issue 5. – P. 952–965. DOI: 10.1109/TCAD.2019.2907905
7. Speed-independent floating point coprocessor / [Y. A. Stepchenkov, V. N. Zakharov, Y. V. Rogdestvenski, et al.] // IEEE East-West Design & Test Symposium: International, 26–29 Sept. 2015: proceedings. – Batumi, Georgia : IEEE, 2015. – P. 7493110. DOI: 10.1109/EWDTS.2015.7493110
8. Smith S. C. Design of an FPGA Logic Element for Implementing Asynchronous NULL Convention Logic Circuits [Electronic resource] / S. C. Smith. – Available at: <https://ieeexplore.ieee.org/document/4231891> DOI: 10.1109/TVLSI.2007.898726
9. Self-timed Circuits [Electronic resource]. – Access mode: <https://ocw.mit.edu/courses/electrical-engineering-and-computer-science/6-004-computation-structures-spring-2017/c7/c7s2/c7s2v5/self-timed-circuits-6-21-/>
10. Walker A. An Approach for Self-Timed Synchronous CMOS Circuit Design [Electronic resource] / A. Walker, P. K. Lala. – Access mode: <https://ntrs.nasa.gov/archive/nasa/casi.ntrs.nasa.gov/20040068174.pdf>
11. Nielsen L. S. Low-power operation using self-timed circuits and adaptive scaling of the supply voltage [Electronic resource] / L. S. Nielsen, C. Niessen, J. Sparsø, C. H. van. Berkel. – Access mode: <https://backend.orbit.dtu.dk/ws/files/4151035/Nielsen.pdf>
12. Masashi I. Performance Comparison between Self-timed Circuits and Synchronous Circuits Based on the Technology Roadmap of Semiconductors [Electronic resource] / I. Masashi, N. Takashi. – Access mode: [http://webhost.laas.fr/TSF/WDSN08/2ndWDSN08\(LAAS\)\\_file\\_s/Texts/WDSN08-05-Imai.pdf](http://webhost.laas.fr/TSF/WDSN08/2ndWDSN08(LAAS)_file_s/Texts/WDSN08-05-Imai.pdf)
13. Kenny R. The Breakthrough Advantage for FPGAs with Tri-Gate Technology [Electronic resource] / R. Kenny, J. Watt. – Access mode: [URL:https://www.altera.com/en\\_US/pdfs/literature/wp/wp-01201-fpga-tri-gate-technology.pdf](https://www.altera.com/en_US/pdfs/literature/wp/wp-01201-fpga-tri-gate-technology.pdf)
14. Tyurin S. F. LUT based Fredkin gate / S.F. Tyurin // Radio Electronics, Computer Science, Control. – 2020. – № 1. – P. 44–53.
15. Improving of a Circuit Checkability and Trustworthiness of Data Processing Results in LUT-based FPGA Components of Safety-Related Systems // [A. V. Drozd, M. Drozd, O. Martynyuk, M. Kuznetsov]. – CEUR Workshop Proceedings. – 2017. – Vol. 1844. – P. 654–661.
16. Drozd A. V. Use of Natural LUT Redundancy to Improve Trustworthiness of FPGA Design / A. V. Drozd, M. Drozd, M. Kuznetsov // CEUR Workshop Proceedings. – 2016. – Vol. 1614. – P. 322–331.
17. Speedster22i Configuration User Guide [Electronic resource]. – Access mode: [http://www.achronix.com/wp-content/uploads/docs/Speedster22i\\_Configuration\\_User\\_Guide\\_UG033.pdf](http://www.achronix.com/wp-content/uploads/docs/Speedster22i_Configuration_User_Guide_UG033.pdf)
18. Maheswaran K. Hazard-free implementation of the self-timed cell set in a Xilinx FPGA [Electronic resource] / K. Maheswaran, V. Akella. – Access mode: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.39.4276&rep=rep1&type=pdf>
19. Osuna C. G. A Self-Timed Multipurpose Delay Sensor for Field Programmable Gate Arrays (FPGAs) [Electronic resource] / C. G. Osuna, P. Ituero and M. López-Vallejo. – Access mode: <https://www.ncbi.nlm.nih.gov/pmc/articles/PMC3926550/>
20. National Instruments [Electronic resource]. – Access mode: // <http://www.ni.com/multisim/>
21. Microwind & Dsch Version 3.5 [Electronic resource]. – Access mode: [http://auto.teipir.gr/sites/default/files/microwind\\_manual\\_lite\\_v35.pdf](http://auto.teipir.gr/sites/default/files/microwind_manual_lite_v35.pdf)
22. Tyurin S.F. Investigation of a Hybrid Redundancy in the Fault-Tolerant Systems/ S. F. Tyurin // Radio Electronics, Computer Science, Control. – 2019. – № 2. – P. 23–33. DOI: 10.15588/1607-3274-2019-2-3
23. El-Maleh A. H. Transistor-Level Defect Tolerant Digital System Design at the Nanoscale. Research Proposal Submitted to Internal Track Research Grant Programs [Electronic resource] / A. H. El-Maleh, A. Al-Yamani, B. M. Al-Hashimi. – Access mode: <http://citeseerx.ist.psu.edu/viewdoc/download?doi=10.1.1.474.3844&rep=rep1&type=pdf>
24. Mead C. A. Introduction to VLSI Systems [Electronic resource] / C. A. Mead, L. Conway. – Access mode: [https://www.researchgate.net/publication/234388249\\_Introduction\\_to\\_VLSI\\_systems](https://www.researchgate.net/publication/234388249_Introduction_to_VLSI_systems)

# МАТЕМАТИЧНЕ ТА КОМП'ЮТЕРНЕ МОДЕЛЮВАННЯ

## MATHEMATICAL AND COMPUTER MODELING

## МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

УДК 004.3

### МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ПРОДУКТИВНОСТІ КЛАСТЕРНОЇ СИСТЕМИ НА БАЗІ RASPBERRY PI 3B+

**Бабчук С. М.** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедри комп'ютерних систем і мереж Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу, м. Івано-Франківськ, Україна.

**Гуменюк Т. В.** – канд. техн. наук, доцент кафедри комп'ютерних систем і мереж Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу, м. Івано-Франківськ, Україна.

**Романів І. Т.** – студент кафедри комп'ютерних систем і мереж Івано-Франківського національного технічного університету нафти і газу, м. Івано-Франківськ, Україна.

#### АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** Для вирішення багатьох наукових задач та для роботи з складними прикладними завданнями необхідні високопродуктивні обчислювальні системи. Раніше реальну паралельну обробку даних підтримували тільки суперкомп'ютери, доступ до яких є дуже обмеженим і ускладненим. В даний час одним із шляхів вирішення даної проблеми є побудова невеликих дешевих кластерів на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi.

**Мета.** Розробити комплексний критерій ефективності роботи кластерної системи, який би міг належним чином охарактеризувати роботу такої системи та знайти залежності продуктивності кластерної системи на базі Raspberry Pi 3B+ від кількості плат в ній при різних системах охолодження.

**Метод.** Запропоновано застосовувати при аналізі невеликих кластерних комп'ютерних систем комплексний критерій ефективності роботи кластерної системи, який буде враховувати загальну продуктивність кластерної комп'ютерної системи, продуктивність одного обчислювального елемента в кластерній комп'ютерній системі, споживання електроенергії кластерною системою, споживання електроенергії з розрахунку на один обчислювальний елемент, собівартість обчислення 1 Гфлос кластерною комп'ютерною системою, загальну вартість кластерної комп'ютерної системи.

**Результати.** Розроблений комплексний критерій ефективності роботи кластерної системи використано при створенні дослідної кластерної системи на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+. Також розроблено математичні моделі залежності продуктивності невеликої кластерної системи на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ в залежності від кількості плат в ній при різних системах охолодження.

**Висновки.** Проведені експерименти підтвердили доцільність використання розробленого комплексного критерію ефективності роботи кластерної системи та дозволяють рекомендувати його до використання на практиці при створенні невеликих кластерних систем. Перспективи подальших досліджень полягають у визначенні вагових коефіцієнтів складових елементів комплексного критерію ефективності роботи кластерної системи, а також в експериментальному вивченні запропонованих вагових коефіцієнтів.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** кластер, кластерна система, Raspberry Pi 3B+, математична модель, продуктивність комп'ютерної системи, критерій ефективності.

#### АБРЕВІАТУРИ

USB – Universal Serial Bus;

ПК – персональний комп'ютер;

США – Сполучені Штати Америки.

#### НОМЕНКЛАТУРА

$E_{x_1}$  – ефективність використання кластерної системи;

$F(t)$  – зовнішні впливи;

$f_1(t)$  – завдання яке виконується;

$f_2(t)$  – температура навколишнього середовища;

$f_3(t)$  – інші фактори навколишнього середовища;

$Ke$  – комплексний критерій ефективності роботи кластерної системи;

$p$  – кількість процесорів в комп'ютерній системі;

$S_{x_1}$  – прискорення кластерної системи;

$T_1$  – час виконання завдання скалярною ЕОМ;

$T_{x_1}$  – час виконання завдання кластерною системою;

$X(t)$  – група параметрів, що діють на вході об'єкта;

$x_1(t)$  – кількість обчислювальних елементів в кластерній комп'ютерній системі;

$x_2(t)$  – тип обчислювального елемента;

$x_3(t)$  – тип системи охолодження;

$Y(t)$  – показники процесу обчислень;

$y_1(t)$  – загальна продуктивність кластерної комп'ютерної системи;

$y_2(t)$  – продуктивність одного обчислювального елемента (наприклад, плати Raspberry Pi 3B+) в кластерній комп'ютерній системі;

$y_3(t)$  – споживання електроенергії кластерною системою;

$y_4(t)$  – споживання електроенергії з розрахунку на один обчислювальний елемент (наприклад, плату Raspberry Pi 3B+);

$y_5(t)$  – собівартість обчислення 1 Гфлопс кластерною комп'ютерною системою;

$y_6(t)$  – загальна вартість кластерної комп'ютерної системи;

$\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3, \bar{y}_4, \bar{y}_5, \bar{y}_6$  – усереднені значення результатів експериментальних досліджень по кожному з показників  $y_1, y_2, y_3, y_4, y_5, y_6$ .

## ВСТУП

Для вирішення багатьох наукових задач та для роботи з складними прикладними завданнями необхідні сучасні високопродуктивні обчислювальні системи [1].

Науковці, програмісти і тим більше студенти рідкісно мають можливість працювати з високопродуктивними обчислювальними системами і запускати на них свої програми. Як правило, такі обчислювальні системи цілодобово вже зайняті іншими програмами від урядів та великих компаній і т.п. Дуже важко знайти можливість працювати з такими системами: потрібно наперед писати заяву і ставати в чергу на очікування доступу до роботи з високопродуктивною обчислювальною системою.

Для того, що б забезпечити максимально ефективне використання високоякісних потужних обчислювальних систем необхідна розробка програмного забезпечення, яке забезпечить максимальне розпаралелення виконання завдань. Для розробника такого програмного забезпечення дуже важливо перевірити чи буде створений програмний продукт належним чином працювати в реальному багатопроцесорному середовищі, чи ефективно будуть розпаралелюватись завдання.

**Об'єктом дослідження** є кластерні системи на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+.

**Предметом дослідження** є ефективність та продуктивність кластерних систем на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+.

**Метою роботи** є визначення критерію ефективності роботи кластерної системи та розробка математичних моделей залежності продуктивності кластерної системи на базі Raspberry Pi 3B+ від кількості плат в ній при різних системах охолодження.

## 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

Кластерні системи, як правило, спрощено описують функцією:

$$y_1 = f(x_1).$$

Для аналізу кластерної системи в даний час використовують критерії ефективності та прискорення.

Прискорення, яке отримують при використанні кластерної системи з паралельним обчисленням для  $x_1$  обчислювачів, в порівнянні з послідовним виконанням обчислень, визначають за формулою [2]:

$$S_{x_1} = \frac{T_1}{T_{x_1}}.$$

Ефективність використання кластерної системи, яка забезпечує паралельні обчислення при вирішенні задачі, визначається відношенням [2]:

$$E_{x_1} = \frac{S_{x_1}}{x_1}.$$

Проблема використання існуючого математичного апарату для опису кластерних систем, які забезпечують паралельні обчислення, полягає в тому, що підвищення прискорення, зазвичай, може бути забезпечено за рахунок збільшення числа обчислювачів, що призводить, як правило, до падіння ефективності. І, навпаки, підвищення ефективності досягається в багатьох випадках при зменшенні числа обчислювачів (в граничному випадку ідеальна ефективність при використанні одного обчислювача) [2].

В зв'язку з вищевказаним, актуальною проблемою є пошук такого критерію ефективності роботи кластерної системи, який би міг належним чином охарактеризувати роботу такої системи. Для цього необхідно визначити всі параметри, які діють на вході кластерної системи  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , показники процесу обчислень  $y_1, y_2, \dots, y_n$  та математичні моделі, які описують їх взаємозв'язок, зокрема, залежність продуктивності кластерної системи від кількості обчислювачів в ній при різних системах охолодження.

## 2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

В даний час різні високотехнологічні компанії світу проводять роботи в напрямку створення кластерів на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi.

На конференції Oracle OpenWorld 2019, яка відбулась у вересні 2019 року, компанія-організатор Oracle представила кластер, що складався з 1060 одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+. Плати Raspberry Pi



3В+ були встановлені в стійку, в модулях 2U. У кожному модулі 2U було розміщено 21 одноплатний комп'ютер Raspberry Pi 3В+.

В електронному бюлетні «New Atlas» (USA), який приділяє особливу увагу новим технологіям і який має близько 280 000 підписників по всьому світу Paul Ridder вказав, що суперкомп'ютери, як правило, дуже великі і дуже дорогі, і вони споживають дуже багато електроенергії для живлення і охолодження. У Національній Лос-Аламоській лабораторії (США) експлуатується один із 10 найпотужніших суперкомп'ютерів у світі – Trinity. Шукаючи більш дешевий спосіб дозволити розробникам створювати та тестувати високопродуктивне програмне забезпечення для суперкомп'ютера Trinity, Національна лабораторія Лос-Аламоса звернулася до австралійської компанії BitScore з проханням розробити тестовий стенд на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi. В результаті було створено кластер з 1000 вузлів (одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3). Вартість такого міні-кластера складає до 150 тис. дол. США. Звичайно це значно менше чим коштує суперкомп'ютер Trinity, але все одно дуже дорого, і придбати такий кластер зможе досить невелика кількість дуже великих дослідних організацій.

Відомі також розробки кластерів на базі 64 та 128 одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi: проект Iridis-Pi (університет Саутгемптона: 64 Raspberry Pi), проект resin.io (128 Raspberry Pi) [3–10].

Професор S. J. Cox (Faculty of Engineering and the Environment, University of Southampton, Southampton, UK), Simon J. Cox, James T. Cox, Richard P. Boardman, Steven J. Johnston, Mark Scott, Neil S. O'Brien в праці "Iridis-pi: a low-cost, compact demonstration cluster" вказали, що створення кластерних комп'ютерних систем на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi В дозволяє одержати дешеву кластерну систему [3].

Таким чином, дешеві кластерні системи на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi є ідеальним ресурсом для тестування програмного забезпечення яке розробляється для суперкомп'ютерів.

Підсумовуючи вищевказане можна відмітити, що напрямок розробки кластерів на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi є актуальним напрямком розробки альтернативної технічної бази для розробки і тестування програм які в подальшому забезпечать паралельні розрахунки в тому числі на суперкомп'ютерах. Важливим напрямком розробки і дослідження таких систем є визначення конфігурації даних систем, яка забезпечить кращу продуктивність та відповідно кращу ефективність.

Предметом дослідження в теорії комп'ютерних систем є комп'ютерні системи в аспектах їх продуктивності, надійності і вартості [11].

Аналіз комп'ютерних систем – це визначення властивостей, які властиві системі чи класу систем. Типова задача аналізу – це оцінка продуктивності і на-

дійності систем із заданою конфігурацією, режимом функціонування і робочим навантаженням [11].

При експлуатації комп'ютерних систем виникає необхідність у підвищенні їх ефективності шляхом підбору конфігурації і режиму функціонування. У цих випадках варто оцінити можливий ефект, для чого необхідні моделі продуктивності системи. Побудова моделі системи на основі наявних даних про систему та експериментальних даних називається ідентифікацією системи [11]. Порядок ідентифікації комп'ютерної системи охарактеризовано в праці Ларіонова А. М., Майорова С. А., Новікова Г. І. «Вычислительные комплексы, системы и сети». Відповідно до природи досліджуваних явищ для їх представлення пропонується функціональна модель, що їх описує. Процес створення такої моделі називається функціональною ідентифікацією системи. Як функціональні моделі можуть використовуватися різні математичні системи – диференціальні й алгебраїчні рівняння, що адекватно представляють досліджувані аспекти [11].

Таким чином, розробка математичних моделей залежності продуктивності кластерної системи на базі Raspberry Pi 3В+ від кількості плат в ній при різних системах охолодження є важливим кроком на шляху підвищення ефективності кластерних систем на базі Raspberry Pi 3В+ шляхом підбору конфігурації і режиму функціонування, який забезпечить більш продуктивну роботу кластерної системи.

Воеводін В.В. та Воеводін Вл.В. в своїй праці «Параллельные вычисления» вказують, що комп'ютери постійно вдосконалюються і їх головний вектор розвитку продуктивність, тобто можливість виконувати більшу кількість операцій за одиницю часу [12]. Також в даній праці авторами відмічено, що ефективність роботи комп'ютерної системи це відношення реальної продуктивності до пікової продуктивності [12]. Воеводін В. В. та Воеводін Вл. В. в указаній праці також вказують що потрібно оцінювати ефективність роботи програмно-апаратного середовища на фіксованому наборі тестових програм (benchmark), який був сформований на основі різних критеріїв [12]. Враховуючи останнє твердження було прийнято рішення досліджувати створену кластерну систему на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3В+ під час виконання тесту «High performance challenge benchmark», який використовується для тестування суперкомп'ютерів.

Гергель В. П. в праці «Высокопроизводительные вычисления для многоядерных многопроцессорных систем» в якості критеріїв роботи кластерних систем використовує прискорення та ефективність [2]. Автор також вказує, що спроби підвищення якості паралельних обчислень по одному з даних показників (прискоренню або ефективності) може привести до погіршення ситуації за іншим показником, адже дані показники якості паралельних обчислень є суперечливими. Як результат, розробка методів паралельних обчислень часто передбачає вибір деякого

компромiсного варіанту з урахуванням бажаних показників прискорення і ефективності. Крім того, Гергель В.П. вказує, що при виборі належного паралельного способу вирішення завдання може виявитися корисною оцінка вартості обчислень, яка визначається як добуток часу паралельного рішення задачі і числа використовуваних процесорів [2].

Останнім часом замовники комп'ютерних систем як універсальних так і високопродуктивних ставлять перед розробниками вимоги, що б вони мали певні технічні характеристики та відповідали певним економічним вимогам. Як приклад можна навести замовлення Національною Лос-Аламоською лабораторією (США) в австралійській компанії BitScore розробки тестового стенду на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi. Тому актуальною науковою задачею є розробка комплексного критерію ефективності роботи кластерної системи, який буде враховувати всі аспекти, які важливі для замовників і користувачів комп'ютерних систем.

### 3 МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

Як правило, при аналізі кластерних комп'ютерних систем, як критерій ефективності їх роботи використовують продуктивність їх роботи та інколи прискорення. Звичайно, продуктивність і прикорення кластерної комп'ютерної системи є одними з важливих показників, які її характеризують. Проте, ефективність кластерної комп'ютерної системи характеризують і інші показники.

В результаті проведених досліджень встановлено, що для аналізу і характеристики невеликих кластерних комп'ютерних систем краще застосовувати комплексний критерій ефективності роботи кластерної системи, який буде враховувати загальну продуктивність кластерної комп'ютерної системи, продуктивність одного обчислювального елемента в кластерній комп'ютерній системі, споживання електроенергії кластерною системою, споживання електроенергії з розрахунку на один обчислювальний елемент, собівартість обчислення 1 Гфлопс кластерною комп'ютерною системою, загальну вартість кластерної комп'ютерної системи.

Можна виділити три групи параметрів, які характеризують процес роботи кластерної комп'ютерної системи.

До першої групи параметрів  $X(t)$ , що діють на вході об'єкта, можна віднести кількість обчислювальних елементів в кластерній комп'ютерній системі  $x_1(t)$ , тип обчислювального елемента  $x_2(t)$  (технічні характеристики обчислювальних елементів впливають на показники роботи кластерної системи в цілому), тип системи охолодження  $x_3(t)$ . В подальшому, параметри  $x_1(t)$ ,  $x_2(t)$ ,  $x_3(t)$  будемо вважати компонентами вектора вхідних керуючих впливів:

$$X(t) = X[x_1(t), x_2(t), x_3(t)]. \quad (1)$$

Другу групу складають зовнішні впливи  $F(t)$ : задання яке виконується  $f_1(t)$ , температура навколишнього середовища  $f_2(t)$  та інші фактори навколишнього середовища  $f_3(t)$ :

$$F(t) = F[f_1(t), f_2(t), f_3(t)]. \quad (2)$$

До третьої групи відносяться показники процесу обчислень  $Y(t)$ : загальну продуктивність кластерної комп'ютерної системи  $y_1(t)$ , продуктивність одного обчислювального елемента (наприклад, плати Raspberry Pi 3B+) в кластерній комп'ютерній системі  $y_2(t)$ , споживання електроенергії кластерною системою  $y_3(t)$ , споживання електроенергії з розрахунку на один обчислювальний елемент (наприклад, плату Raspberry Pi 3B+)  $y_4(t)$ , собівартість обчислення 1 Гфлопс кластерною комп'ютерною системою  $y_5(t)$ , загальну вартість кластерної комп'ютерної системи  $y_6(t)$ :

$$Y(t) = Y[y_1(t), y_2(t), y_3(t), y_4(t), y_5(t), y_6(t)]. \quad (3)$$

Зважаючи на вищесказане, гіпотетичну модель процесу обчислень можна подати у вигляді:

$$Y(t) = Y[X(t), F(t)]. \quad (4)$$

Вищевказані показники процесу обчислень більш повно характеризують результати роботи кластерної комп'ютерної системи чим просто продуктивність її роботи, а комплексний критерій ефективності роботи кластерної системи, який буде їх враховувати, має вигляд:

$$Ke = Y[\bar{y}_1, \bar{y}_2, \bar{y}_3, \bar{y}_4, \bar{y}_5, \bar{y}_6]. \quad (5)$$

Використання комплексного критерію ефективності роботи кластерної системи при дослідженні такої системи дозволить отримати більш об'єктивну інформацію про об'єкт дослідження.

Оскільки загальна продуктивність кластерної комп'ютерної системи є важливим елементом комплексного критерію ефективності роботи кластерної системи, в даній роботі було досліджено даний показник та розроблено математичні моделі залежності продуктивності невеликої кластерної системи на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ в залежності від кількості плат в ній при різних системах охолодження.

### 4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

Для виконання досліджень роботи кластерної системи на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ була створена система зображена на рисунку 1.

Створена для досліджень кластерна система на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ складається з:

– 4-х одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ ;

– гігабітного некерованого комутатора D-Link DGS-1005A ;

- блоку живлення 60 W;
- кулера DeepCool XFAN 120 L/W .

Основні характеристики одноплатних комп'ютерів Raspberry pi 3B+ , на базі яких побудовано кластер:

- процесор Cortex-A53 з частотою 1,4 GHz;
- оперативна пам'ять 1 Гбайт LPDDR2;
- Gigabit Ethernet.

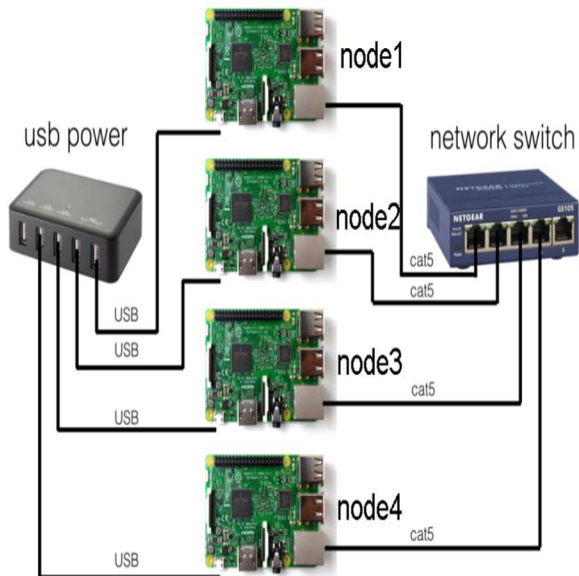


Рисунок 1 – Кластерна система на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+

Живлення одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ в кластері здійснюється через USB-hub, який підключений до мережі електроживлення через блок живлення.

Одноплатні комп'ютери Raspberry Pi 3B+, з встановленою операційною системою Raspbian Stretch, об'єднані в кластер за допомогою гігабітного некерованого комутатора D-Link DGS-1005A. Вартість створеного кластера (чотири одноплатних комп'ютери Raspberry Pi 3B+, комутатор, блок живлення, кулер, проводи) становить до 155 дол. США.

## 5 РЕЗУЛЬТАТИ

З метою досягнення поставленої мети було проведено експерименти з визначення продуктивності кластерної системи на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ при різних кількостях плат Raspberry Pi а також при різних системах охолодження по 49 експериментів для кожної конфігурації. Тестування продуктивності розробленої кластерної системи проводилось за допомогою тесту «High performance challenge benchmark» [13].

На рисунку 2 зображено графіки визначеної продуктивності створеної чотирьохплатної кластерної системи на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ при різних типах охолодження плат (без охолодження, пасивне охолодження, активне охолодження за допомогою кулера DeepCool XFAN 120 L/W).

лодження, пасивне охолодження, активне охолодження за допомогою кулера DeepCool XFAN 120 L/W).



Рисунок 2 – Продуктивність кластера з чотирьох одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ з різними системами охолодження

На рисунку 3 зображено графіки визначеної продуктивності створеної триплатної кластерної системи на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ при різних типах охолодження плат (без охолодження, пасивне охолодження, активне охолодження за допомогою кулера DeepCool XFAN 120 L/W).

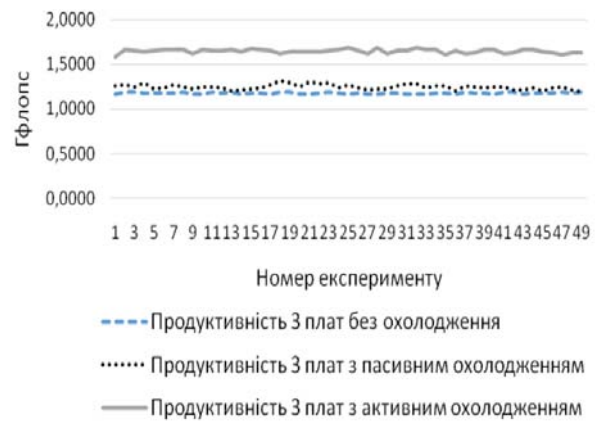


Рисунок 3 – Продуктивність кластера з трьох одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ з різними системами охолодження

На рисунку 4 зображено графіки визначеної продуктивності створеної двоплатної кластерної системи на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ при різних типах охолодження плат (без охолодження, пасивне охолодження, активне охолодження за допомогою кулера DeepCool XFAN 120 L/W).



Рисунок 4 – Продуктивність кластера з двох одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ з різними системами охолодження

На рисунку 5 зображено графіки визначеної продуктивності одноплатного комп'ютера Raspberry Pi 3B+ при різних типах охолодження плат (без охолодження, пасивне охолодження, активне охолодження за допомогою кулера DeepCool XFAN 120 L/W).

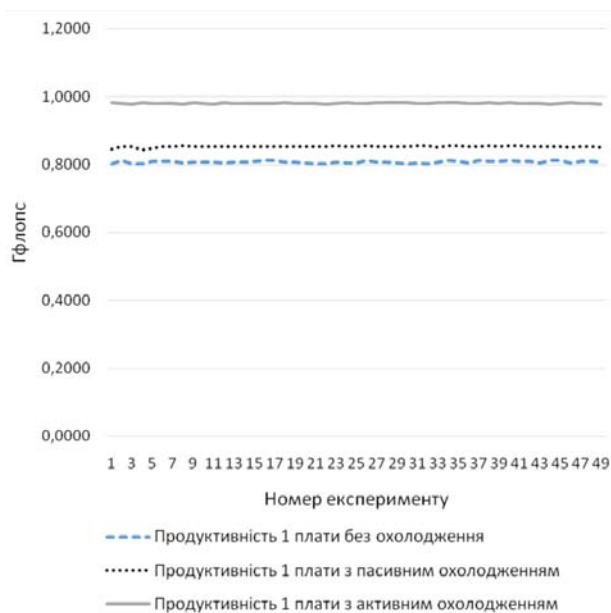


Рисунок 5 – Продуктивність одного одноплатного комп'ютера Raspberry Pi 3B+ з різними системами охолодження

Після проведення експериментів було здійснено опрацювання отриманих в них результатів. В таблиці 1 наведено середні значення продуктивності кластерних систем на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ з різною кількістю плат та з різними системами охолодження.

Таблиця 1 – Середні значення продуктивності кластерних систем на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ з різною кількістю плат та з різними системами охолодження

Кількість плат Raspberry Pi 3B+	Середні значення продуктивності (Гфлопс) при різних типах систем охолодження		
	без охолодження	з пасивним охолодженням	з активним охолодженням
1	0,807116	0,851778	0,980047
2	0,88222	0,898496	1,034144
3	1,179257	1,246531	1,647265
4	1,37011	1,394486	1,827639

Залежність середньої продуктивності кластерної системи на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ від кількості таких комп'ютерів в ній при різних системах охолодження показана на рисунку 6.

На рисунку 6 видно, що продуктивність кластерної системи на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ з пасивною системою охолодження дещо вища (від 2% до 6%) продуктивності такої ж кластерної системи, але без системи охолодження. Таким чином затрати на пасивну систему охолодження не дають значного приросту в продуктивності невеликої кластерної системи.

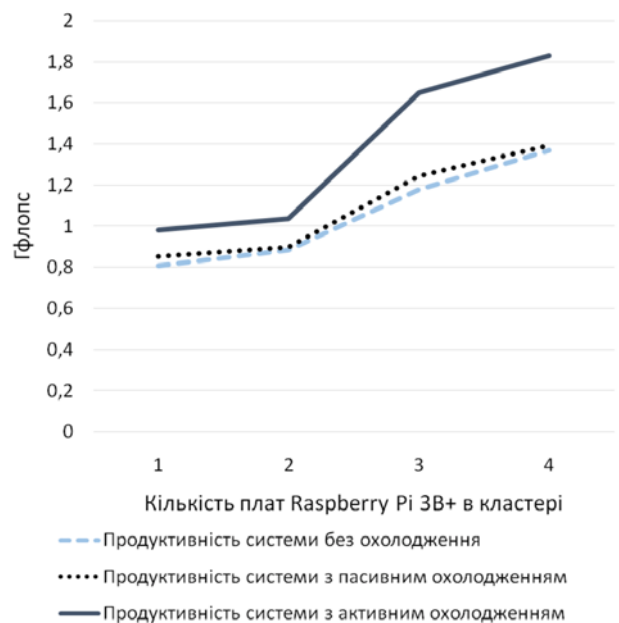


Рисунок 6 – Залежність середньої продуктивності кластерної системи на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ від кількості таких комп'ютерів в ній при різних системах охолодження

Продуктивність кластерної системи на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ з активною системою охолодження значно вища продуктивності таких самих кластерних систем без системи охолодження або з системою пасивного охолодження (від 15% до 40%). При чому особливо це перевищення відчутне при 3–4 платах (перевищення в продуктив-



ності від 31% до 40%, а при 2 платах перевищення в продуктивності від 15% до 21%). Таким чином, затрати на активну систему охолодження дають відчутний приріст продуктивності роботи невеликої кластерної системи.

Прискорення (speedup), що отримується при використанні паралельного алгоритму для  $p$  процесорів, в порівнянні з послідовним варіантом виконання обчислень визначається, як відношення часу рішення задачі скалярною ЕОМ до часу виконання паралельного алгоритму [2].

З метою визначення прискорення розробленої кластерної системи було проведено по 49 експериментів під час яких задача з знаходження кількості простих чисел в заданому діапазоні (10000) [14] вирішувалась на звичайному персональному комп'ютері з процесором AMD Ryzen 5 з частотою 3,6 ГГц (вартістю 360 дол. США) та на створеному кластері з чотирма одноплатними комп'ютерами Raspberry Pi 3B+ (кожна плата з одним процесором Cortex-A53 з частотою 1,4 ГГц) з активним охолодженням (вартістю до 155 дол. США). Результати експериментів відображені на рис. 7.

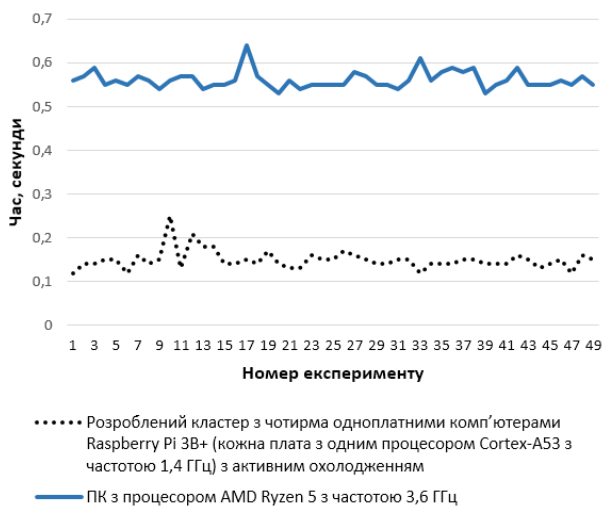


Рисунок 7 – Час виконання задачі з знаходження кількості простих чисел в заданому діапазоні (10000)

В результаті опрацювання експериментальних даних встановлено, що середній час рішення задачі з знаходження кількості простих чисел в заданому діапазоні (10000) [14] на звичайному персональному комп'ютері з процесором AMD Ryzen 5 з частотою 3,6 ГГц становить 0,56 секунди, а на створеному кластері з чотирма одноплатними комп'ютерами Raspberry Pi 3B+ (кожна плата з одним процесором Cortex-A53 з частотою 1,4 ГГц) з активним охолодженням становить 0,15 секунди.

Прискорення розраховано у відповідності з працею Гергеля В. П. «Высокопроизводительные вычисления для многоядерных многопроцессорных систем» становить 3,7. Крім того, розроблений кластер деше-

вший від звичайного персонального комп'ютера в 2,3 рази.

Ефективність розробленої кластерної системи з чотирма одноплатними комп'ютерами Raspberry Pi 3B+ з активним охолодженням розрахована у відповідності з працею Гергеля В. П. «Высокопроизводительные вычисления для многоядерных многопроцессорных систем» становить 0,925.

Вищевказані результати свідчать, що розроблений кластер ефективний в задачах, які можна розпаралелити і відповідно забезпечити паралельні обчислення.

Встановлена математична модель залежності продуктивності кластерної системи на базі Raspberry Pi 3B+ від кількості плат в ній при відсутній системі охолодження має форму полінома третього порядку:

$$y_1 = -0,0547x_1^3 + 0,4391x_1^2 - 0,8593x_1 + 1,2821. \quad (6)$$

Графічне відображення розробленої математичної моделі залежності продуктивності кластерної системи на базі Raspberry Pi 3B+ від кількості плат в ній при відсутній системі охолодження зображено на рисунку 8.

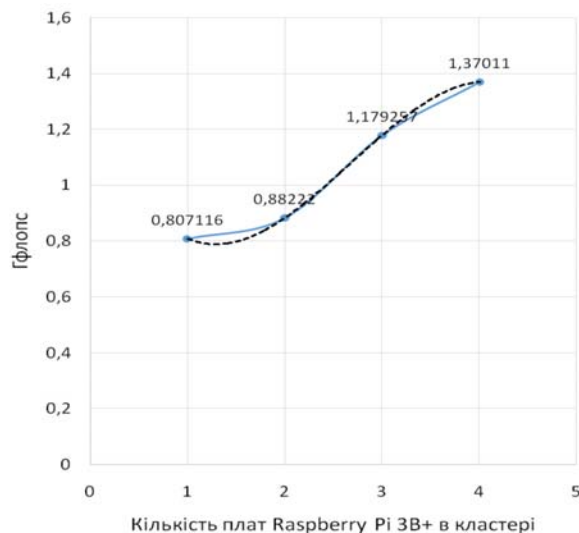


Рисунок 8 – Графічне відображення розробленої математичної моделі залежності продуктивності кластерної системи на базі Raspberry Pi 3B+ від кількості плат в ній при відсутній системі охолодження

В таблиці 2 наведено результати аналізу середньої продуктивності кластерної системи на базі Raspberry Pi 3B+ з різною кількістю плат визначеної в результаті проведення експериментів, а також значення продуктивності кластерної системи в залежності від кількості плат в ній, яке знайдене за результатами обчислення при використанні розробленої математичної моделі (6).

Таблиця 2 – Порівняння значень продуктивності кластерної системи без системи охолодження отриманих під час експерименту та з використанням розробленої математичної моделі (1)

Кількість плат Raspberry Pi 3B+	Середнє значення продуктивності кластерної системи знайдене за результатами проведення експериментів, Гфлопс	Значення продуктивності кластерної системи знайдене з допомогою розробленої математичної моделі (1), Гфлопс	Похибка, Гфлопс	Похибка, %
1	0,807116	0,807200	0,000084	0,01
2	0,88222	0,882300	0,000080	0,01
3	1,179257	1,179200	0,000057	0,01
4	1,37011	1,369700	0,000410	0,03

Математична модель залежності продуктивності кластерної системи на базі Raspberry Pi 3B+ від кількості плат в ній при пасивній системі охолодження має форму полінома третього порядку:

$$y_1 = -0,0836x_1^3 + 0,6521x_1^2 - 1,3245x_1 + 1,6078. \quad (7)$$

В таблиці 3 наведено результати аналізу середньої продуктивності кластерної системи на базі Raspberry Pi 3B+ з різною кількістю плат визначеної в результаті проведення експериментів, а також значення продуктивності кластерної системи в залежності від кількості плат в ній, яке знайдене за результатами обчислення при використанні розробленої математичної моделі (7).

Таблиця 3 – Порівняння значень продуктивності кластерної системи з пасивною системою охолодження отриманих під час експерименту та з використанням розробленої математичної моделі (7)

Кількість плат Raspberry Pi 3B+	Середнє значення продуктивності кластерної системи знайдене за результатами проведення експериментів, Гфлопс	Значення продуктивності кластерної системи знайдене з допомогою розробленої математичної моделі (2), Гфлопс	Похибка, Гфлопс	Похибка, %
1	0,851778	0,851800	0,000022	0,002
2	0,898496	0,898400	0,000096	0,01
3	1,246531	1,246000	0,000531	0,04
4	1,394486	1,393000	0,001486	0,11

Математична модель залежності продуктивності кластерної системи на базі Raspberry Pi 3B+ від кількості плат в ній при активній системі охолодження має форму полінома третього порядку:

$$y_1 = -0,1653x_1^3 + 1,2713x_1^2 - 2,6027x_1 + 2,4767. \quad (8)$$

В таблиці 4 наведено результати аналізу середньої продуктивності кластерної системи на базі Raspberry Pi 3B+ з різною кількістю плат визначеної в результаті проведення експериментів, а також значення продуктивності кластерної системи в залежності від кількості плат в ній, яке знайдене за результатами обчислення при використанні розробленої математичної моделі (8).

Таблиця 4 – Порівняння значень продуктивності кластерної системи з активною системою охолодження отриманих під час експерименту та з використанням розробленої математичної моделі (8)

Кількість плат Raspberry Pi 3B+	Середнє значення продуктивності кластерної системи знайдене за результатами проведення експериментів, Гфлопс	Значення продуктивності кластерної системи знайдене з допомогою розробленої математичної моделі (3), Гфлопс	Похибка, Гфлопс	Похибка, %
1	0,980047	0,980000	0,000047	0,005
2	1,034144	1,034100	0,000044	0,004
3	1,647265	1,647200	0,000065	0,004
4	1,827639	1,827500	0,000139	0,007

З таблиць 2–4 видно, що значення продуктивності кластерної системи в залежності від кількості плат Raspberry Pi 3B+ в них обчислені за допомогою розроблених моделей відрізняються від середніх значень продуктивності кластерної системи з відповідною системою охолодження, які були отримані експериментальним шляхом, максимум на 0,11%.

## 6 ОБГОВОРЕННЯ

Для того, що б мінімізувати ймовірність прийняття рішень на базі недостовірних випадково-помилкових даних, було проведено велику кількість однотипних дослідів (по 49 однотипних дослідів при однаковій кількості плат в кластері і при тій самій системі охолодження). Аналіз значень всіх дослідів (рис. 2 – рис. 5) свідчить, що значних «викидів» результатів не має. Для подальших теоретичних досліджень для кожного варіанту роботи кластерної системи за кількістю плат та типом охолодження в подальшому використовувалось усереднені значення показника продуктивності кластерної системи при даній кількості плат та даному типі системи охолодження. Вищевказане мало забезпечити максимально ймовірно дійсну інформаційну базу про реальну продуктивність кластерної системи на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+.

З результатів досліджень (Рис. 6, Рис. 8) видно, що з моменту додавання четвертої плати продуктивність кластерної системи на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3 B+ починає падати. Таким чином можна стверджувати, що для такої кластерної системи оптимальним за показником продуктивність/кількість плат є кількість плат – 4. Цю кількість різними чином, як

актуальну для кластерних систем такого типу як досліджувався відзначають і інші дослідники [1, 3–10].

Відмінністю, отриманих під час досліджень результатів, є те, що зміна продуктивності кластерної системи від кількості вузлів для створеного нами кластеру на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ має форму полінома третього порядку, а не прямолінійну, як зазначено в [10]. Ймовірно, на результати досліджень і на модель [10] могло вплинути використання іншого мережевого обладнання для об'єднання в кластер одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ (для дротового зв'язку використовувався мережевий комутатор HPE OfficeConnect 1920S Series Switch JL385A, а для бездротової мережі Wi-Fi використовувався маршрутизатор Keenetic Giga KN-1010). Крім того, в даному дослідженні не вказано скільки проводилось експериментів при різних кількостях плат в кластері (можливо кількість таких експериментів була невеликою, і випадкові «викиди», які можуть мати місце при проведенні експериментів могли негативно вплинути на отримані ними результати, а згодом і на розроблену модель.

В праці [10] дослідники використовують активну вентиляцію елементів кластерів, деякі дослідники створювали кластери без систем охолодження [3], але в процесі аналізу літературних джерел не виявлено досліджень про вплив системи охолодження на продуктивність кластерної системи на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+. Проведені в цій роботі дослідження були також направлені на виявлення впливу типу системи охолодження на продуктивність кластерної системи.

### ВИСНОВКИ

Дане дослідження сприятиме більш ефективному створенню кластерних систем на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+.

**Наукова новизна** отриманих результатів полягає у визначенні комплексного критерію ефективності роботи кластерної системи та в розробці математичних моделей залежності продуктивності кластерної системи на базі Raspberry Pi 3B+ від кількості плат в ній при різних системах охолодження.

**Практичне значення** отриманих результатів полягає в обґрунтуванні структури кластерної системи на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+, яка дозволить отримати таку систему з кращим показником продуктивності / кількість плат. Результати досліджень показали, що це має бути кластерна система з чотирма одноплатними комп'ютерами Raspberry Pi 3B+ з активним охолодженням. Відповідні рекомендації базуються на результатах експериментів та їх аналізі. Продуктивність кластерної системи на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ з пасивною системою охолодження дещо вища (від 2% до 6%) продуктивності такої ж кластерної системи, але без системи охолодження. Таким чином, затрати на пасивну систему охолодження не дають значного приросту в продуктивності невеликої

кластерної системи. Продуктивність кластерної системи на базі одноплатних комп'ютерів Raspberry Pi 3B+ з активною системою охолодження значно вища продуктивності таких самих кластерних систем без системи охолодження або з системою пасивного охолодження (від 15% до 40%). Особливо це перевищення відчутне при 3–4 платах (перевищення в продуктивності від 31% до 40%, а при 2 платах перевищення в продуктивності від 15% до 21%). Таким чином, затрати на активну систему охолодження дають відчутний приріст продуктивності роботи невеликої кластерної системи

Ефективність і прискорення розробленої кластерної системи з чотирма одноплатними комп'ютерами Raspberry Pi 3B+ з активним охолодженням розраховані у відповідності з працею Гергеля В. П. «Высокопроизводительные вычисления для многоядерных многопроцессорных систем» становлять відповідно 0,925 і 3,7. Крім того, розроблений кластер дешевший від звичайного персонального комп'ютера в більш як два рази.

Вищевказані результати свідчать, що розроблений кластер ефективний в задачах, які можна розпаралелити і відповідно забезпечити паралельні обчислення.

**Перспективи подальших досліджень** полягають у визначенні вагових коефіцієнтів складових елементів комплексного критерію ефективності роботи кластерної системи.

### ЛІТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Study of Raspberry Pi 2 Quad-core Cortex-A7 CPU Cluster as a Mini Supercomputer / [A. Mappuji, N. Effendy, M. Mustaghfirin et al.] // Empowering Technology for Better Future : Eight international conference, Eastparc, 5–6 October 2016 : proceedings. – Yogyakarta: ICITEE, 2016. – P. 161. DOI: 10.1109/ICITEE.2016.7863250
2. Гергель В. П. Высокопроизводительные вычисления для многоядерных многопроцессорных систем: учебное пособие / В. П. Гергель. – Нижний Новгород: Изд-во ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2010. – 420 с. ISBN 5-85746-602-4
3. Iridis-pi: a low-cost, compact demonstration cluster / [S. Cox, J. Cox, R. Boardman et al.] // Cluster Computing. – 2013. – Vol. 17, № 2. – P. 349–358. DOI: 10.1007/s10586-013-0282-7
4. Cloutier M. Design and Analysis of a 32-bit Embedded High-Performance Cluster Optimized for Energy and Performance / M. Cloutier, C. Paradis, V. Weaver // Hardware-Software Co-Design for High Performance Computing, 17 November 2014 : proceedings. – New Orleans : Co-HPC, 2014. – P. 1–8. DOI: 10.1109/Co-HPC.2014.7
5. Pajankar A. Raspberry Pi Supercomputing and Scientific Programming / A. Pajankar. – Apress, 2017. – 198 p. ISBN: 978-1-4842-2877-7, DOI: 10.1007/978-1-4842-2878-4
6. Performance analysis of single board computer clusters / [P. Basford, S. Ossont, C. Perkins et al.] // Future Generation Computer Systems. – 2019. – № 14. – P. 102. DOI: 10.1016/j.future.2019.07.040
7. Single-Board-Computer Clusters for Cloudlet Computing in Internet of Things / [D. Cerero, U. Sevilla, J. Fernández-Rodríguez et al.] // Sensors. – 2019. – Vol. 19, № 13. – P. 26. DOI: 10.3390/s19133026
8. Sagkriotis S. Energy Usage Profiling for Virtualized Single Board Computer Clusters / S. Sagkriotis, C. Anagnostopou-

- Ios, D. Pezaros // Conference: 2019 IEEE Symposium on Computers and Communications (ISCC) : proceedings. – Barcelona : IEEE, 2019. – P. 326. DOI: 10.1109/ISCC47284.2019.8969611
9. Papakyriakou D. Benchmarking Raspberry Pi 2 Beowulf Cluster / D. Papakyriakou // International Journal of Computer Applications. – 2018. – № 179. – P. 21–27. DOI: 10.5120/ijca2018916728
10. Исследование кластерной системы на основе одноплатных компьютеров Raspberry Pi 3B+ / [К. Э. Францкевич, М. О. Деменковец, Р. А. Тавтын и др.] // Инженерные решения. – 2019. – № 9. – С. 44. DOI: 10.32743/2658-6479.2019.9.10.199
11. Ларионов А. М. Вычислительные комплексы, системы и сети: учебник для вузов / А. М. Ларионов, С. А. Майоров, Г. И. Новиков. – Л. : Энергоатомиздат, 1987. – 288 с.
12. Воеводин В. В. Параллельные вычисления / В. В. Воеводин, Вл. В. Воеводин. – СПб. : БХВ-Петербург, 2002. – 608 с. ISBN 5-94157-160-7
13. Dongarra J. HPC Challenge Benchmark / J. Dongarra, P. Luszczek, Padua D. // Encyclopedia of Parallel Computing. – 2011. – Chapter 26. – P. 844–850. DOI: 10.1007/978-0-387-09766-4\_156
14. Home automation system using Raspberry Pi Zero W / [V. Yadav, K. Mishra, P. Singh et al.] // International Journal of Advanced Intelligence Paradigms. – 2020. – Vol. 16, № 2. – P. 216. DOI: 10.1504/IJAIP.2020.107023
- Стаття надійшла до редакції 22.10.2020.  
Після доробки 05.01.2021.

УДК 004.3

### МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ПРОИЗВОДИТЕЛЬНОСТИ КЛАСТЕРНОЙ СИСТЕМЫ НА БАЗЕ RASPBERRY PI 3B +

**Бабчук С. М.** – канд. техн. наук, доцент, доцент кафедры компьютерных систем и сетей Ивано-Франковского национального технического университета нефти и газа, г. Ивано-Франковск, Украина.

**Гуменюк Т. В.** – канд. техн. наук, доцент кафедры компьютерных систем и сетей Ивано-Франковского национального технического университета нефти и газа, г. Ивано-Франковск, Украина.

**Романів І. Т.** – студент кафедры компьютерных систем и сетей Ивано-Франковского национального технического университета нефти и газа, г. Ивано-Франковск, Украина.

#### АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** Для решения многих научных задач и для работы со сложными приложениями нужны высокопроизводительные вычислительные системы. Ранее реальную параллельную обработку данных поддерживали только суперкомпьютеры, доступ к которым очень ограничен. В настоящее время одним из путей решения данной проблемы является построение небольших дешевых кластеров на базе одноплатных компьютеров Raspberry Pi.

**Цель.** Разработать комплексный критерий эффективности работы кластерной системы, который бы мог должным образом охарактеризовать работу такой системы и найти зависимости производительности кластерной системы на базе Raspberry Pi 3B+ от количества плат в ней при различных системах охлаждения.

**Метод.** Предложено применять при анализе небольших кластерных компьютерных систем комплексный критерий эффективности работы кластерной системы, который будет учитывать общую производительность кластерной компьютерной системы, производительность одного вычислительного элемента в кластерной компьютерной системе, потребление электроэнергии кластерной системой, потребление электроэнергии из расчета на один вычислительный элемент, себестоимость вычисления 1 Гфлопс кластерной компьютерной системой, общую стоимость кластерной компьютерной системы.

**Результаты.** Разработанный комплексный критерий эффективности работы кластерной системы использовано при создании экспериментальной кластерной системы на базе одноплатных компьютеров Raspberry Pi 3B+. Также разработаны математические модели зависимости производительности небольшой кластерной системы на базе одноплатных компьютеров Raspberry Pi 3B+ в зависимости от количества плат в ней при различных системах охлаждения.

**Выводы.** Проведенные эксперименты подтвердили целесообразность использования разработанного комплексного критерия эффективности работы кластерной системы и позволяют рекомендовать его к использованию на практике при создании небольших кластерных систем. Перспективы дальнейших исследований заключаются в определении весовых коэффициентов составных элементов комплексного критерия эффективности работы кластерной системы, а также в экспериментальном изучении предложенных весовых коэффициентов.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** кластер, кластерная система, Raspberry Pi 3B+, математическая модель, производительность компьютерной системы, критерий эффективности.

UDC 004.3

### MATHEMATICAL MODELS PRODUCTIVITY OF CLUSTER SYSTEM BASED ON RASPBERRY PI 3B+

**Babchuk S. M.** – PhD, Associate Professor, Associate Professor of the Department of Computer Systems and Networks Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, Ivano-Frankivsk, Ukraine.

**Humeniuk T. V.** – PhD, Associate Professor of the Department of Computer Systems and Networks Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, Ivano-Frankivsk, Ukraine.

**Romaniv I. T.** – Student of the Department of Computer Systems and Networks Ivano-Frankivsk National Technical University of Oil and Gas, Ivano-Frankivsk, Ukraine.



## ABSTRACT

**Context.** High-performance computing systems are needed to solve many scientific problems and to work with complex applied problems. Previously, real parallel data processing was supported only by supercomputers, which are very limited and difficult to access. Currently, one way to solve this problem is to build small, cheap clusters based on single-board computers Raspberry Pi.

**Objective.** The goal of the work is the creation of a complex criterion for the efficiency of the cluster system, which could properly characterize the operation of such a system and find the dependences of the performance of the cluster system based on Raspberry Pi 3B+ on the number of boards in it with different cooling systems.

**Method.** It is offered to apply in the analysis of small cluster computer systems the complex criterion of efficiency of work of cluster system which will consider the general productivity of cluster computer system, productivity of one computing element in cluster computer system, electricity consumption by cluster system, electricity consumption per one computing element, the cost of calculating 1 Gflops cluster computer system, the total cost of the cluster computer system.

**Results.** The developed complex criterion of cluster system efficiency was used to create an experimental cluster system based on single-board computers Raspberry Pi 3B+. Mathematical models of the dependence of the performance of a small cluster system based on single-board computers Raspberry Pi 3B+ depending on the number of boards in it with different cooling systems have also been developed.

**Conclusions.** The conducted experiments confirmed the expediency of using the developed complex criterion of efficiency of the cluster system and allow to recommend it for use in practice when creating small cluster systems. Prospects for further research are to determine the weights of the constituent elements of the complex criterion of efficiency of the cluster system, as well as in the experimental study of the proposed weights.

**KEYWORDS:** cluster, cluster system, Raspberry Pi 3B +, mathematical model, computer system performance, efficiency criterion.

## REFERENCES

1. Mappuji A., Effendy N., Mustaghfirin M. et al. Study of Raspberry Pi 2 Quad-core Cortex-A7 CPU Cluster as a Mini Supercomputer, *Empowering Technology for Better Future : Eight international conference, Eastparc, 5–6 October 2016 : proceedings*. Yogyakarta, ICITEE, 2016, P. 161. DOI: 10.1109/ICITEED.2016.7863250
2. Gergel V. P. Vysokoproizvoditelnyye vychisleniya dlya mnogoyadernykh mnogoprotsessornykh sistem: uchebnoye posobiye. Nizhniy Novgorod, Izd-vo NNGU im. N. I. Lobachevskogo, 2010, 420 p. ISBN 5-85746-602-4
3. Cox S., Cox J., Boardman R. et al. Iridis-pi: a low-cost, compact demonstration cluster, *Cluster Computing*, 2013, Vol. 17, No. 2, pp. 349–358. DOI: 10.1007/s10586-013-0282-7
4. Cloutier M., Paradis C., Weaver V. Design and Analysis of a 32-bit Embedded High-Performance Cluster Optimized for Energy and Performance, *Hardware-Software Co-Design for High Performance Computing, 17 November 2014 : proceedings*. New Orleans, Co-HPC, 2014, pp. 1–8. DOI: 10.1109/Co-HPC.2014.7
5. Pajankar A. Raspberry Pi Supercomputing and Scientific Programming. Apress, 2017, 198 p. ISBN: 978-1-4842-2877-7, DOI: 10.1007/978-1-4842-2878-4
6. Basford P., Ossont S., Perkins C. et al.] Performance analysis of single board computer clusters, *Future Generation Computer Systems*, 2019, No. 14, P. 102. DOI: 10.1016/j.future.2019.07.040
7. Cerero D., Sevilla U., Fernández-Rodríguez J. et al. Single-Board-Computer Clusters for Cloudlet Computing in Internet of Things, *Sensors*, 2019. Vol.19, No. 13, P. 26. DOI: 10.3390/s19133026
8. Sagkriotis S., Anagnostopoulos C., Pezaros D. Energy Usage Profiling for Virtualized Single Board Computer Clusters / S. Sagkriotis, // *Conference: 2019 IEEE Symposium on Computers and Communications (ISCC), proceedings*. Barcelona, IEEE, 2019, P. 326. DOI: 10.1109/ISCC47284.2019.8969611
9. Papakyriakou D. Benchmarking Raspberry Pi 2 Beowulf Cluster, *International Journal of Computer Applications*, 2018, No. 179, P. 21–27. DOI: 10.5120/ijca2018916728
10. Frantskevich K. E., Demenkovets M. O., Tavtyn R. A. i dr. Issledovaniye klasternoy sistemy na osnove odnoplattnykh kompyuterov Raspberry Pi 3B+, *Inzhenernyye resheniya*, 2019, No. 9, P. 44. DOI: 10.32743/2658-6479.2019.9.10.199
11. Larionov A. M., Mayorov S. A., Novikov G. I. Vychislitelnyye komplekсы, sistemy i seti: uchebnyk dlya vuzov. Leningrad, Energoatomizdat, 1987, 288 p.
12. Voyevodin V. V., Voyevodin V. V. Parallelnyye vychisleniya. SPb, BKhV-Peterburg, 2002, 608 p. ISBN 5-94157-160-7
13. Dongarra J., Luszczek P., Padua D. HPC Challenge Benchmark, *Encyclopedia of Parallel Computing*, 2011, Chapter 26, pp. 844–850. DOI: 10.1007/978-0-387-09766-4\_156
14. Yadav V., Mishra K., Singh P. et al. Home automation system using Raspberry Pi Zero W, *International Journal of Advanced Intelligence Paradigms*, 2020, Vol. 16, No. 2, P. 216. DOI: 10.1504/IJAIP.2020.107023

## APPLICATION OF THE “JUMPING FROGS” ALGORITHM FOR RESEARCH AND OPTIMIZATION OF THE TECHNOLOGICAL PROCESS

**Koshevoy N. D.** – Dr. Sc., Professor, Head of the Department of Intelligent Measuring Systems and Quality Engineering, National Aerospace University named after N. Ye. Zhukovsky “Kharkiv aviation institute”, Kharkiv, Ukraine.

**Muratov V. V.** – Postgraduate student of the department of intellectual measuring systems and quality engineering, National Aerospace University named after N. Ye. Zhukovsky “Kharkiv aviation institute”, Kharkiv, Ukraine.

**Kirichenko A. L.** – PhD, Chief Technologist, State Enterprise “Research-industrial complex “Pavlograd Chemical Plant”, Pavlograd, Ukraine.

**Borisenko S. A.** – Research Team Leader, State Enterprise “Research-industrial complex “Pavlograd Chemical Plant”, Pavlograd, Ukraine.

### ABSTRACT

**Context.** An application of the method of a “jumping frogs” search algorithm to construct optimal experiment plans for cost (time) in the study of technological processes and systems that allow the implementation of an active experiment on them is proposed.

The object of study are optimization methods for cost (time) costs of experimental designs, based on the application of a “jumping frogs” search algorithm.

**Objective.** To obtain optimization results by optimizing the search of a “jumping frogs” search algorithm for the cost (time) costs of plans for a full factorial experiment.

**Method.** A method is proposed for constructing a cost-effective (time) implementation of an experiment planning matrix using algorithms for searching for “jumping frogs”. At the beginning, the number of factors and the cost of transitions for each factor level are entered. Then, taking into account the entered data, the initial experiment planning matrix is formed. Then, taking into account the entered data, the initial matrix of experiment planning is formed. The “jumping frogs” method determines the “successful frog” by the lowest cost of transitions between levels for each of the factors. After that, the permutations of the “frogs” are performed. The “frog” strives for the most “successful” and, provided it stays close, remains in the location. Then the gain is calculated in comparison with the initial cost (time) of the experiment.

**Results.** Software has been developed that implements the proposed method, which was used to conduct computational experiments to study the properties of these methods in the study of technological processes and systems that allow the implementation of an active experiment on them. The experimental designs that are optimal in terms of cost (time) are obtained, and the winnings in the optimization results are compared with the initial cost of the experiment. A comparative analysis of optimization methods for the cost (time) costs of plans for a full factorial experiment is carried out.

**Conclusions.** The conducted experiments confirmed the operability of the proposed method and the software that implements it, and also allows us to recommend it for practical use in constructing optimal experiment planning matrices.

**KEYWORDS:** optimal plan, jumping frogs search algorithm, optimization, experiment planning, cost, win.

### ABBREVIATIONS

MSRF is a mixed solid rocket fuel;

SRF is a solid rocket fuel.

$t_i$  is a time of the  $i$ -th factor of the studied process;  
 $b_{ij}$  is an unknown coefficients of the mathematical model;

$Y_i$  is a process optimization criteria.

### NOMENCLATURE

$k$  is a number of object factors introduced into the study;

$t$  is a program run time, s;

$B$  is a winnings;

$N$  is a number of experiments in the planning matrix of the experiment and the matrix of costs of transitions between the levels of factors;

$X_j$  is a levels of factors;

$C_0$  is a total cost of the experiment, conv. units;

$t_0$  is a total time of the experiment, h;

$C_{i,j}$  is a cost of the transition from the  $i$ -th experience to the  $j$ -th, conventional units;

$t_{i,j}$  is a time of the transition from the  $i$ -th experience to the  $j$ -th, conventional units;

$C_i$  is a cost of the  $i$ -th factor of the studied process;

### INTRODUCTION

The most important part of scientific studies are experiments. This is one of the main ways to get new scientific knowledge. The basis of this method is an experiment, representing a scientifically delivered experience or observation of the phenomenon under precisely taken into account conditions, allowing to monitor its progress, to control it, to recreate it every time when these conditions are repeated. From ordinary, passive observation, the experiment is distinguished by the active influence of the researcher on the phenomenon being studied.

Planning an experiment is a section of mathematical statistics that studies methods for organizing a set of experiments with different conditions to obtain the most reliable information about the properties of the object under investigation in the presence of uncontrolled random perturbations. The use of experimental planning makes the experimenter's behavior purposeful and organized, significantly contributing to the increase of his labor productivity and the reliability of the results obtained. An important advantage of the method is its universality, suitability in the vast majority of areas of research.

**The object of study** is the technological processes and systems that allow the implementation of an active experiment on them.

**The subject of study** is the optimization method for cost (time) costs of experiment plans, based on the application of a "jumping frogs" search algorithm.

**The purpose of the work** is the development of a method and software for optimization of plans for a full factorial experiment using the search algorithm for "jumping frogs".

## 1 PROBLEM STATEMENT

Experimental research methods are widely used to optimize production processes. One of the main objectives of the experiment is to obtain the maximum amount of information about the influence of the factors studied on the production process. Further, a mathematical model of the object under investigation is constructed. At the same time, it is necessary to obtain models with minimal cost and time costs. This is especially important in the study of long and costly processes. The task of optimizing plans at a cost (time) of the experiment is NP-complete, i.e. for its solution takes time and a large number of computations, rapidly growing with increasing dimension of the problem. Therefore, a complete search of all possible solutions is difficult. In this connection it is necessary to find solutions using approximate algorithms.

The task of optimizing the design of experiments on cost costs is NP-complete, i.e. for its solution, it takes time and a large number of calculations, rapidly growing with increasing dimension of the problem. Therefore, a complete enumeration of all possible solutions is difficult. In this regard, it is necessary to find solutions using approximate algorithms, for example, such as an algorithm of optimization by a swarm of particles.

1. Total cost of the experiment:

$$C_0 = \sum_{i=1}^k C_i + \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^k C_{ij} \rightarrow \min .$$

2. Total experiment time:

$$t_0 = \sum_{i=1}^k t_i + \sum_{j=1}^N \sum_{i=1}^k t_{ij} \rightarrow \min .$$

## 2 REVIEW OF THE LITERATURE

Combinatorial optimization methods are known [3–8], but they are not used for constructing multivariate experiment plans that are optimal in cost and time costs. There are also known examples of constructing multi-factorial design of an experiment described in, based on the use of the following optimization methods: analysis of permutations; sequential approximation method; branch and bound method; random search (permutation of rows of the planning matrix); simplex method; ant algorithm; genetic algorithm; annealing method; greedy algorithm; swarm of particles; jumping frogs [12]; monkey search [13]; search for a school of fish [16].

The effectiveness of the use of these methods is shown in the study of various technological processes, devices and systems. These methods have both advantages and disadvantages. For example, with a large number of factors, a complete search of all the rows of the experiment planning matrix requires a considerable length of time, while other methods make it possible to obtain an optimal experiment design for a limited number of factors  $k$ . With a large number of factors, the optimization results only approach the optimal experimental design. To solve the problem of constructing optimal experimental designs, it is advisable to use the "jumping frogs" method developed by the authors to compare optimization results. Based on this method, the technological process of manufacturing SRF was investigated and optimized.

All these methods have both advantages and disadvantages. For example, with a large number of factors, a lot of time is required for a complete search of all the rows of the planning matrix, and other algorithms allow obtaining an optimal experiment plan for a limited number of factors  $k$ . With a large number of factors, the optimization results are approximated to the optimal experiment plan. In view of this, it is advisable to use the search algorithm for "jumping frogs" by a school to compare the results. Optimization of experiment cost plans full (time) costs by exhaustive search at the current level of computing techniques can only be solved for the number of factors  $k \leq 3$ . Therefore, the problem of reduction many plans for a multivariate experiment with minimum number of transitions of factor levels to search for the optimal cost (time) the cost of its implementation.

There are methods based on the determination of the content of liquid-viscous components, the effect of products on the physicochemical properties of MSRF [3]. In well-known sources [4], mathematical models of the influence of the fractional composition of the SRF on the characteristics of MSRF are not given explicitly.

## 3 MATERIALS AND METHODS

A method and software for optimizing the plans for a full factorial experiment on cost (time) costs using the search algorithm for a "jumping frogs" has been developed. The essence of the application of the search algorithm for "jumping frogs" is as follows:

Step 1. At the beginning of the work, the number of factors  $k$  is introduced.

Step 2. Enter the cost of transitions between levels for each of the factors.

Step 3. Depending on the selected number of factors, an experiment planning matrix is constructed.

Step 4. Calculation of the initial cost of the experiment.

Step 5. Generation of the cost matrix of transitions between levels for each of the factors.

Step 6. Sorting the indices and generating an array of indices for the cost of transitions between levels for each of the factors.

Step 7. Rearrangements in the columns in accordance with the array of indices for the cost of transitions between levels for each of the factors.

Step 8. Enumerating between all blocks of columns (“memplexes” in which the “frog” moves).

Step 9. Determining the starting point for further enumeration, based on the least sum of the cost of transitions between levels for each of the factors.

Step 10. Performing a search within the column block in which the “frog” is located by the minimum value of the sum of the costs of transitions between levels for each of the factors.

Step 11. Go to the next row of the planning matrix and compare with the previous one. A search is performed in the column block with the lowest value of the sum of the costs of transitions between levels and the establishment of the corresponding block (interchanging in the planning matrix of the experiment).

Step 12. Construction of an optimal experiment planning matrix.

Step 13. Calculation of the total cost of the experiment.

Step 14. The calculation of the magnitude of the gain  $B$  as the ratio of the initial cost of the  $C_{\text{init}}$  experiment to the cost of implementing the optimal planning matrix of the experiment  $C_{\text{opt}}$ .

$$B = \frac{C_{\text{init}}}{C_{\text{opt}}}$$

Step 15. Calculation of the time  $t$  spent on optimizing the design of the full factorial experiment using the “jumping frogs” method.

#### 4 EXPERIMENTS

Practical experiments implemented in this article were carried out as part of the study of the technological process of manufacturing solid rocket fuel (hereinafter referred as SRF). Existing types of mixed solid rocket fuel (hereinafter referred as MSRF) have a specific impulse of  $\leq 250$  s, with an average pressure in the combustion chamber  $p_k = 70\text{--}100$  atm. and the degree of expansion of the nozzle (the ratio of the nozzle exit cross-sectional area to the critical nozzle cross-sectional area, hereinafter referred to as  $S_a/S_{kr}$ )  $S_a/S_{kr} \leq 10$ , however, the

modern space-rocket industry requires the creation of MSRF recipes with an increased impulse of  $\geq 265$  s.

The work presented in this article was performed to optimize the formulation with a thermodynamic estimation of parameters, which consists in finding the optimal formulation of solid rocket fuel with optimization criteria: specific impulse, fuel density.

The following components were used to model the formulation: product 28, aluminium powder A-4, product 14 and binders based on modified rubber of the type with technological additives. The use of such substances in the manufacture of SRF allows you to create formulations with a high level of energy and acceptable performance characteristics at the stages of manufacturing SRF, product operation, etc. It is also necessary to measure the pressure in the combustion chamber of the engine.

The binder content is taken in the amount of 11%, since the results of laboratory studies have shown that such a quantity of binder is necessary to achieve the required rheological characteristics of the mixture in the manufacture of SRF. However, the use of modern substances in the manufacture of binders for SRF allows to increase the degree of filling of SRF with solid substances, due to a decrease in the content of liquid-viscous components to 10%  $\rightarrow$  9%  $\rightarrow$  8%, which theoretically allows us to expect an increase in specific impulse by 1%  $\rightarrow$  2%  $\rightarrow$  3%. In this case, it is necessary to monitor performance at an acceptable level. Since the basic formulation has a relatively low oxygen balance, an equivalent increase in the degree of SRF filling with solids, due to a decrease in liquid-viscous components, should be performed in favor of an oxidizing agent (product 28).

We take energy components in such quantity:

- product 28 – 35% – 70%;
- aluminum A-4 – 9% – 44%;
- product 14 – 10% – 45%.

The range of variation of energy components is 35%, which is necessary for the formation of experimental plans and allows you to cover a wide range of SRF recipes. The approach used to optimize the prescription composition of SRF is based on the construction of optimal experimental plans and allows one to determine with high accuracy the optimal composition of SRF according to optimization criteria.

The experimental design was optimized using this method. A full factorial experiment was conducted to study the formulation with thermodynamic evaluation of the parameters, on the basis of which recommendations were made regarding the influence of the formulation on the energy characteristics of the rocket engine and component content. Mathematical models are constructed, the coefficients of which characterize the influence of the recipe content on acceptable operational characteristics at the stages of manufacturing SRF.

We determine the factors by which it is possible to act on the optimized object. The choice of factors is a very crucial step in preparing for the planning of an experiment, the success of optimization depends on

their successful choice. Factors affecting the energy characteristics of the MSRF were selected:  $X_1$  is the content of the product 28 component;  $X_2$  is the content of the aluminium component A-4;  $X_3$  is the content of component product 14.

The polynomial model of the process under study, which we will use at the first stage of the planning of the experiment, is an incomplete quadratic function:

$$Y = b_0 + b_1X_1 + b_2X_2 + b_3X_3 + b_{12}X_1X_2 + b_{13}X_1X_3 + b_{23}X_2X_3 + b_{123}X_1X_2X_3,$$

where  $b_0, b_1, b_2, b_{12}, b_{13}, b_{23}, b_{123}$  are the unknown coefficients of the mathematical model.

The first stage of planning an experiment to obtain a mathematical model is based on varying factors at two levels: “+1” – the upper limit of the range of component content; “-1” is the lower limit of the range of component content. The process optimization criteria are as follows:  $Y_1$  – specific impulse, s;  $Y_2$  – density, kg/m<sup>3</sup>. Based on the results of the experiment, we will find the values of the unknown coefficients of the model and the optimal ratios of the components. The planning matrix of the initial experiment is given in table 1.

Table 1 – Initial experiment planning matrix

Experience number	Destination of factors		
	$X_1$	$X_2$	$X_3$
1	-1	-1	-1
2	+1	-1	-1
3	-1	+1	-1
4	+1	+1	-1
5	-1	-1	+1
6	+1	-1	+1
7	-1	+1	+1
8	+1	+1	+1

The costs of changing the values of factor levels in the study of energy components by specific impulse are given in table 2. The natural values of the levels of factors in the study of energy components depending on the content of the binder components are given in table 3. The cost of changing the values of factor levels in the study of energy components by fuel density are given in table 4.

Table 2 – Costs of changing factor level values in the study of energy components by specific impulse

Cost of changing values of factor levels, conv. units	Designation of factors											
	The content of the binder components 11%			The content of the binder components 10%			The content of the binder components 9%			The content of the binder components 9%		
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1$	$X_2$	$X_3$
from “-1” to “+1”	15.8	10.5	11.5	16.5	10.5	11.5	16.8	10.5	11.5	17.2	10.5	11.5
from “+1” to “-1”	27.0	32.5	33.5	27.4	32.5	33.5	28.0	32.5	33.5	33.6	32.5	33.5

Table 3 – Natural values of factor levels in the study of energy components

Factor levels	Destination of factors		
	The content of the binder components 11%		
	$X_1$	$X_2$	$X_3$
“-1”	35	9	10
“+1”	70	44	45
Factor levels	Destination of factors		
	The content of the binder components 10 %		
	$X_1$	$X_2$	$X_3$
“-1”	36	9	10
+1”	71	44	45
Factor levels	Destination of factors		
	The content of the binder components 9 %		
	$X_1$	$X_2$	$X_3$
“-1”	37	9	10
“+1”	72	44	45
Factor levels	Destination of factors		
	The content of the binder components 8 %		
	$X_1$	$X_2$	$X_3$
“-1”	38	9	10
“+1”	73	44	45

Table 4 – Costs of changing factor level values in the study of energy components by fuel density

Cost of changing values of factor levels, conv. units	Designation of factors											
	The content of the binder components 11%			The content of the binder components 10%			The content of the binder components 9%			The content of the binder components 9%		
	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1$	$X_2$	$X_3$	$X_1$	$X_2$	$X_3$
from “-1” to +1”	13.8	9.5	10.5	14.5	9.5	10.5	14.8	9.5	10.5	15.2	9.5	10.5
from “+1” to “-1”	25.5	31.5	32.0	24.8	31.5	32.0	26.0	31.5	32.0	31.5	31.5	32.0

## 5 RESULTS

A method and a program have been developed optimization of plans for a full factorial experiment using the search algorithm for a “jumping frogs”. Their operability and efficiency on some examples of research of systems and technological processes are proved.

The search for the optimal or close to the optimal plan obtained by this method is realized in a short time of the account. It is shown that in order to optimize the plans for a full factorial experiment, it is expedient to use the method of searching for a “jumping frogs” by research in objects with the number of factors  $2 \leq k \leq 4$ .

The optimal experimental design and research results are given in tables 5–8.

The optimal experimental design and research results for the content of the binder components of 11% are presented in table 5.

For the costs of changing factor levels in the study of energy characteristics by specific impulse, presented in table 2, the optimization results are shown in table 5. The initial cost of the experiment is 515 conv. units The gain and cost of implementing the optimal experimental design obtained as a result of optimization using the “jumping frogs” method are shown in table 10.



Table 5 – Optimal experimental design and research results (binder content 11%)

Specific impulse					Density				
Experi- ence number	Designation of factors			Y <sub>1</sub>	Experi- ence number	Designation of factors			Y <sub>2</sub>
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>			X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	
1	+1	-1	-1	260.65	1	+1	-1	-1	1.76
2	+1	-1	+1	218.03	2	-1	+1	-1	1.94
3	+1	+1	+1	260.73	3	+1	+1	-1	1.70
4	+1	+1	-1	257.66	4	-1	-1	+1	1.85
5	-1	+1	-1	261.37	5	+1	-1	+1	1.73
6	-1	+1	+1	249.26	6	-1	+1	+1	1.81
7	-1	-1	+1	264.68	7	-1	-1	-1	1.80
8	-1	-1	-1	261.20	8	+1	+1	+1	1.75

The optimal experimental design and research results for the content of binding components of 10% are presented in table 6.

For the costs of changing factor levels in the study of energy characteristics by specific impulse, presented in table 2, the optimization results are shown in table 6. The initial cost of the experiment is 548 conv. units The gain and cost of implementing the optimal experimental design obtained as a result of optimization using the “jumping frogs” method are shown in table 10.

Table 6 – Optimal experimental design and research results (binder content 10%)

Specific impulse					Density				
Experi- ence number	Designation of factors			Y <sub>1</sub>	Experi- ence number	Designation of factors			Y <sub>2</sub>
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>			X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	
1	-1	+1	-1	267.88	1	-1	+1	-1	1.79
2	-1	+1	+1	225.87	2	+1	-1	-1	1.93
3	+1	+1	+1	268.34	3	+1	+1	-1	1.83
4	+1	+1	-1	267.44	4	-1	-1	+1	1.77
5	+1	-1	-1	268.84	5	-1	+1	+1	1.72
6	+1	-1	+1	258.84	6	+1	-1	+1	1.91
7	-1	-1	+1	271.85	7	-1	-1	-1	1.76
8	-1	-1	-1	268.57	8	+1	+1	+1	1.72

The optimal experimental design and research results for the content of the binder components of 9% are presented in table 7.

For the costs of changing factor levels in the study of energy characteristics by specific impulse, presented in table 2, the optimization results are shown in table 7. In this case, the initial cost of the experiment is 570 conv. units The gain and cost of implementing the optimal experimental design obtained as a result of optimization using the “jumping frogs” method are shown in table 10.

The optimal experimental design and research results for the content of the binder components of 8% are presented in table 8.

Table 7 – Optimal experimental design and research results (binder content 9%)

Specific impulse					Density				
Experi- ence number	Designation of factors			Y <sub>1</sub>	Experi- ence number	Designation of factors			Y <sub>2</sub>
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>			X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	
1	-1	-1	+1	268.14	1	-1	-1	+1	1.72
2	+1	-1	+1	227.63	2	-1	+1	-1	1.93
3	+1	+1	+1	269.99	3	-1	+1	+1	1.75
4	-1	+1	+1	269.22	4	+1	-1	-1	1.73
5	-1	+1	-1	269.89	5	+1	-1	+1	1.72
6	+1	+1	-1	262.12	6	+1	+1	-1	1.73
7	+1	-1	-1	271.83	7	-1	-1	-1	1.76
8	-1	-1	-1	269.26	8	+1	+1	+1	1.72

For the costs of changing factor levels in the study of energy characteristics by specific impulse, presented in table 2, the optimization results are shown in table 8. In this case, the initial cost of the experiment is 610 conv. units. The gain and cost of implementing the optimal experimental design obtained as a result of optimization using the “jumping frogs” method are shown in table 10.

Table 8 – Optimal experimental design and research results (binder content 8%)

Specific impulse					Density				
Experi- ence number	Designation of factors			Y <sub>1</sub>	Experi- ence number	Designation of factors			Y <sub>2</sub>
	X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>			X <sub>1</sub>	X <sub>2</sub>	X <sub>3</sub>	
1	-1	+1	-1	267.90	1	+1	-1	-1	1.72
2	-1	+1	+1	228.75	2	-1	-1	+1	1.93
3	+1	+1	+1	271.45	3	+1	-1	+1	1.75
4	+1	+1	-1	269.71	4	-1	+1	-1	1.75
5	+1	-1	-1	270.64	5	+1	+1	-1	1.76
6	+1	-1	+1	265.79	6	-1	+1	+1	1.70
7	-1	-1	+1	271.50	7	-1	-1	-1	1.75
8	-1	-1	-1	269.58	8	+1	+1	+1	1.73

The experiments carried out confirmed the efficiency of the “jumping frogs” method. The coefficients of mathematical models and the optimal ratio of components are given in table 9. They indicate the influence of factors on optimization criteria.

## 6 DISCUSSION

When studying the energy characteristics of fuel density, the cost of changing factor levels is presented in table 4, and the obtained optimization results are shown in table 5. The initial cost of the experiment is 475 conv. units The gain and cost of implementing the optimal experimental design obtained as a result of optimization using the “jumping frogs” method are shown in table 10.

When studying the energy characteristics of fuel density, the cost of changing factor levels is presented in table 4, and the obtained optimization results are shown in table 6. The initial cost of the experiment is 500 conv. units The gain and cost of implementing the optimal experimental design obtained as a result of optimization using the “jumping frogs” method are shown in table 10.

When studying the energy characteristics of fuel density, the cost of changing factor levels is presented in table 4, and the obtained optimization results are shown in table 7. The initial cost of the experiment is 526 conv. units. The gain and cost of implementing the optimal experimental design obtained as a result of optimization using the “jumping frogs” method are shown in table 10.

When studying the energy characteristics of fuel density, the cost of changing factor levels is presented in table 4, and the obtained optimization results are shown in table 8. The initial cost of the experiment is 552 conv. units. The gain and cost of implementing the optimal experimental design obtained as a result of optimization using the “jumping frogs” method are shown in table 10.

Table 9 – Mathematical models and optimal component ratios

Criterion optimization	Mathematical model coefficients	Optimal ratios components
The content of the binder components 11%		
Specific impulse	$b_0 = 90.625; b_1 = 13.125;$ $b_2 = 8.125; b_3 = -0.125;$ $b_{12} = 7.375; b_{13} = 8.375;$ $b_{23} = -10.625; b_{123} = 6.125$	Product-28 = 49% Aluminium A-4 = 18% Product-14 = 22%
Density	$b_0 = 50.625; b_1 = 5.25;$ $b_2 = 6.15; b_3 = -0.75;$ $b_{12} = 0.37; b_{13} = 2.375;$ $b_{23} = -0.65; b_{123} = 0.5$	
The content of the binder components 10%		
Specific impulse	$b_0 = 100.65; b_1 = 18.12;$ $b_2 = 10.15; b_3 = -0.15;$ $b_{12} = 9.375; b_{13} = 11.35;$ $b_{23} = -8.25; b_{123} = 7.5$	Product-28 = 50% Aluminium A-4 = 18% Product-14 = 22%
Density	$b_0 = 60.625; b_1 = 8.25;$ $b_2 = 7.15; b_3 = -0.25;$ $b_{12} = 0.75; b_{13} = 3.75;$ $b_{23} = -0.25; b_{123} = 0.95$	
The content of the binder components 9%		
Specific impulse	$b_0 = 115.65; b_1 = 22.12;$ $b_2 = 14.15; b_3 = -0.1;$ $b_{12} = 11.75; b_{13} = 14.5;$ $b_{23} = -6.5; b_{123} = 9.75$	Product-28 = 45% Aluminium A-4 = 16% Product-14 = 30%
Density	$b_0 = 70.625; b_1 = 9.5;$ $b_2 = 8.65; b_3 = -0.2;$ $b_{12} = 0.925; b_{13} = 4.65;$ $b_{23} = -0.2; b_{123} = 1.75$	
The content of the binder components 8%		
Specific impulse	$b_0 = 125.85; b_1 = 25.70;$ $b_2 = 16.45; b_3 = -0.04;$ $b_{12} = 15.25; b_{13} = 17.125;$ $b_{23} = -3.25; b_{123} = 11.675$	Product-28 = 44 % Aluminium A-4 = 19 % Product-14 = 29 %
Density	$b_0 = 80.25; b_1 = 10.275;$ $b_2 = 9.125; b_3 = -0.125;$ $b_{12} = 1.625; b_{13} = 5.785;$ $b_{23} = -0.135; b_{123} = 2.95$	

Table 10 – The results of the optimization of the experimental plans in the study of the energy characteristics of the prescription composition

Criterion optimization	Cost of sales experiment, conv. units	Cost of sales optimal plan, conv. units	Win	Program account time, s
The content of the binder components 11%				
Specific impulse	515	198	2.60	0.02
Density	475	196	2.42	0.01
The content of the binder components 10%				
Specific impulse	548	210	2.41	0.01
Density	500	200	2.53	0.01
The content of the binder components 9%				
Specific impulse	570	218	2.62	0.01
Density	526	198	2.67	0.01
The content of the binder components 8%				
Specific impulse	610	226	2.72	0.02
Density	552	208	2.65	0.02

## CONCLUSIONS

In this work, the urgent task of developing a prescription composition with a thermodynamic assessment of the parameters and manufacturing technology of MSRF, obtaining a sequence of experiments during the experiment, optimized by the method of “jumping frogs”, ensuring the minimum cost of its implementation, is solved.

A method and software have been developed that implement the optimization of multifactorial design of experiments using the “jumping frogs” algorithm. The experiment plans that are optimal in terms of implementation cost are obtained, and also the winnings in the optimization results are shown compared to the initial cost of the experiment. The workability and effectiveness of the proposed method are proved by the examples of the study of the recipe composition with the thermodynamic estimation of parameters according to the energy characteristics of solid mixed rocket fuel. The study showed that the search for an optimal or close to the optimal design of the experiment using the method of “jumping frogs” gave good results. The gains obtained as a result of optimization using this method are significant. The application of the developed method and software based on the use of the “jumping frogs” algorithm is effective for a number of factors  $k \geq 3$ , since this method significantly reduces the number of permutations of the experiment planning matrix.

Taking into account the results of the study (table 10), when optimizing the cost of specific impulse and fuel density using the obtained coefficients of mathematical models, we can draw the following conclusions on the optimal ratios of the components of the MSRF:

- for the content of the binder components 11%: the content of the components should correspond to: product-28 – 49%, A-4 – 18%, product-14 – 22%;
- for the content of the binder components 10%: the content of the components should correspond to: product-28 – 50%, A-4 – 18%, product-14 – 22%;
- for the content of the binder components 9%: the content of the components should correspond to: product-28 – 45%, A-4 – 16%, product-14 – 30%;
- for the content of the binder components 8%: the content of the components should correspond to: product-28 – 44%, A-4 – 19%, product-14 – 29%.

It should be noted that with an increase in the average pressure in the combustion chamber of the engine, it is advisable to increase the degree of expansion of the nozzle in order to achieve a higher specific impulse, however, this will lead to a significant increase in the design of the nozzle block, which will reduce the weight ratio of the product.

With a decrease in the binder content of more than 1%, the increase in specific impulse is less than 1%, which is insignificant. However, a decrease in the binder content in the SRF formulation to a level of less than 10%

may lead to critical changes in the operational characteristics at the stages of SRF manufacturing, product operation, etc.

**The scientific novelty** of the work is that for the first time a method is proposed for constructing optimal plans for multifactor experiments based on the use of the “jumping frogs” algorithm, which will make it possible to construct optimal experimental plans without completely enumerating the experimental permutation options.

**The practical significance** of the results of the work lies in the fact that software has been developed that implements the proposed method, as well as experiments have been carried out that have confirmed its efficiency and allow scientists to recommend it in practice when constructing optimal planning matrices for experiments.

**Prospects for further research** are the application of the developed software on a wider range of practical tasks.

## REFERENCES

1. Bona M. Combinatorics of permutations. N.-Y., CRC Press, 2012, 478 p.
2. Berger P. D., Maurer R. E. Experimental Design with Applications in Management, Engineering and the Sciences. Celli New York, Springer, 2018, 640 p.
3. Hoskins D. S. Combinatorics and Statistical Inferecing, Applied Optimal Designs, 2007, No. 4, pp. 147–179.
4. Bailey R. A., Cameron P. G. Combinatorics of optimal designs, Surveys in Combinatorics, 2009, Vol. 365, pp. 19–73.
5. Morgan J. P. Association Schemes: Designed Experiments, Algebra and Combinatorics, *Journal of the American Statistical Association*, 2005, Vol. 100, No. 471, pp. 1092–1093.
6. Rodrigues M. I., Iemma A. F. Experimental Design and Process Optimization. N.-Y., CRC Press, 2016, 336 p.
7. Yakovlev S. V. Properties of combinatorial optimization problems over polyhedral-spherical sets, *Cybernetics and Systems Analysis*, 2018, Vol. 54, No. 1, pp. 99–109.
8. Yakovlev S. V. Convex extensions in combinatorial optimization and their, *Springer Optimization and its Applications*, 2017, Vol. 130, pp. 567–584.
9. Koshevoy N. D., Kostenko E. M., Pavlyk A. V. et al Research of multiple plans in multi-factor experiments with a minimum number of transitions of levels of factors, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2019, No. 2, pp. 53–59. DOI:10.15588/1607-3274-2019-2-6
10. Halchenko Y. Ya., Trembovetska R. V., Tychkov V. V. Development of excitations structure RBF-metamodels of inoving concentriced dycurrent probe, *Electrical engeneering & electromechanics*, 2019, No. 2, pp. 28–38. DOI: 10.20998/2074-272X.2019.2.05
11. Montgomery D. C. Design and Analysis of Experiments, 9th Edition. Wiley, 2017, 629 p.
12. Koshevoy N. D. Primenenie algoritma prygajushhih ljagushek dlja optimizacii po stoimostnym (vremennym) zatratam planov polnogo faktornogo jeksperimenta, *Radioelektronni i komp'uterni sistemi – Radioelectronic and computer systems*, 2018, No. 4, pp. 53–61. DOI: 10.32620/reks.2018.4.05
13. Koshevoy N. D. Zastosuvannja algoritmu mavpjachogo poshuku dlja optimizacii planiv povnogo faktornogo eksperimentu, *Zbirnik naukovih prac' Vijs'kovogo institutu Kiivs'kogo Nacional'nogo universitetu imeni Tarasa Shevchenka – Collection of Scientific Papers of the Military Institute Military Institute of Taras Shevchenko National University of Kyiv*, 2018, No. 61, pp. 61–69.
14. Karpenko A. P. Sovremennye algoritmy poiskovoj optimizacii. Algoritmy, vdohnovlennye prirodoj: uchebnoe posobie. Moscow, izd-vo MGTU im. N. Je. Baumana, 2014, 446 p.
15. Koshevoy N. D., Kostenko E. M., Muratov V.V. et al. Comparative analysis of optimization methods by cost (time) costs of full factor experiment plans, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2020, No. 1, pp. 54–62. DOI: 10.15588/1607-3274-2020-1-6
16. Koshevoy N. D., Kostenko E. M., Muratov V. V. Application of the fish search method for optimization plans of the full factor experiment, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2020, No. 2, pp. 44–55. DOI: 10.15588/1607-3274-2020-2-5

Received 15.01.2020.

Accepted 11.01.2021.

УДК 519.24

## ЗАСТОСУВАННЯ МЕТОДУ «СТРИБАЮЧИХ ЖАБ» ДЛЯ ДОСЛІДЖЕННЯ ТА ОПТИМІЗАЦІЇ ТЕХНОЛОГІЧНОГО ПРОЦЕСУ

**Кошовий М. Д.** – д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри інтелектуальних вимірювальних систем та інженерії якості, Національний аерокосмічний університет ім. М. Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна.

**Муратов В. В.** – аспірант кафедри інтелектуальних вимірювальних систем та інженерії якості, Національний аерокосмічний університет ім. М.Є. Жуковського «Харківський авіаційний інститут», Харків, Україна.

**Кириченко О. Л.** – канд. техн. наук, головний технолог, Державне Підприємство «Науково-виробниче об'єднання «Павлоградський хімічний завод», Павлоград, Україна.

**Борисенко С. А.** – керівник групи, Державне Підприємство «Науково-виробниче об'єднання «Павлоградський хімічний завод», Павлоград, Україна.

## АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** Запропоновано застосування методу «стрибаючих жаб» для побудови оптимальних планів експериментів за вартісними (часовими) витратами при дослідженні технологічних процесів та систем, що дозволяють здійснювати над ними активний експеримент.

**Об'єкт.** Методи оптимізації за вартісними (часовими) витратами, основані на застосуванні алгоритму пошуку «стрибаючих жаб».

**Метою роботи** є отримання результатів оптимізації шляхом оптимізації за допомогою алгоритму «стрибаючих жаб» за вартісними (часовими) витратами планів повного факторного експерименту.

**Метод.** Запропоновано метод побудови за вартісними (часовими) витратами реалізації матриці планування експерименту з використанням алгоритму «стрибаючих жаб». На початку вводиться кількість факторів і вартість переходів для кожного рівня факторів. Потім з урахуванням введених даних формується початкова матриця планування експерименту. Метод «стрибаючих жаб» визначає найбільш «успішну жабу» та найменшу вартість переходів між рівнями для кожного з факторів. Після цього виконуються перестановки «жаб». «Жаба» прагне до найбільш «успішних» і, за умови, що вона залишається поруч, залишається на місці. Також розраховується виграш порівняно з початковою вартістю (часом) експерименту.

**Результати.** Розроблено програмне забезпечення, що реалізує запропонований метод, який використовувався для проведення обчислювальних експериментів для вивчення властивостей цих методів при вивченні технологічних процесів і систем, що дозволяють здійснювати над ними активний експеримент. Отримані результати оптимальних планів експериментів за вартісними (часовими) витратами порівнюються з початковою вартістю експерименту та розраховується виграш у порівнянні з початковим планом експерименту.

**Висновки.** Проведені експерименти підтвердили працездатність запропонованого методу та програмного забезпечення, яке його реалізує, а також дозволяє рекомендувати його для практичного використання при побудові оптимальних матриць планування експериментів.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** оптимальний план, алгоритм «стрибаючих жаб», оптимізація, планування експерименту, вартість, виграш.

УДК 519.24

## ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДА «ПРЫГАЮЩИХ ЛЯГУШЕК» ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ И ОПТИМИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА

**Кошевой Н. Д.** – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой интеллектуальных измерительных систем и инженерии качества, Национальный аэрокосмический университет им. Н. Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

**Муратов В. В.** – аспирант кафедры интеллектуальных измерительных систем и инженерии качества, Национальный аэрокосмический университет им. Н.Е. Жуковского «Харьковский авиационный институт», Харьков, Украина.

**Кириченко А. Л.** – канд. техн. наук, главный технолог, Государственное предприятие «Научно-производственное объединение «Павлоградский химический завод», Павлоград, Украина.

**Борисенко С. А.** – руководитель группы, Государственное предприятие «Научно-производственное объединение «Павлоградский химический завод», Павлоград, Украина.

### АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** Предложено применение метода «прыгающих лягушек» для построения оптимальных планов экспериментов по стоимостным (временным) затратами при исследовании технологических процессов и систем, позволяющих осуществлять над ними активный эксперимент.

**Объект.** Методы оптимизации по стоимостным (временным) затратам, основанные на применении алгоритма поиска «прыгающих лягушек».

**Целью работы** является получение результатов оптимизации путем оптимизации с помощью алгоритма поиска «прыгающих лягушек» по стоимостным (временным) затратами планов полного факторного эксперимента.

**Метод.** Предложен метод построения по стоимостным (временным) затратами реализации матрицы планирования эксперимента с использованием алгоритма «прыгающих лягушек». В начале вводится количество факторов и стоимость переходов для каждого уровня факторов. Затем с учетом введенных данных формируется начальная матрица планирования эксперимента. Метод «прыгающих лягушек» определяет «успешную лягушку» по наименьшей стоимости переходов между уровнями по каждому из факторов. После этого выполняются перестановки «лягушек». «Лягушка» стремится к наиболее «успешной» и, при условии, что находится рядом, остается на месте. Также рассчитывается выигрыш по сравнению с начальной стоимостью (времени) эксперимента.

**Результаты.** Разработано программное обеспечение, реализующее предложенный метод, который использовался для проведения вычислительных экспериментов для изучения свойств этих методов при изучении технологических процессов и систем, позволяющих осуществлять над ними активный эксперимент. Полученные результаты оптимальных планов экспериментов по стоимостным (временным) затратами сравниваются с начальной стоимостью эксперимента и рассчитывается выигрыш по сравнению с первоначальным планом эксперимента.

**Выводы.** Проведенные эксперименты подтвердили работоспособность предложенного метода и программного обеспечения, которое его реализует, а также позволяет рекомендовать его для практического использования при построении оптимальных матриц планирования экспериментов.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** оптимальный план, алгоритм «прыгающих лягушек», оптимизация, планирование эксперимента, стоимость, выигрыш.

**ЛІТЕРАТУРА / LITERATURA**

1. Bona M. *Combinatorics of permutations* / M. Bona. – N. -Y. : CRC Press, 2012. – 478 p.
2. Berger P. D. *Experimental Design with Applications in Management, Engineering and the Sciences* / P. D. Berger, R. E. Maurer. – Celli New York : Springer, 2018. – 640 p.
3. Hoskins D. S. *Combinatorics and Statistical Inferecing* / D. S. Hoskins // *Applied Optimal Designs*. – 2007. – № 4. – P. 147–179.
4. Bailey R. A. *Combinatorics of optimal designs* / R. A. Bailey, P. G. Cameron // *Surveys in Combinatorics*. – 2009. – Vol. 365. – P. 19–73.
5. Morgan J. P. *Association Schemes: Designed Experiments, Algebra and Combinatorics* / J. P. Morgan // *Journal of the American Statistical Association*. – 2005. – Vol. 100, № 471. – P. 1092–1093.
6. Rodrigues M. I. *Experimental Design and Process Optimization* / M. I. Rodrigues, A. F. Iemma. – N.-Y. : CRC Press, 2016. – 336 p.
7. Yakovlev S. V. *Properties of combinatorial optimization problems over polyhedral-spherical sets* / S. V. Yakovlev, O. S. Pichugina // *Cybernetics and Systems Analysis*. – 2018. – Vol. 54, № 1. – P. 99–109.
8. Yakovlev S. V. *Convex extensions in combinatorial optimization and their* / V. S. Yakovlev // *Springer Optimization and its Applications*. – 2017. – Vol. 130. – P. 567–584.
9. *Research of multiple plans in multi-factor experiments with a minimum number of transitions of levels of factors* / N. D. Koshevoy, E. M. Kostenko, A. V. Pavlyk et al. // *Radio Electronics, Computer Science, Control*. – 2019. – № 2. – P. 53–59. DOI:10.15588/1607-3274-2019-2-6
10. Halchenko Y. Ya. *Development of excitations structure RBF-metamodels of inoving concentriced dycurrent probe* / Y. Ya. Halchenko, R. V. Trembovetska, V. V. Tychkov // *Electrical engineering & electromechanics*. – 2019. – № 2. – P. 28–38. DOI: 10.20998/2074-272X.2019.2.05.
11. Montgomery D. C. *Design and Analysis of Experiments*, 9th Edition / D. C. Montgomery. – Wiley, 2017. – 629 p.
12. Кошевой Н. Д. *Применение алгоритма прыгающих лягушек для оптимизации по (временным) затратам полного факторного эксперимента* / Н. Д. Кошевой, В. В. Муратов // *Радиоэлектронные и компьютерные системы*. – 2018. – № 4. – P. 53–61. DOI: 10.32620/reks.2018.4.05
13. Кошевой Н. Д. *Застосування алгоритму мавпячого пошуку для оптимізації планів повного факторного експерименту* / Н. Д. Кошевой, В. В. Муратов // *Збірник наукових праць військового інституту Київського Національного імені Тараса Шевченка*. – 2018. – № 61. – P. 61–69.
14. Карпенко А. П. *Современные алгоритмы поисковой оптимизации. Алгоритмы, вдохновленные природой : учебное пособие* / А. П. Карпенко. – М. : Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2014. – 446 с.
15. Koshevoy N. D. *Comparative analysis of optimization methods by cost (time) costs of full factor experiment plans* / N. D. Koshevoy, E. M. Kostenko, V. V. Muratov et al. // *Radio Electronics, Computer Science, Control*. – 2020. – № 1. – P. 54–62. DOI: 10.15588/1607-3274-2020-1-6
16. Koshevoy N. D. *Application of the fish search method for optimization plans of the full factor experiment* / N. D. Koshevoy, E. M. Kostenko, V. V. Muratov // *Radio Electronics, Computer Science, Control*. – 2020. – № 2. – P. 44–55. DOI: 10.15588/1607-3274-2020-2-5



## ПРОГНОЗУВАННЯ ПАРАМЕТРІВ БАГАТОВИМІРНИХ ПРОСТОРОВО-ЧАСОВИХ РЯДІВ З УРАХУВАННЯМ ВЛАСТИВОСТІ НЕСТАЦІОНАРНОСТІ РОЗПОДІЛУ ЧАСОВОЇ СКЛАДОВОЇ

**Новожилова М. В.** – д-р фіз.-мат. наук, професор, завідувач кафедри комп'ютерних наук та інформаційних технологій, Харківський національний університет міського господарства імені О. М. Бекетова, м. Харків, Україна.

**Андронов В. А.** – д-р техн. наук, професор, проректор, Національний університет цивільного захисту України, м. Харків, Україна.

**Мележик Р. С.** – ад'юнкт, Національний університет цивільного захисту України, м. Харків, Україна.

### АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** Актуальність роботи полягає в розробці методів збору, аналізу та обробки просторово-часової інформації, а саме рядів даних, розподілених як у просторі, так і у часі та побудові на цій основі комп'ютерної ймовірнісної моделі процесу прогнозування виникнення та розвитку надзвичайних ситуацій техногенного характеру на інженерній інфраструктурі міста. Просторово-часовий характер рядів даних визначає додаткові вимоги до процедур ідентифікації математичної моделі ряду, отже, в статті пропонується низка підходів до виявлення його структури та побудови моделі ряду.

**Мета.** Створення методична та програмна реалізація комп'ютерної моделі просторово-часового ряду, що використовується для прогнозування майбутніх значень локацій та часу виникнення надзвичайних ситуацій на інженерній інфраструктурі мегаполісу і підвищення ефективності прийняття рішень.

**Метод.** Розроблено проєкційний підхід, що передбачає незалежне визначення випадкових просторових параметрів аварійних ланок інженерної інфраструктури як послідовності двох одновимірних рівномірних розподілів та визначення часового розподілу моментів виникнення аварій як нестационарного розподілу Пуассона. Запропоновано інтегральний підхід, який включає побудову точок-генераторів, потужність яких (характеристика складності аварії) визначається на основі реалізації підходу порівнювальної статистики з так званим накопичувальним ефектом у межах певного часу. Побудовано релаксаційний підхід до визначення параметрів моделі вихідного просторово-часового ряду, що базується на кластеризації просторової складової за відповідною часовою характеристикою. Проведено формалізацію просторово-часового поля, побудовано процедури інформаційного забезпечення процесу прогнозування параметрів просторово-часового ряду, виконано типізацію вихідних даних для проведення чисельних експериментів на прикладі мережі водопостачання та водовідведення комунального підприємства «Харківводоканал», м. Харків.

**Результати.** Запропоновано дуальну методологію щодо визначення параметрів імітаційної моделі просторово-часового ряду, що містить як проєкційний так і інтегральний підходи, а також комбіновану методику – релаксаційний підхід. Проведено чисельні експерименти на основі побудованої моделі, що є теоретичною основою для здійснення та побудови прогнозу з використанням великого обсягу історичних даних.

**Висновки.** В роботі одержав подальший розвиток метод прогнозування параметрів просторово-часових рядів з урахуванням властивості нестационарності розподілу часової складової. Застосування запропонованих інструментальних засобів комп'ютерного моделювання дозволяє підвищити точність прогнозу локації, часу настання та тяжкості можливої аварії на інженерній інфраструктурі мегаполісу.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** просторово-часові ряди, нестационарний розподіл Пуассона імітаційна модель, інженерна інфраструктура.

### НОМЕНКЛАТУРА

$ab$  – осередок регулярної сітки;  
 $a$  – вимір сітки за координатою  $x$ ;  
 $b$  – вимір сітки за координатою  $y$ ;  
 $A_m$  – настання події на кластері  $K_m$ ;  
 $D$  – просторова обмежена область;  
 $D\{\bullet\}$  – дисперсія розподілу Пуассона;  
 $E\{\bullet\}$  – математичне сподівання;  
 $EI$  – опис компонент природного середовища;  
 $F(\bullet)$  – рівномірний розподіл просторової координати;  
 $G$  – передавальна мережа;  
 $g_j$  – ланка передавальної мережі;  
 $gI_j$  – інформаційний кортеж характеристик ланки  $g_j$ ;  
 $H$  – крок розбиття часового періоду;  
 $I$  – кортеж інформації про подію;

$i$  – наскрізний номер осередку сітки;  
 $In_j$  – множина елементів просторово-часового ряду стосовно ланки  $g_j$ ;  
 $j$  – індекс ланки передавальної мережі;  
 $J$  – кількість ланок передавальної мережі;  
 $K$  – множина кластерів розбиття;  
 $l_m^n$  – елементи кластерів розбиття;  
 $M$  – кількість кластерів;  
 $n$  – індекс елементу в  $m$ -у кластері;  
 $m$  – індекс кластерів розбиття;  
 $P_k(t)$  – розподіл ймовірності відмов;  
 $p_\theta$  – ймовірність реалізації події  $q_\theta$ ;  
 $Q$  – множина несумісних подій;  
 $q_\theta$  – складна подія;  
 $R^2$  – декартовий простір вимірності 2;  
 $R_S$  – назва просторово-часового ряду;

$S$  – кількість осередків регулярної сітки за координатою  $x$ ;  
 $W$  – кількість осередків регулярної сітки за координатою  $y$ ;  
 $s$  – індекс осередку регулярної сітки за координатою  $x$ ;  
 $w$  – індекс осередку регулярної сітки за координатою  $y$ ;  
 $t$  – змінна часу;  
 $t_H$  – період амортизації;  
 $t_{jc}$  – дата попереднього ремонту ланки  $g_j$  передавальної мережі;  
 $T$  – часовий інтервал;  
 $T_{0j}$  – початковий рік експлуатації ланки  $g_j$  мережі;  
 $T_F$  – поточний рік експлуатації ланок мережі;  
 $T_{FO}$  – інтервал історичних даних;  
 $v=(x,y)$  – просторова складова елементу ряду;  
 $v_j$  – точка-генератор;  
 $(x_{j-1}, y_{j-1})$  – координати початку ланки  $g_j$ ;  
 $(x_j, y_j)$  – координати кінцевої точки ланки  $g_j$ ;  
 $Z(v,t)$  – просторово-часове випадкове поле;  
 $Z_m$  – рівень збитків на кластері  $K_m$ ;  
 $\alpha_0$  – вільний член рівняння авторегресійного процесу;  
 $\alpha_1$  – параметр рівняння авторегресійного процесу;  
 $\beta(x,y)$  – параметр закону розподілу просторової складової ряду;  
 $\Delta x$  – розмір осередку регулярної сітки розбиття за координатою  $x$ ;  
 $\Delta y$  – розміри осередку регулярної сітки за координатою  $y$ ;  
 $\Theta$  – кількість несумісних подій;  
 $\lambda$  – інтенсивність випадкових відмов;  
 $\lambda^{sys}(t)$  – інтенсивність систематичних відмов;  
 $\eta(t, t_H)$  – параметр нестационарного закону розподілу часової складової ряду;  
 $\xi$  – рівномірно розподілене на  $[0, 1]$  випадкове число;  
 $\mu$  – середнє – параметр нормального закону розподілу;  
 $\sigma$  – стандартне відхилення – параметр нормального закону розподілу;  
 $\Psi_j$  – час відновлення аварійної ланки  $g_j$ ;  
 $\tau$  – часова складова елементу ряду;  
 $\mathcal{G}_i$  – потужність точки-генератора;  
 $\varpi(x,y,t)$  – оціночна функція.

## ВСТУП

Проблеми аналізу та моделювання просторово-часових рядів даних виникають в багатьох сферах людської діяльності – геології, економіці, екології, цивільному захисті, медицині тощо. Складність інтерпретації великих обсягів наявних даних, аналізу та подальшого використання у прогнозуванні подій потребує комплексного системного підходу та розробки на цій основі арсеналу різних методів, що характери-

зують ті чи інші властивості процесу, що розглядається.

При побудові комп'ютерної моделі просторово-часового ряду важливим є вивчення особливостей його часової складової, а саме визначення властивості стаціонарності часового ряду. В багатьох галузях застосування моделей та методів обробки просторово-часових рядів, таких, як, наприклад, прогнозування виникнення та розвитку надзвичайних ситуацій техногенного характеру на інженерній інфраструктурі міста, що розглядається як ймовірнісна подія, інформація про яку є розподіленою як у просторі, так і у часі, часова складова є нестационарною.

При цьому також необхідно зважати, що в якості області припустимих значень просторової складової ряду може виступати як неперервна, так і дискретна множина.

Тому важливим є вивчення особливостей таких рядів, які об'єктивно залежать від характеристик перебігу процесу реального світу, що індукуює просторово-часовий ряд, та розробка відповідної просторово-часової комп'ютерної моделі як засобу прогнозу параметрів майбутньої ймовірнісної події ряду.

**Об'єкт дослідження** – просторово-часові ряди даних з урахуванням властивості нестационарності розподілу часової складової.

**Предмет дослідження** – методи ідентифікації та реалізації імітаційної моделі просторово-часових рядів.

**Метою** дослідження є розробка, а також методична та програмна реалізація імітаційної моделі багатовимірних просторово-часових рядів з урахуванням властивості нестационарності розподілу часової складової.

## 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧІ

В якості вихідних даних виступають статистичні ряди  $R_S$ , що мають розглядатися у просторово-часовому просторі

$$(v, t): v \in D \subset R^2, t \in T, \quad (1)$$

де область  $D$  може бути як неперервною, так і дискретною.

В даному дослідженні просторово-часовий ряд даних  $R_S$  формують результати спостережень за відмовами елементів інженерної інфраструктури мегаполісу – складної технічної системи, що є просторово розподіленою і містить передавальну мережу, яка є скінченною дискретною множиною ланок

$$G = \{g_1, g_2, \dots, g_j\}. G \subset D. \quad (2)$$

При цьому часова складова просторово-часового ряду  $R_S$  характеризується інтенсивністю виникнення відмов (випадкових подій), що є функцією часу  $\lambda(t)$ , тобто часова складова є нестационарною. Таке узагальнення є адекватним описом стану інженерної ін-

фраструктури міст України, що є джерелом випадкових – інтенсивність  $\lambda$  – і систематичних – інтенсивність  $\lambda^{st}(t)$  – відмов елементів.

Отже, необхідно вирішити наступні задачі.

1. Розробити методики побудови аналітичної ймовірнісної моделі просторово-часового ряду із нестационарною часовою складовою на основі формалізації просторово-часового випадкового поля

$$Z(v, \tau); v \in D, \tau \in T, \quad (3)$$

де величина  $Z(v, \tau)$  – визначена характеристика елементів ряду. При розгляді елементів інженерної інфраструктури величина  $Z(v, \tau)$  оцінюється сумарними збитками від наслідків відмов.

2. Розробити програмне забезпечення, що реалізує дані методики.

3. Визначити працездатність та особливості застосування розроблених методик для опрацювання статистичної інформації при дослідженні інженерної інфраструктури міст.

## 2 ОГЛЯД ЛІТЕРАТУРИ

Системологічний аналіз вітчизняної та закордонної наукової літератури щодо існуючих методів та інструментальних засобів математичного та комп'ютерного моделювання просторово-часових рядів та розробки на цій основі прогнозних моделей дозволив провести певну класифікацію наукових напрямів щодо обробки просторово-часових рядів, що розвиваються, та показав широкий спектр практичних застосувань.

В [1] проведено порівняння множини просторово-часових умовних авторегресійних моделей на основі набору даних про епідемію в Колумбії. Досліджено пуассоно-логнормальні та біноміальні моделі з різними методами байєсівського просторово-часового моделювання.

Проблема побудови прогнозної моделі просторово-часового міського трафіку, яка може бути адаптована в декількох просторово-часових умовах на основі створення складної глибокої нейронної системи, розглянута в [2]. Комп'ютерна модель, що пропонується, базується на інтерпретованій нейромережі, певні складові якої у сукупності охоплюють ключові просторово-часові компоненти рядів даних щодо функціонування транспортної інфраструктури міста.

В [3] наведено метод дослідження просторово-часового розподілу впливу екологічного стану околиць міст на екологічну ефективність останніх. На основі застосування множини підходів до ідентифікації параметрів та економетричних тестів щодо просторово-часового розподілу впливу ефекту такого сусідства на екологічну ефективність міст у якості основної визначено просторово-часову модель Дарбіна та метод часткового диференціалу.

Методи розв'язання проблеми формалізації просторово розподілених даних розвиваються у межах

такої сучасної наукової дисципліни як геостатистика [4]. Згідно з [5], геостатистичні моделі просторово-часової кореляційної структури можна розділити на два види: такі, що передбачають розподіл на просторову та часову компоненти (метрична модель, лінійна модель, модель добутку, модель добуток-сума тощо), та такі, що такого розподілу не припускають. Зважаючи на складність задачі, одним з прийнятних підходів першого типу є методологія порівняльної статистики, тобто дискретизація наявної сукупності статистичних даних за часом та послідовний розгляд множини часових перерізів без опису переходу від одного перерізу до іншого.

Проведене дослідження традиційних і новітніх конструктивних засобів аналізу та обробки просторово розподілених даних дозволило визначити в якості основних: інтерполяційні моделі, а саме лінійну інтерполяцію на основі триангуляції [5], метод обернених середньозважених відстаней (inverse distance weighting) тощо; власне моделі, що базуються на статистичній інтерпретації даних; алгоритми, засновані на навчанні – штучні нейронні мережі [6], генетичні алгоритми [7].

Одним з підходів до прогнозування часових рядів є стохастична теорія черг [8]. Поряд з цим, класичною методологією дослідження потоку відмов обладнання потенційно небезпечних виробничих та інфраструктурних об'єктів є теорія надійності [9].

Розроблені методи опрацювання просторово-часових рядів застосовуються в багатьох галузях діяльності людини.

В [10] побудовано просторову модель геоінформаційної підтримки державних пожежно-рятувальних частин м. Харкова за рахунок врахування та застосування критерію розподілу доріг відповідно до категорій, що дозволило розробити програмну платформу для швидкого реагування.

Методи дослідження ефективності складних технічних систем, зокрема стійкість інфраструктури до можливих ризикованих подій, запропоновані в [11]. Модель, що пропонується, застосована до дослідження випадку інфраструктури водопостачання з гіпотетичним сценарієм відновлення.

При цьому необхідно враховувати факт нестационарності статистичних часових рядів даних щодо аварійних ситуацій на об'єктах інженерної інфраструктури [12]. Аналіз наявних методів економічної оцінки збитків від аварій та надзвичайних ситуацій, ними обумовлених, що застосовуються у світі й Україні, проведено в [13].

Методичні підходи до аналізу та прогнозування природно-техногенної безпеки великих міст України в рамках функціонування механізмів державного регулювання на основі застосування нейромереж і карт Кохонена розглянуто в [14]. Зокрема, за цією методикою м. Харків віднесений до кластера із вищим за середній рівнем частоти прояву ТНС.

У [15] апарат нечітких множин застосований до класифікації надзвичайних ситуацій в мегаполісі, що

грунтується на оцінці впливу параметрів ТНС на громаду та можливості здійснення дорожнього руху на транспортній інфраструктурі міста.

Різноманіття підходів до математичного та комп'ютерного моделювання просторово-часових рядів даних різної природи свідчить про складність проблеми, що розглядається.

Однак переважна кількість наукових публікацій присвячена розгляду задачі прогнозування режимів функціонування складних інфраструктурних систем тільки у часі, без урахування просторової складової.

Ще одним важливим недоліком наявних інструментальних засобів моделювання є практична відсутність методів обробки багатовимірних нестационарних статистичних рядів, і, як наслідок, відсутність адекватних засобів аналізу та синтезу прийнятних управлінських рішень.

### 3 МАТЕРІАЛИ І МЕТОДИ

Комп'ютерне моделювання багатовимірних просторово-часових рядів має враховувати основні їх особливості, як розподіленість у часі та просторова розподіленість; випадковість моментів настання; недостатній обсяг та зашумленість статистичної інформації, багатомірність та наявність різних факторів впливу зовнішнього середовища на характеристики ряду, у тому числі керування у «ручному» режимі.

Інформація щодо параметрів просторово-часового ряду є відмінною за змістом, формою та вимірністю, тому найбільш прийнятним її поданням у моделі (3) є кортеж  $I$  вигляду

$$I = \langle v=(x,y), \tau, \{\beta(x,y), \lambda(t)\} \rangle. \quad (4)$$

Розглянемо послідовно три підходи до побудови моделі просторово-часового ряду за складовими кортежу  $I$ .

Перші два з цих підходів: проєкційний та інтегральний – складають так звану дуальну методологію щодо визначення просторових параметрів просторово-часового ряду.

Як проєкційний, так і інтегральний підходи спираються на постановку та вирішення задачі просторового оцінювання.

Проведемо моделювання просторових параметрів – вектору  $v=(x,y)$  – багатовимірною ряду (2) у певному часовому перерізі часового параметру  $t$ .

У загальному вигляді постановка задачі просторового оцінювання передбачає наявність неперервної двовимірної області  $D$ , на якій проведений ряд вимірювань заданої величини  $Z$ . Ці вимірювання проводяться на скінченній множині точок  $(x, y) \in D$ , які є довільним чином розподіленими по області  $D$ .

За постановкою задачі необхідно враховувати дискретність області  $D$ , яка, власне, перетворюється множини  $G$ .

Для моделювання просторової складової ряду, що розглядається, проводиться розбиття контрольованої території  $D$  (відповідно, мережі  $G$ ) сіткою вимірів на © Новожилова М. В., Андронов В. А., Мележик Р. С., 2021  
 DOI 10.15588/1607-3274-2021-1-7

осередки. В роботі використовується стандартна прямокутна (регулярна) сітка. При цьому виникає ефект просторової роздільної здатності, тобто задача визначення адекватного розміру осередку  $(\Delta x, \Delta y)$ .

При використанні стандартної прямокутної сітки просторова роздільна здатність характеризується розміром комірки  $\{(a_s, b_w), (a_{s+1}, b_{w+1})\}$ :

$$\Delta x = |a_{s+1} - a_s|, \Delta y = |b_{w+1} - b_w|, s=1,2,\dots,S, w=1,2,\dots,W.$$

В цілому область  $D$  є вписаною у прямокутник  $\{(a_0, a_S), (b_0, b_W)\}$ .

Геометричні параметри ланок мережі  $G$  визначаються таким чином: складова  $gI_i$  задає ланку мережі, що належить осередку регулярної сітки  $ab_i = \{(a_s, b_w), (a_{s+1}, b_{w+1})\}$  так, що індекс  $i$  є функцією індексів  $\{s, w\}$ :

$$gI_i = G \cap ab_i.$$

Тоді параметри розміщення  $(x_{i-1}, y_{i-1})$   $g_i$ -ї ланки множини  $G$  пов'язуються з лівою нижньою точкою ланки в межах обраного дискрету.

Таким чином, початкове подання (2) мережі  $G$  уточнюється стосовно розбиття сіткою вимірів, і складова  $gI_i$  кортежу (5) у загальному випадку є множиною, тобто є мультиланкою.

Однак цей спосіб визначення геометричних параметрів ланок множини  $G$  має певні недоліки, які необхідно враховувати при виборі кроку дискретизації. Завеликий крок формує дискрет  $(\Delta x, \Delta y)$ , що містить кілька ланок множини  $G$  з принципово різними характеристиками, замалий крок може завдати не виправдано великих втрат часу опрацювання моделі.

На даній сітці вибудовується  $SxW$ -вимірна випадкова функція  $Z(v)$  (3) з функцією розподілу

$$F(v_1, v_2, \dots, v_{SxW}, z_1, z_2, \dots, z_{SxW}) = P\{Z(v_1) \leq z_1, Z(v_2) \leq z_2, \dots, Z(v_{SxW}) \leq z_{SxW}\}, \quad (5)$$

у кожному часовому перерізі  $\tau$ , яка характеризує просторову ймовірність реалізації елемента ряду та визначається як набір випадкових змінних  $Z(v_i)$ , по одній для кожної локації  $v_i, i=1,2,\dots, SxW$ , області  $D$ .

На основі вирішення задачі просторового оцінювання розглянемо підходи до прогнозування параметрів просторово-часового ряду.

Проєкційний підхід. Передбачає незалежне визначення випадкових параметрів  $(x, y)$  розміщення аварійних ланок інженерної інфраструктури як послідовності двох одновимірних рівномірних розподілів  $\{x\}, \{y\}$  на  $[a_0, a_S], [b_0, b_W]$  із функціями розподілу

$$F(x) = \begin{cases} 0, & x \leq a_0; \\ \frac{x-a_0}{a_S-a_0}, & x \in (a_0, a_S]; \\ 1, & x > a_S. \end{cases} \quad F(y) = \begin{cases} 0, & y \leq b_0; \\ \frac{y-b_0}{b_W-b_0}, & y \in (b_0, b_W]; \\ 1, & y > b_W. \end{cases}$$



відповідно. В результаті двократного застосування процедур генерації випадкових величин за цими розподілами отримується пара просторових координат  $(x, y)$ , що визначає комірку  $v_i, i=1,2,\dots, SxW$ , області  $D$  та відповідну ланку  $g_j$  множини  $G, g_j \in v_i$ .

Для подальшої обробки інформації про часову складову вихідного багатовимірного ряду зауважимо наступне.

Періоду нормальної експлуатації складних технічних систем відповідає стаціонарний пуассонівський (найпростіший) потік [16] числа  $k$  випадкових відмов протягом часу  $t$  вигляду

$$P_k(t) = \frac{(\lambda t)^k}{k!} e^{-\lambda t}, \quad (6)$$

якому притаманні властивості стаціонарності, відсутності післядії і ординарності.

Факт розподілу ймовірності відмов  $P_k(t)$  за законом Пуассона з постійною інтенсивністю  $\lambda$  в період нормального функціонування, що визначається періодом амортизації  $[0, t_H]$  складної технічної системи, підтверджується також результатами аналізу наявних статистичних даних та досвіду експлуатації технічних систем.

Поряд з цим у життєвому циклі будь-якої складної технічної системи неминуче настає фаза старіння. На даному етапі особливе значення набувають систематичні відмови, обумовлені закономірними і неминучими явищами, що викликають поступове накопичення ушкоджень, втому, зношення обладнання.

Аналіз історичних рядів статистичних даних та досвіду експлуатації складних технічних систем показує, що в період старіння об'єкта дослідження інтенсивність систематичних відмов  $\lambda^{syst}(t)$  зростає лінійно або квадратично.

Тоді параметр  $\eta(t, t_H)$  розподілу Пуассона є функцією  $\lambda^{syst}(t)$  та приймає вигляд:

$$\eta(t, t_H) = \lambda_{t \geq t_H}(t) = \lambda + \lambda^{syst}(t) \Big|_{t \geq t_H}. \quad (7)$$

Таким чином, при перевищенні періоду амортизації – в період старіння – пуассонівський потік  $\theta$  відмов отримує властивість нестационарності, тобто перестає бути найпростішим

$$P_\theta(t, t_H) = \frac{\eta(t, t_H)^\theta}{k!} e^{-\eta(t, t_H)}. \quad (8)$$

Зауваження 1. Для подальшого моделювання функцію інтенсивності систематичних відмов  $\lambda^{syst}(t)$  на інтервалі  $[t_H, t]$  доцільно замінити кусково-постійною функцією вигляду

$$\lambda^{syst} = \lambda_{c-1}^{syst}, \text{ якщо } t_{c-1} \leq \tau < t_c, c=1,2,\dots,C, t_c \in [t_H, t].$$

Таким чином, завдання номеру ланки  $g_j$  множини  $G, g_j \in v_i$ , обумовлює конкретне значення параметру  $\lambda(t)$  – нестационарного розподілу Пуассона часової складової ряду в залежності від вищезазначених параметрів та урахуванням Зауваження 1.

Величина  $Z(v, \tau)$  є зваженою зростаючою функцією інтенсивності  $\lambda(t)$ .

Інтегральний підхід. Дана концепція містить побудову точок-генераторів, потужність яких визначається на основі реалізації підходу порівнювальної статистики з так званим накопичувальним ефектом у межах певного часу.

Введемо наступні визначення.

Визначення 1. Назвемо точкою-генератором  $v_i$  певну точку комірки  $\{(a_s, b_w), (a_{s+1}, b_{w+1})\}$  регулярної сітки території  $D$  таку точку, яка інкапсулює в собі властивості цілої комірки.

Наприклад, це може бути точка перетину діагоналей комірки  $\{(a_s, b_w), (a_{s+1}, b_{w+1})\}$ .

Визначення 2. Назвемо потужністю  $\vartheta_i$  точки-генератору  $v_i$  інтегральну характеристику, що розглядається в певному часовому інтервалі (часовому вікні)  $[T_0, T_F]$  та обчислюється за формулою:

$$\vartheta_i = \int_{T_0}^{T_F} \int_{b_m}^{b_{m+1}} \int_{a_s}^{a_{s+1}} \varpi(x, y, t) dx dy dt, \quad (9)$$

де функція  $\varpi(x, y, t)$  приймає значення  $\{0,1\}$ , де  $\varpi(x, y, t) = 1$ , якщо елемент  $(x,y,t) \in R_S$ , де  $t \in [T_0, T_F]$ ,  $(x,y) \in \{(a_s, b_w), (a_{s+1}, b_{w+1})\}$  та  $\varpi(x, y, t) = 0$  в іншому випадку.

Визначення точок-генераторів проводиться із застосуванням кластерного аналізу із визначенням розміру кластеру, а саме (2–5) % від максимального лінійного розміру контрольованого району. При цьому покладаємо, що всі точки відповідної комірки сітки вимірів мають потужність  $\vartheta_i$  точки-генератору  $v_i$ .

Побудова точок-генераторів уможливило вирішення задачі моделювання просторово-часового ряду  $R_S$  та здійснення подальшого прогнозування на основі побудови двовимірної апроксимаційної поверхні  $\vartheta(x,y)$  із застосуванням підходу порівнювальної статистики з так званим накопичувальним ефектом.

Зауважимо, що потужність  $\vartheta_i$  залежить від довжини часового вікна  $[T_0, T_F]$ .

Розглянемо ще один метод моделювання багатовимірного просторово-часового ряду  $R_S$ , а саме релаксацийний підхід.

Цей підхід базується на зведенні багатовимірного ряду  $R_S$  до множини незалежних одновимірних нестационарних (зокрема стаціонарних) часових рядів.

Узагальнено метод складається з двох етапів.

На першому етапі формуються кластери ланок множини  $G = \{g_1, g_2, \dots, g_N\}$  за показником  $T_{0j}$ . Крок  $H$  розбиття на кластери покладається 5 (7) років. В результаті одержуємо множину  $K = \{K_1, \dots, K_M\}$  кластерів

ланок, кожен з цих кластерів геометрично є незв'язною множиною.

Для елементів кластеру  $K_m$  фіксується параметр розподілу Пуассона  $\eta(t, t_H)$ , тобто потік моментів настання подій на ланках мережі певного кластеру приймається стаціонарним.

Другий етап релаксаційного підходу містить кроки створення так званого імітаційного симулятора, що генерує певну кількість випробувань.

Зауваження 2. Вважаємо, що результат випробування є складною подією: можуть виникнути події на різних кластерах мережі одночасно (наприклад, протягом тижня – одиницю виміру часу обирає особа, що приймає рішення).

Таке припущення щодо урахування кількох джерел настання подій в цілому, як зазначалось, порушує вимогу ординарності процесу. Тому для подальшого моделювання застосовується наступний підхід.

Позначимо через  $A_m$  – настання події на кластері  $K_m$  у одиницю часу, відповідно  $\bar{A}_m$  – ненастання події на кластері  $K_m$ .

На цій основі визначимо повну дискретну множину  $Q$  несумісних подій вигляду

$$Q = \left\{ \prod_{m=1}^M A_m, \bar{A}_1 \prod_{m=2}^M A_m, \dots, \bar{A}_M \prod_{m=1}^{M-1} A_m, \bar{A}_1 \bar{A}_2 \prod_{m=3}^M A_m, \dots, A_M \prod_{m=1}^{M-1} \bar{A}_m, \prod_{m=1}^M \bar{A}_m \right\}. \quad (10)$$

При цьому кількість елементів множини  $Q$ :  $\text{card } Q = \Theta$ .

Для кожного елемента множини (9) визначимо ймовірність  $p_\theta$  реалізації відповідної складної події  $q_\theta$ ,  $q_\theta \in Q$ ,  $\theta = 1, 2, \dots, \Theta$ . Далі отримані значення ймовірностей  $p_\theta$  відкладаються на відрізку  $[0, 1]$ . Генерується рівномірно розподілене на  $[0, 1]$  випадкове число  $\xi$  і перевіряється умова

$$\sum_{\mu=1}^{\theta-1} p_\mu \leq \xi \leq \sum_{\mu=1}^{\theta} p_\mu. \quad (11)$$

За виконання умови (11) вважають, що в процесі випробування настала подія  $q_\theta$  з множини (10).

Реалізація запропонованих методів уможливується в рамках інформаційної підсистеми, функціональну модель якої наведено на рис. 1.

У блоці геоінформаційної системи виконується аналіз і візуалізація графічної інформації у вигляді набору електронних карт і прив'язаних до них даних про просторові параметри ряду  $R_S$ .

Інформація у підсистемі зберігання та обробки даних організується як реляційна база даних, що підтримує властивість розподіленої обробки даних. В якості базового інструментарію реалізації функцій аналітичної підсистеми служить методичне забезпечення (математичні моделі, методи імітаційного програмування, засоби обробки експертної інформації з

метою отримання знань) задач побудови прогнозних значень ряду.

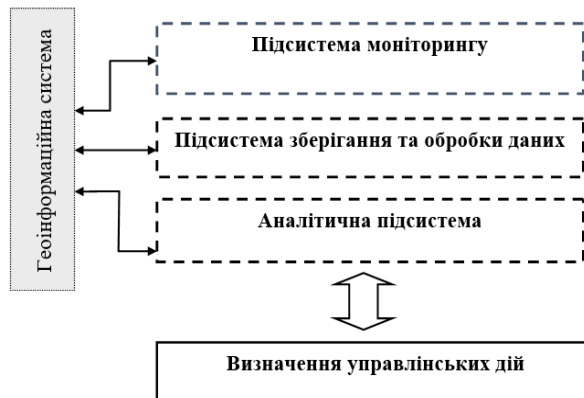


Рисунок 1 – Функціональна модель інформаційної аналітичної системи

У підсистемі моніторингу виконується збирання та первинна обробка інформації про параметри процесів реального світу, що генерують значення просторово-часового ряду.

#### 4 ЕКСПЕРИМЕНТИ

Інтерпретація задачі просторового оцінювання здійснювалась на вихідному просторово-часовому ряді значень локацій, часу і складності аварій, що формувався за даними офіційного сайту комунального підприємства «Харківводоканал».

Моделювання проводилось за районами м. Харкова, зокрема, розглядався Шевченківський район. Загалом проаналізовано та упорядковано більше 4400 спостережень за 2016 – 2019 роки.

На рис. 2 наведено результат побудови регулярної прямокутної сітки у якості розбиття контрольованої території  $D$  (території району) та відповідно, мережі  $G$ .

Ілюстрацією застосування інтегрального підходу є табл. 1, де наведено приклад обчислення потужностей  $\vartheta_i$  точок-генераторів  $v_i$  мережі водопостачання території Шевченківського району м. Харкова.

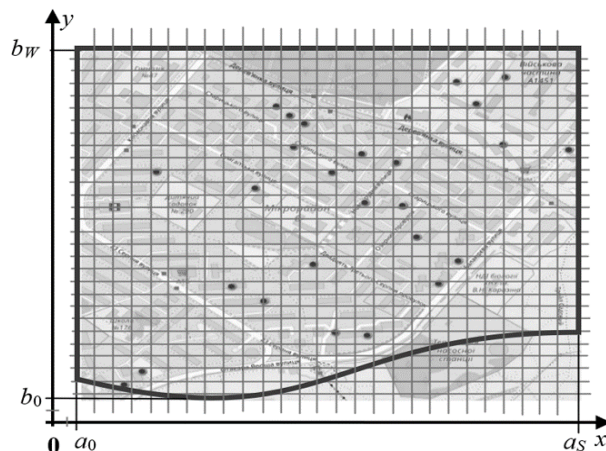


Рисунок 2 – Карта Шевченківського району, м. Харків, з побудованою сіткою. Період 1–10 березня 2018 р. Темні точки – місця аварій

Таблиця 1 – Потужності  $\vartheta$ , точок-генераторів  $v$ , мереж водопостачання території Шевченківського району м. Харкова за березень 1918 р.

		Координата у								
		2,5	7,5	12,5	17,5	22,5	27,5	32,5	37,5	42,5
Координата х	-2,5	3	2	2	1	1	1	3		
	-7,5	4	2	2	2					
	-12,5				3	2	1	2		
	-17,5		3		2	2	3	2	1	
	-22,5	3		1	2	1				
	-27,5	3	1			2	2	1		
	-32,5			1	1	1	2	2	1	
	-37,5	1	4	1		2	1	2		
	-42,5	1								

В комірках табл. 1 наведено кількість аварій на ланках мереж водопостачання, що належать визначеним коміркам регулярної сітки розбиття.

Вибір напрямку координатних осей інформації табл. 1 узгоджений із розташуванням Шевченківського району відносно географічного центру м. Харкова.

За даними табл. 1 побудовано поверхню  $\vartheta(x,y)$ , яку подано на рис. 3. Більш насиченим кольором на рис. 3 забарвлені комірки з вищою кількістю аварій.

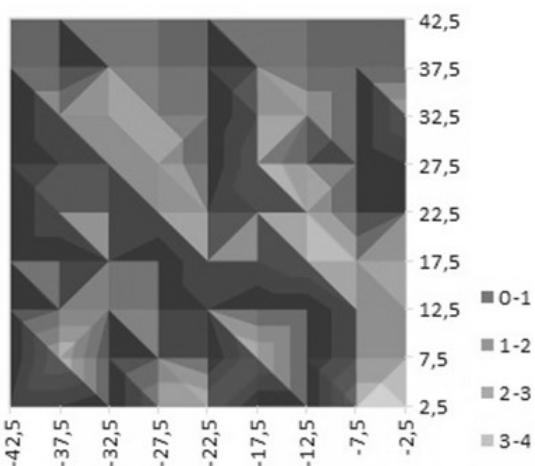


Рисунок 3 – Скалярне поле небезпеки за спостереженнями 1–10 березня 2018 р.

Розглянемо етапи алгоритму реалізації релаксаційного підходу.

Етап 1 – підготовчий.

Крок 1.1. Підготовка вхідних даних. Визначення елементів кортежу (4) стосовно території Шевченківського району м. Харкова, що розглядається.

Крок 1.2. Визначення довжини статистичних рядів даних щодо характеристик ланок мережі за формулою

$$T_{F0} = (T_F - T_0).$$

Крок 1.3. Визначення кроку розбиття  $H$  довжини  $T_{F0}$ , що застосовується у зворотному порядку. При цьому покладемо, що початковий рік експлуатації ланок мережі, що розглядається – це 1940 р., останній рік початку експлуатації – 1989 рік.

Наприклад, при кроці  $H=7$ , відповідно визначено 7 кластерів:  $[\leq 1940-1950]$ ,  $[1951-1957]$ ,  $[1958-1965]$ ,  $[1966-1973]$ ,  $[1974-1981]$ ,  $[1982-1989]$ ,  $[1990 - \text{по цей час}]$ .

Крок 1.4. Кластеризація множини ланок мережі  $G$  за терміном введення в експлуатацію. Як зазначалось, кластери  $K_m$ ,  $m=1,2, \dots, M$ , в загальному випадку є геометрично незв'язними множинами.

На рис. 4 наведений приклад кластеризації мережі водопостачання району м. Харкова, де елементи кластерів мережі водопостачання виділені різними градаціями сірого.



Рисунок 4 – Кластеризація передавальних мереж

Крок 1.5. Перевірка гіпотези щодо розподілу Пуассона числа  $k$  випадкових відмов протягом періоду  $t$  на кластерах  $K_m$  вигляду (6).

Критерієм справедливості гіпотези про розподіл Пуассона моментів настання ТНС на мережах водопостачання на кластерах  $g_j$ ,  $j=1,2,\dots,J$ , є виконання умов

$$E\{X\}=\lambda_j, D\{X\}=\lambda_j. \quad (12)$$

Елементи  $k_m^n$  певного кластеру  $K_m = \{k_m^1, \dots, k_m^n, \dots, k_m^{N_m}\}$  у подальшому вважаються джерелами (генераторами) аварій, що характеризуються однаковими значеннями величини  $Z(v, \tau): Z_m$ .

Згідно Наказу [17] подія, яка може трапитись на мережах водопостачання в разі дій несприятливих чинників техногенного походження, буде кваліфікуватись як надзвичайна ситуація, якщо припинено водопостачання більше 30% розрахункового обсягу водопостачання населеного пункту (міста) через аварії

на об'єктах водопостачання або пошкодження мереж водопостачання.

Містом в Україні вважається населений пункт з населенням більше 10000 осіб.

Пропозиція 2. Виходячи з того, що населення Шевченківського району складає 15 відсотків населення м. Харкова, тобто приблизно 230000 людей, будемо вважати що аварії на ділянках мережі водопостачання з діаметром труби I-го класу – від 1000 до 1200 мм, тобто на магістральних водогонях, що тривають 2 або більше діб, задовольняють умови визначення надзвичайної ситуації.

Узагальнена інформація щодо характеристик розподілів та емпіричних значень параметрів  $\lambda$  (інтенсивність настання аварій у місяць) наведена в табл. 3.

Зауваження 3. Відмітимо, що в Табл. 3 враховані всі аварії на мережах водопостачання, в тому числі ті, що не можуть бути класифіковані як надзвичайні ситуації, наприклад, коли тривалість аварії менше 18 годин.

Аналіз наявної статистичної інформації надає можливість зробити висновок, що аварії на мережах водопостачання з тривалістю локалізації та ліквідації аварії більше за 18 годин складають приблизно 11–15% (10–21 аварій в місяць, 0–4 аварії в день) від загальної кількості аварій за всіма кластерами.

Таблиця 3 – Характеристики розподілів та емпіричних значень параметрів  $\lambda$

Характеристики статистичного ряду	Кластери					
	I	II	III	...	VI	VII
Усього значень	988	950	862	....	293	249
Середнє (за місяць)	27,44	26,39	23,94	...	8,14	6,91
Дисперсія (місяць)	25,11	29,21	21,43	...	9,55	7,22
$\lambda_m$	27,44	26,39	23,94	...	8,14	6,91

Однак статистичний ряд моментів настання таких аварій теж добре апроксимується розподілом Пуассона.

Етап 2 – основний. Побудова та запуск програмного симулятора, тобто генерація певної кількості випробувань. Реалізація складових процесу імітаційного моделювання просторово-часового ряду проводиться в рамках парадигми дискретно-подієвого моделювання протягом деякого періоду модельного часу як ітераційний процес, на кожній ітерації якого визначається функція  $Z$ .

Крок 2.1. Визначення ймовірностей настання події (аварії, надзвичайної ситуації)  $A_m$  на кластері  $K_m$  у одиницю часу та, відповідно, ненастання події  $\bar{A}_m$  на кластері  $K_m$  із урахуванням Зауваження 1.

Крок 2.2. Завдання повної дискретної множини  $Q = \{q_\theta\}$ ,  $\theta=1,2,\dots, \Theta$  несумісних подій вигляду (10), та для кожного елемента множини  $Q$  визначення ймо-

вірності  $p_\theta$  реалізації відповідної складної події  $q_\theta$ ,  $q_\theta \in Q$ ,  $\theta=1,2,\dots, \Theta$ .

Фрагмент визначення необхідних ймовірностей на просторово-часовому ряді параметрів аварій, що розглядається, з тривалістю локалізації та ліквідації більше однієї доби наведений в табл. 4.

Таблиця 4 – Розподіл ймовірностей настання аварій з тривалістю локалізації та ліквідації більше однієї доби

Кластер	$\lambda$ (доба)	Максимально можлива кількість подій	Ймовірність настання події			
			Жодної події – $A_{m0}$	Одна подія – $A_{m1}$	Дві події – $A_{m2}$	Три події – $A_{m3}$
I	0,68	3	0,512	0,343	0,115	0,026
II	0,51	3	0,601	0,306	0,078	0,013
III	0,47	3	0,625	0,294	0,069	0,011
...	...	...	...	...	...	...

Крок 2.3. Визначення індексу  $\theta$  події  $q_\theta$  з множини (9), що реалізується на даній ітерації, за допомогою генерації рівномірно розподіленого на  $[0, 1]$  випадкового числа  $\xi$  і перевірки умови (11).

Крок 2.4. Визначення часу локалізації та ліквідації аварії, котрий можна інтерпретувати як час обслуговування  $\Psi_j$  аварійного елемента  $g_j$ .

Дослідження вихідного просторово-часового ряду аварій за даними офіційного сайту комунального підприємства «Харківводоканал» показало, що час  $\Psi_j$  задовольняє нормальному розподілу з заданим середнім  $\mu$  та стандартним відхиленням  $\sigma$ :

$$f(t) = \frac{1}{t\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\left(\frac{\ln t - \mu}{2\sigma}\right)^2}, t \geq 0, \quad (13)$$

де параметри  $\mu$  та  $\sigma$ , що визначаються на кластері  $K_m$ , є функціями від рівня  $Z_m$  збитків.

Крок 2.5. Визначення загального обсягу збитків в даному випробуванні за умови нормування за часом.

Крок 2.6. Заключний. Визначення середніх (сумарних) характеристик експерименту

В якості середньої (сумарної) характеристики експерименту можна вважати інтенсивність  $\lambda$ .

Зауваження 4. Із теорії ймовірності [16] відомо, що якщо число моментів настання подій за певний проміжок часу задовольняє розподіл Пуассона, то розподіл інтервалів часу між послідовними надходженнями подій відповідає експоненціальному розподілу.

Якщо  $\lambda_m$  – інтенсивність появи подій в розподілі Пуассона, то розподіл часу  $t$  між послідовними надходженнями заявок визначається щільністю ймовірності

$$f(t) = \lambda_m e^{-\lambda_m t}. \quad (14)$$

Таким чином уможливується моделювання настання моментів ТНС на часовій осі на певних клас-терах.

Отже, вихідними даними для моделювання є такі:

- масив ймовірностей настання події  $A_m$  на кластері  $K_m$  у одиницю часу  $P_1(t) = (\lambda_m t) e^{-\lambda_m t}$ , та, відповідно, ймовірностей  $(1 - P_1(t))$  події  $\bar{A}_m$  ненастання ТНС на кластері  $K_m$ ;

- параметри  $\mu$  та  $\sigma$  нормального розподілу часу обслуговування  $\Psi_j$ .

Для запуску симулятора (кроки 2.2. – 2.4 реалізації релаксаційного підходу) задаються:

- рік прогнозування, що впливає на розподіл ланок інженерних мереж території, що розглядається, за кластерами;

- одиниця часу моделювання;

- точка відліку на часовій осі;

- горизонт планування.

Реалізацію запропонованого алгоритму в рамках інформаційної підсистеми, функціональну модель якої наведено на рис. 1, проведено із застосуванням системи Scilab (версія 6.1.0 від 25.02.2020) – кросплатформеної системи комп'ютерної алгебри.

## 5 РЕЗУЛЬТАТИ

При проведенні комп'ютерних експериментів щодо прогнозування параметрів просторово-часових статистичних рядів за наведеними методиками визначені наступні особливості застосування проекційного, інтегрального та релаксаційного методів. Перші два методи застосовуються при необхідності ідентифікації просторових параметрів елементів ряду на горизонті планування, тоді як релаксаційний метод дозволяє абстрагуватися від безпосереднього обчислення просторових параметрів і розширити при цьому горизонт планування.

Аналіз ряду інтенсивності  $\lambda_m$  аварій тривалістю ліквідації більше за добу по кластерах  $K_m$  з проведеним з використанням тесту Дікі-Фулера. Рівняння відповідного авторегресійного процесу має вигляд:

$$\lambda_m = \alpha_{0m} + \alpha_{1m} \lambda_m,$$

де  $\alpha_{0m} \in (0,01 \dots 0,019)$ ,  $\alpha_{1m} \in (1 \dots 1,1)$ , що підтверджує властивість нестационарності ряду.

Результати моделювання та побудови прогнозу значень  $\lambda_m$  по кластерах  $K_m$  наведені на рис. 6.

Базові значення  $\lambda_m$  – нижня лінія графіку. Вищі лінії – значення  $\lambda_m$  на період та на два періоди за кроком розбиття  $H$  вперед відповідно.

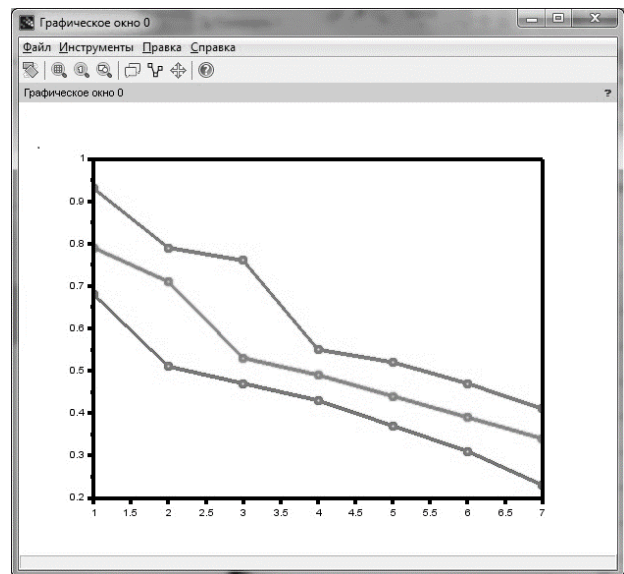


Рисунок 5 – Графічне подання результатів моделювання

Проведені чисельні експерименти за наведеними методиками з історичними рядами даних щодо мереж водопостачання та водовідведення м. Харкова, класифікованими за характеристикою величини оцінки збитків (аварія – надзвичайна ситуація) показали схожість динаміки цих рядів.

## 6 ОБГОВОРЕННЯ

Проведені етапи комп'ютерного моделювання параметрів просторово-часового ряду за даними щодо мереж водопостачання та водовідведення м. Харкова підтверджують базові припущення моделі щодо характеристик моментів надходження відмов обладнання (настання подій), які є дискретною випадковою величиною; наявність поступових та систематичних відмов обладнання; просторово-часову розподіленість випадкового потоку подій; необхідність урахування кількох джерел настання подій, що в цілому порушує вимогу ординарності процесу. В даній моделі за результатами аналізу наявних історичних даних визначено верхню межу кількості аварій, що відбуваються одночасно – три аварії.

Розроблене програмне забезпечення методики прогнозування параметрів можливої аварії на прикладі множини даних щодо мереж водопостачання та водовідведення, м. Харкова дає можливість її безпосереднього застосування для інших типів систем життєзабезпечення мегаполісу.

## ВИСНОВКИ

1. В роботі вирішена актуальна задача з розробки методик побудови аналітичної ймовірнісної моделі просторово-часового ряду із нестационарною часовою складовою на основі формалізації просторово-часового випадкового поля.

2. Розроблено функціональну модель та програмну реалізацію інформаційної аналітичної системи, що реалізує дані методики.



3. Визначено працездатність, особливості та межі застосування розроблених методик для опрацювання статистичної інформації при дослідженні інженерної інфраструктури міст.

**Наукова новизна** отриманих результатів полягає в тому, що отримали подальший розвиток методи прогнозування параметрів просторово-часових рядів з урахуванням властивості нестационарності розподілу часової складової.

**Практичне значення** отриманих результатів полягає в побудові алгоритмічної та програмної реалізації імітаційної моделі, що розглядається, як середовища комп'ютерного моделювання зниження масштабів та пом'якшення наслідків впливу небезпечних факторів аварій та надзвичайних ситуацій та інженерній інфраструктурі міста.

Подібна формалізація закладає теоретичну базу побудови методичного й інформаційного забезпечення прогнозування ризику зниження рівня техногенної безпеки мегаполіса як засобу оптимізації відповідних управлінських рішень.

### ПОДЯКИ

Робота виконана в рамках держбюджетної НДР Національного університету цивільного захисту України (м. Харків) «Побудова прогнозу виникнення і розвитку надзвичайних ситуацій техногенного характеру» (№ ДР0110U001004).

### ЛІТЕРАТУРА / LITERATURA

- Ye J. Comparing different spatio-temporal modeling methods in dengue fever data analysis in Colombia during 2012–2015 / J. Ye., M. J. Moreno-Madriñán // *Spatial and Spatio-temporal Epidemiology*. – 2020. – Vol. 34. – 100360. DOI: /10.1016/j.sste.2020.100360.
- Medrano R. A spatio-temporal attention-based spot-forecasting framework for urban traffic prediction / R. Medrano, J. L. Aznarte // *Applied Soft Computing*. – 2020. – Vol. 96. – 106615. DOI:10.1016/j.asoc.2020.106615.
- The impact of the spatio-temporal neighborhood effect on urban eco-efficiency in China / [P. Chen, R. Xie, M. Lu et al.] // *Journal of Cleaner Production*. – In Press. Available online 30 October 2020. DOI:10.1016/j.jclepro.2020.124860.
- Murakami D. Geostatistics and Gaussian process models / D. Murakami, Y. Yamagata, T. Hirano // *Spatial Analysis Using Big Data*. – Academic Press, 2020. – P. 57–112. DOI:10.1016/b978-0-12-813127-5.00004-7.
- Kyriakidis P. C. Geostatistical space-time models: a review / P. C. Kyriakidis, A. Journel // *Mathematical Geology*. – 1999. – Vol. 31. – P. 651–684.
- Rashid T. Make Your Own Neural Network/ T. Rashid. – CreateSpace Independent Publishing Platform 2016. – 222 p.
- Субботін С. О. Неітеративні, еволюційні та мультиагентні методи синтезу нечіткологічних і нейромережних моделей : монографія / С. О. Субботін, А. О. Олійник, О. О. Олійник. – Запоріжжя : ЗНТУ, 2009. – 375 с.
- Dudin A. N. Optimal hysteresis control for a BMAP/SM/1/N queue with two operation modes / A. N. Dudin, S. Nishimura // *Mathematical Problems in the Engineering*. – 2000. – № 5. – С. 397–420.
- Methods for determining and processing probabilities «Red Book» / [eds.: Schller J. C. H., Brinkman L., Van Gestel P. J., van Otterloo R. W.]. – The Netherlands: Committee for Prevention of Disasters, 1997. – 604 p.
- Tvoroshenko I. S. Software determination of the optimal route by geoinformation technologies / I. S. Tvoroshenko, O. O. Kramarenko // *Radio Electronics, Computer Science, Control*. – 2019. – № 3. – P. 131–142. DOI:10.15588/1607-3274-2019-3-15
- Ongkowiyo C. S. Risk-based resilience assessment model focusing on urban infrastructure system restoration / C. S. Ongkowiyo, H. Doloi // *Procedia Engineering*. – 2018. – Vol. 212. – P. 1115–1122. DOI:10.1016/j.proeng.2018.01.144.
- Попов В. М. Моделирование характеристик потока отказов основных производственных фондов объектов повышенной опасности / В. М. Попов, И. А. Чуб, М. В. Новожилова // *Проблеми надзвичайних ситуацій*. – 2015. – Вип. 21. – С. 93–98.
- Комарницький І. М. Оцінка техногенних збитків та аналіз підходів до їхнього розрахунку у глобальному та регіональному аспектах. [Електрон. ресурс] / І. М. Комарницький, М. І. Бублик. – Режим доступу: vlp.com.ua/files/21\_31.pdf.
- Іщенко Г. Г. Аналіз та прогноз природно-техногенної безпеки великих міст із застосуванням нелінійних методів/ Г. Г. Іщенко // *Економіка і держава*. – 2009. – № 8. – С. 48–53.
- He Y. Classification of urban emergency based on fuzzy analytic hierarchy process/ Y. He, S. Du // *Procedia Engineering*. – 2016. – Vol. 137. – P. 630–638.
- Губаревич О. В. Надійність і діагностика електрообладнання: Підручник / О. В. Губаревич. – Северодонецьк : вид-во СНУ ім. В. Даля, 2016. – 248 с.
- Про затвердження Класифікаційних ознак надзвичайних ситуацій: Наказ Міністерства внутрішніх справ України від 06.08.2018р. № 658. [Електрон. ресурс]. – Режим доступу: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0969-18#Text>.

Стаття надійшла до редакції 18.11.2020.  
Після доробки 26.01.2021.

УДК 005:355:[519.8::504.4]

### ПРОГНОЗИРОВАНИЕ ПАРАМЕТРОВ МНОГОМЕРНЫХ ПРОСТРАНСТВЕННО-ВРЕМЕННЫХ РЯДОВ С УЧЕТОМ НЕСТАЦИОНАРНОСТИ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ВРЕМЕННОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ

**Новожилова М. В.** – д-р физ.-мат. наук, профессор, заведующий кафедрой компьютерных наук и информационных технологий, Харьковская национальная академия городского хозяйства, г. Харьков, Украина.

**Андронов В. А.** – д-р техн. наук, профессор, проректор, Национальный университет гражданской защиты Украины, г. Харьков, Украина.

**Мележик Р. С.** – адъюнкт, Национальный университет гражданской защиты Украины, г. Харьков, Украина.

## АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** Актуальность работы заключается в создании методов анализа и обработки пространственно-временной информации, а именно рядов данных, распределенных как в пространстве, так и во времени, и построении на этой основе компьютерной вероятностной модели процесса прогнозирования возникновения и развития чрезвычайных ситуаций техногенного характера на инженерной инфраструктуре города. Пространственно-временной характер рядов данных определяет дополнительные требования к процедурам идентификации математической модели ряда, и в статье предлагается ряд подходов к ее структурной и параметрической идентификации.

**Цель.** Создание, методическая и программная реализация компьютерной модели пространственно-временного ряда, который будет использоваться для прогнозирования будущих значений локаций и времени возникновения чрезвычайных ситуаций на инженерной инфраструктуре мегаполиса и повышения эффективности принятия управленческих решений.

**Метод.** Разработан проекционный подход, предусматривающий независимое определение случайных пространственных параметров аварийных звеньев инженерной инфраструктуры как последовательности двух одномерных равномерных распределений и определения временного распределения моментов возникновения аварий как нестационарного распределения Пуассона. Предложен интегральный подход, включающий построение точек генераторов, мощность которых (характеристика сложности аварии) определяется на основе реализации подхода сравнительной статистики с так называемым накопительным эффектом в пределах определенного времени. Построен релаксационный подход к определению параметров модели исходного пространственно-временного ряда, основанный на кластеризации пространственной составляющей в соответствии с временной характеристикой.

Проведена формализация пространственно-временного поля, построены процедуры информационного обеспечения процесса прогнозирования параметров возможной чрезвычайной ситуации, выполнена типизация исходных данных для проведения численных экспериментов на примере сети водоснабжения и водоотведения коммунального предприятия «Харьковводоканпл», г. Харьков.

**Результаты.** Предложена дуальная методология определения параметров имитационной модели пространственно-временного ряда, содержащая как проекционный так и интегральный подходы, а также комбинированная методика – релаксационный подход. Проведены численные эксперименты на основе построенной модели, которая является теоретической основой для осуществления и построения прогноза с использованием большого объема исторических данных.

**Выводы.** В работе получил дальнейшее развитие метод прогнозирования параметров пространственно-временных рядов с учетом свойства нестационарности распределения временной составляющей. Применение предложенных инструментальных средств компьютерного моделирования позволяет повысить точность прогноза локации, времени наступления и тяжести возможной аварии на инженерной инфраструктуре мегаполиса.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** пространственно-временные ряды, нестационарное распределение Пуассона, имитационная модель, инженерная инфраструктура.

UDC 005:355:[519.8::504.4]

## COMPUTER MODELING PARAMETERS OF TECHNOGENIC EMERGENCY SITUATIONS ON ENGINEERING INFRASTRUCTURE OF THE MEGAPOLIS

**Novozhylova M. V.** – Dr. Sc., Professor, Head of the Department of Computer Science and Information Technologies, O. M. Beketov National University of Urban Economy in Kharkiv, Kharkiv, Ukraine.

**Andronov V. A.** – Dr. Sc., Professor, Vice-Rector of the National University of Civil Defense of Ukraine, Kharkiv, Ukraine.

**Melezhik R. S.** – Adjunct of the National University of Civil Defense of Ukraine, Kharkiv, Ukraine.

## ABSTRACT

**Context.** The urgency of the research is to develop methods for analyzing and processing space-time information, namely the set of data distributed both in space and time and creating on this basis a computer probabilistic model of the process of predicting man-made emergencies on city engineering infrastructure. The spatio-temporal nature of data series causes additional requirements for the identification procedures of the mathematical model of a series, therefore, the number of approaches identifying its structure and construction of a series model has been proposed.

**Objective** is methodical and software implementation of a computer model of the space-time series being intended to predict the future values of locations and times of man-made emergencies on the engineering infrastructure of the metropolis and increase decision-making efficiency.

**Method.** A projection approach providing independent determination of random spatial parameters defining location of emergency units on engineering infrastructure as a sequence of two one-dimensional uniform distributions and describing time distribution of moments of accidents as non-stationary Poisson distribution has been developed. Proposed is an integrated approach which includes the construction of generator points, the power of which (characteristic of the accident complexity) based on the implementation of the comparative statics approach with so-called cumulative effect within a certain time. A relaxation approach based on the reduction of a two-dimensional simulation model of determining the city of possible emergency location to a set of independent one-dimensional non-stationary (including stationary) distributions to generate the time of occurrence has been constructed. Formalization of the space-time field, procedures of information support of the process of forecasting the parameters of a possible emergency, typification of initial data for numerical experiments on the implementation of methods for forecasting the parameters of a possible emergency on the example of water supply and sewerage network of utility company Kharkivvodokanal, city Kharkiv have been developed.

**Results.** A dual methodology to determine the simulation model parameters of the space-time series, which contains both projection and integral approaches, as well as a combined method – relaxation approach, have been proposed. Numerical experiments

based on the constructed model were performed. The model being considered is the theoretical basis to construct the forecast using a large amount of historical data.

**Conclusions.** The method to predict the parameters of space-time series considering the nonstationarity property of the time component distribution has been further developed. Using the proposed computer simulation tools allows to increase the accuracy of the forecast of the location, time of occurrence and severity of a possible accident on the engineering infrastructure of the metropolis.

**KEYWORDS:** space-time series, nonstationary Poisson distribution, simulation model, engineering infrastructure.

## REFERENCES

1. Ye J., Moreno-Madriñán M. J. Comparing different spatio-temporal modeling methods in dengue fever data analysis in Colombia during 2012–2015, *Spatial and Spatio-temporal Epidemiology*, 2020, Vol. 34, 100360. DOI: /10.1016/j.sste.2020.100360.
2. Medrano R., Aznarte J. L. A spatio-temporal attention-based spot-forecasting framework for urban traffic prediction, *Applied Soft Computing*, 2020, Vol. 96, 106615. DOI:10.1016/j.asoc.2020.106615.
3. Chen P., Xie R., Lu M., Huang Z. The impact of the spatio-temporal neighborhood effect on urban eco-efficiency in China, *Journal of Cleaner Production*, In Press. Available online 30 October 2020. DOI:10.1016/j.jclepro.2020.124860.
4. Murakami D., Yamagata Y., Hirano T. Geostatistics and Gaussian process models, *Spatial Analysis Using Big Data*, Academic Press, 2020, P.57–112. DOI:10.1016/b978-0-12-813127-5.00004-7.
5. Kyriakidis P., Journel C. A. Geostatistical space-time models: a review, *Mathematical Geology*, 1999, Vol. 31, pp. 651–684.
6. Rashid T. Make Your Own Neural Network, Create Space Independent Publishing Platform, 2016, 222 p.
7. Subbotin S. O., Olijnyk A. O., Olijnyk O. O. Neiteratyvni, evoljucijni ta mul'tyagentni metody syntezy nechtikologichnyh i nejmomeznyh modelej, Monografija, Zaporizhzhja, ZNTU, 2009, 375 p.
8. Dudin A.N., Nishimura S. Optimal hysteresis control for a BMAP/SM/1/N queue with two operation modes. *Mathematical Problems in the Engineering*, 2000, No. 5, pp. 397–420.
9. Schller J. C. H., Brinkman L., Van Gestel P. J., Van Otterloo R. W. Methods for determining and processing probabilities «Red Book». The Netherlands, Committee for Prevention of Disasters, 1997, 604 p.
10. Tvoroshenko I. S., Kramarenko O. O. Software determination of the optimal route by geoinformation technologies, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2019, No. 5, pp. 131–142. DOI:10.15588/1607-3274-2019-3-15
11. Ongkowijoyo C. S., Doloi H. Risk-based resilience assessment model focusing on urban infrastructure system restoration, *Procedia Engineering*, 2018, Vol. 212, pp. 1115–1122. DOI:10.1016/j.proeng.2018.01.144
12. Popov V. M., Chub I. A., Novozhilova M. V. Modelirovanie harakteristik potoka otkazov osnovnyh proizvodstvennyh fondov ob#ektov povyshennoj opasnosti, *Problemi nadzvichajnih situacij*, 2015, Vol. 21, pp. 93–98.
13. Komarnyc'kyj I. M., Bublyk M. I. Ocinka tehnogennyh zbytkiv ta analiz pidhodiv do i'hn'ogo rozrahunku u global'nomu ta regional'nomu aspektah. [Online]. 2008, Available: vlp.com.ua/files/21\_31.pdf.
14. Ishhenko G. G. Analiz ta prognos pryrodno-tehnogennoi' bezpeky velykyh mist iz zastosuvannjam nelinejnyh metodiv. *Ekonomika i derzhava*, 2009, № 8, pp. 48–53.
15. He Y., Du S. Classification of urban emergency based on fuzzy analytic hierarchy process, *Procedia Engineering*, 2016, Vol. 137., pp. 630–638.
16. Gubarevych O. V. Nadijnist' i diagnostyka elektroobladnannya: Pidručnyk. Sjevjerodonec'k: vyd-vo SNU im. V. Dalja, 2016, 248 p.
17. Pro zatverdzhennia Klasyfikatsiinykh oznak nadzvichainykh sytuatsii: Nakaz Ministerstva vnutrishnikh sprav Ukrainy vid 06.08.2018r. № 658. [Online]. Available: <https://zakon.rada.gov.ua/laws/show/z0969-18#Text>

## UNIVERSAL METHOD FOR COMPUTATIONAL MODELING OF THRESHOLD PHENOMENON IN THE NONSTEADY BIOLOGICAL PROCESSES

**Perevaryukha A. Yu.** – PhD, Senior Researcher of Laboratory for Applied Informatics, St. Petersburg Institute for Informatics and Automation of the Russian Academy of Sciences, St. Petersburg, Russian Federation.

### ABSTRACT

**Context.** In modern conditions occur abrupt changes in ecosystems. The species composition of Caspian Sea is changing rapidly. The dynamics of populations acquires an extreme character with the development of rapid invasions. The mathematical description of scale transformations requires new modeling methods. Complicated population regimes of changes have features of the threshold phenomenon in process of its development.

**Objective.** We set the goal of computational modeling of practically important scenarios – groups of situations that relate to extreme and transitional dynamics of ecosystems, like outbreaks at the onset of dangerous invasions. We are developing a method that, on the basis of the survival model of generations, will conduct a description of sudden transitions to rapid but limited outbreak of numbers or, on contrary, a collapse of stocks like Atlantic cod in 1992 or Peruan anchovy *Engraulis ringens* in 1985. The purpose of our modeling is to improve the accuracy of forecasts of the population size when experts are estimates a rational strategy for the exploitation of biological resources.

**Method.** Situations of abrupt but short-term changes in population processes cannot be calculated by traditional mathematical models and expressed in terms of asymptotic dynamics – closed limit trajectory sets. The basis of the idea of the method proposed by us is the formalization of nonlinear efficiency of reproduction, which changes in a threshold manner only in strictly defined environmental conditions. We use continuous-discrete time in the model for early ontognosis of the cod fish and insect pests. The method with triggers allows us to take into account in simulation experiments logic and motivation of making decisions by experts, people who manage the strategy of exploiting biological resources. Models assess variability for development of situations

**Results.** We have implemented new method of bounded trigger functionals into hybrid system of the equations, that acting in selected specific states of biosystems. Analysis of new model scenarios with modifications of functionals in the basic hybrid system for extreme situations in fish and insect pests is carried out.

**Conclusions.** We consider the method to be universal, since selection of the functional can be adapted to a wide class of models using differential equations on a fixed interval.

**KEYWORDS:** mathematical biology, modeling of threshold effects, hybrid models, trigger functional method, population outbreaks of insect, collapse of peruan anchovy.

### ABBREVIATIONS

ODU is an allowable catch quota.

### NOMENCLATURE

$N(t)$  is a current size of one generation of a population;

$w(t)$  is indicator for size development of individuals;

$\alpha, \beta$  are juvenile mortality rates;

$\mu$  is a food supply parameter for generation;

$M$  is a maximum food abundance;

$r_{\mu}$  is a reproduction rate of food organisms;

$\delta$  is a correction factor for the rate of development;

$\lambda$  is a fertility of individuals average over the population;

$S$  is an amount of Atlantic cod parent fish stock;

$R$  is a size of the final replenishment;

$R_{\tau}, L_{\tau}$  are a time gaps of the hybrid model time set of continuous intervals;

$\eta, \tau$  are parameters of time delay in equations;

$t \in [0, T]$  is time interval of juvenile ontogenesis of the northern cod or an insect pest;

$t_m$  is an intra-frame time threshold;

$q \in [0, 1)$  is fraction of fishing removal rate from a fish stock;

$\mu, \theta$  are metabolism indicators in the Bertalanffy model;

$c_2$  is a resource exhaustion parameter;

$\sigma$  is a scaling indicator for trigger functional  $\Psi$ ;

$l$  is a scaling indicator for trigger functional  $\Xi$ ;

$\Psi$  is a trigger functional of the threshold effect of aggregated group of the Atlantic cod fish;

$Q[n]$  is a variable control function;

$\Lambda$  is a disconnected set of intervals;

$S_{\Psi}$  is a Schwarzian derivative;

$K$  is a carried capacity of ecological area;

$\Xi$  is a trigger functional of depletion effect of an insect forest pests.

### INTRODUCTION

Various biological objects can exhibit identical qualitative dynamics [1]. Such dynamics can be complex. It refers to the transitional regimes of the existence of biosystems. In many ways, this problem is similar to the analysis of electrical circuits with inductive elements, but only when suddenly one element of the circuit breaks down and begins to behave unpredictably. In the same way, at first glance, biosystems also fall into the modes of functioning prohibited by the principles of their regulation. A good example is the body's confrontation with an infection that is fatal. The immune system is too complicated and most importantly it is individual to build its mathematical models, but then we will look in detail at

some qualitatively similar examples. It is interesting to compare and summarize mathematically the forms of manifestation of self-regulation in the dynamics of processes for such different studied biological objects as sea fish (Atlantic northern cod or sturgeon in Volga River) and insects, which affect forests in Australia and Canada. In a previous paper [2], we built a hybrid model for a special situation of degradation of sturgeon in the Caspian Sea. We received a change of stationary and two different chaotic modes of behavior. According to statistics [3], it turned out that the reproduction of three close species of sturgeon is expressed by completely different functional dependencies on the graphs. It is difficult to explain in ecology, but different species have a common population dynamics, like cod and anchovy populations. On contrary, they have no similarity of changes in numbers to the stellite and russian sturgeon fish in the Caspian Sea, which being similar in evolution.

**The object of study** is the methodology for constructing computational model scenarios of the process on separate time frames. In the logical functions of the simulation experiments of the hybrid model we will include the properties of nonsteady biological processes, which include the action of rapid threshold phenomena and the non-regular, aperiodic changes in population characteristics. The method of constructing the variable structure of the model will allow us to consider complex processes with specific examples of collapse and pest outbreaks.

**The subject of study** is the algorithmic implementation for computational modeling, which allow calculating a moment of occurrence of the most important phenomena of collapse of fish stocks and determine the duration of pest invasion in the model of insect outbreak scenarios.

**The purpose of the work** is to improve the accuracy of predicting the state of fish populations for calculating the rational distribution of the fishing quota during the exploitation of biological resources. Flexible regulation of the fishing quota based on the comparison of model scenarios will avoid degradation of valuable fish populations. We will show that all three biology nonlinear effects can be computationally simulated in one way – including the trigger functional of limited scope. It is important that types of such trigger functional and its area of its effect naturally differ in real the examples in biology simulation problems.

## 1 PROBLEM STATEMENT

The overall goal of our ongoing work is to expand the methodological arsenal of mathematical biology. The focus of our current research is a comparative modeling of the common properties of the specific development of the special nature of environmental processes. Here we include the transition to outbreaks of numbers that have threshold effects. For a variety of situations of ecological confrontation between species that have reliably statistically determined threshold effects, an effective solution is to propose a general method for modifying the population model of the generation of successive generations. By the

term “threshold effect” we mean a sharp change in a efficiency of reproduction or a rapid increase in loss, which is disproportionate to the change in the total population size. Here we give a simple example, if density of organisms in the experiment reaches a critical one, then a massive death will occur due to a lack of oxygen. Otherwise, insufficient numbers manifest themselves, as in social insects it leads to poor food availability and low survival of offspring, in Caspian sturgeon fishes to loss of eggs at spawning grounds in the Volga River.

As a result of our improvement of methods, the theory of optimal bioresources management will be able to simulate a scenario capable of detailing the internal mechanics of feedback in transient environmental processes. For example, the scenario as a result of a slight excess of the level of impact is a rapid and unexpected for biologists degradation of numerous previously and valuable stocks of fish. A classic example is the immediate collapse Canadian cod fishery during 1992. The solution of an important problem will be to show that various actual scenarios are common from the point of view of nonlinear dynamics and can be obtained by modifying systems of differential equations using the method of trigger functionals. The method is applicable to analysis of situations in the collapse of bioresources, rapid and unexpected degradation of fish stocks, which is not replaced by restoration contrary to forecasts and calculations of specialists.

For the problem of describing situations, we will use computational scenarios with functional iterations as  $x_{n+1} = \varphi(x_n) + Q[n]$ , where  $Q[n]$  expresses a variable control function.  $\varphi$  must have clear population properties. Mathematically, we consider the following properties of such iterative model for nonlinear effects to be an actual:

1.  $\exists x_0 < x_1, x^* > x_1 : \lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(x_0) = x^*$ .
2.  $\forall x_0 > x_1 : \lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(x_0) = x^*$ .
3.  $\exists y_0 < x_1 : \lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(y_0) \in \Lambda, \inf \Lambda < x^*$ .
4.  $\forall x_0 < x_2 : \lim_{n \rightarrow \infty} \varphi(x_0) = 0$ .
5.  $\varphi(x_{\max}) > x_1, \varphi(x_{\min}) > x_2, x_{\max} < x_{\min}$ .

This means that the function  $\varphi$  must have at least two extremum points. Set  $\Lambda$  arise as disconnected set of intervals. It is important that the function will have multistability, ability to attract the trajectory of initial point  $x_0$  to different attractors. An important change in the scenarios will be the value that the function takes at the points of its extrema. Equilibrium states in the iteration model can appear and disappear. We do not fix the number of equilibrium positions, its value ranges from 2 to 4 points.

## 2 REVIEW OF THE LITERATURE

Modeling of ecological processes based on the formalism of hybrid computing structures is noted as promising, but there is not very much work in this area. A number of studies were carried out with predicatively redefinable parameters in models based on automata with transitions



developed for a number of tasks to account for direct anthropogenic interference [4]. Interesting works were carried out on the analysis of changes in Lake Chao in China with eutrophication, with a sharp increase in the runoff of nutrients [5]. Specialists in the problems of hydrophysics modeled changes in the composition of the fish population of Lake Sevan with a sharp decrease in level of the lake [6]. Ecodynamic models must assess variability for the development of a situation in a changing environment. Biological justification for application of the numerical solution of a continuous model on time interval in a form of an evolution operator in discrete iterations is based on the Ricker theory of replenishment formation in fish stocks from, which he developed to analyze the management of the pink salmon fishery in British Columbia in [7]. The theory has several modern variants and modifications [8] with different functions [9]. Their difference is in the occurrence of nonlinear effects in the dynamics of iterations. These bifurcations are obtained for different models of the opposite interpretation. The parameters in the ecodynamics models are interpreted in completely different ways, but their increase causes the same rearrangements of the phase portrait and bifurcations of attractors. The “Feigenbaum cascade” is an example of the versatility of behavior, the phenomenon, against their will, many authors observe when calculating models of the dynamics of bioresources [10]. The computational structure of replenishment models was previously successfully applied only to stocks in a stable state, not in extreme conditions. We need to expand the model for a situation of drastic change, and consider examples of contradictions for two functions. For the famous Ricker function  $\psi(x) = axe^{-bx}$  we have properties of older derivatives:

$$\begin{aligned} \psi'(x) &= ae^{-bx}(1-bx), \\ \psi''(x) &= abe^{-bx}(bx-2), \\ \psi'''(x) &= ab^2e^{-bx}(3-bx), \\ \psi^{(n)}(x) &= (-1)^n ab^{n-1}e^{-bx}(bx-n), \\ S_\psi &= b^2 \frac{-b^2x^2 + 4bx - 6}{2(1-bx)^2}, \text{ thus } S_\psi < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}. \end{aligned}$$

Where Schwarzian derivative  $S_\psi$  always less than zero. For the alternative Shepherd function  $f(x) = ax/1+(x/K)^b$  by analogous procedures, we obtain the following relations of the bifurcation parameters of the derivative at the stationary points of all iterations  $\forall n: f(x^*) = f^n(x^*)$ :

$$\begin{aligned} f(x^*) &= x^* = K\sqrt[b]{a-1}, \\ \frac{df(x)}{dx} &= \frac{(K^b + x^b)aK^b - ab(Kx)^b}{(K^b + x^b)^2}, \quad \frac{df(x^*)}{dx} = \frac{a - ba + b}{a}. \end{aligned}$$

For  $b < 1$  there are no critical points, for  $b=2$  the reproductive function of the stock and recruitment has a critical

point  $x=K$ , but  $K$  is the carried capacity of ecological area. Thus, the parameters  $a$  and  $b$  have the opposite interpretation and the behavior of the models cannot be reconciled. We need to develop a fluctuation model for fish stocks without a cycle period doubling cascade. Compared to previously known models, our new development will be able to generate brief chaos modes. Such regimes of chaos are very limited in time and can be detected on the basis of observational data on state of the population. Some modern researchers, when constructing models of aquatic biosystems, deliberately construct discrete equations without the possibility of any chaotic regime. The appearance of the chaos regime is unpredictable and reduces the possibilities for interpreting the simulation results. Many phenomena in modeling are not explainable.

### 3 MATERIALS AND METHODS

To build a computational model of populations with clearly defined stages in the development of individuals, we use the structure of time with a discrete and continuous component of time. We decided to build a method for analyzing nonlinear processes on the basis of a mathematical description of the survival of generations of populations in early ontogenesis. The approach can be improved in several ways. To the changing conditions and factors in ecological and physiological development of species, our computational models are logical to form, in an algorithmic form, logical-event structures and to consider them as scenarios. The first idea of our method is that the new model of a population process is formed on the basis of a dynamically redefined system. In ecology problems about fish and insects, the key biological aspect allows us to consider the consequences of changes in their life cycle as a factor of nonlinear dynamics. Hybrid time is formalized as a multiset of tuples. This time introduces an event component to the management of the change in a continuous process as a composition of sets:

$$\bigcup_n \{R_{\tau_n}, [t_{n-1}, t_n], L_{\tau_n}\}.$$

This time with right and left time gaps form with a continuous and discrete component is constructed from a set of ordered frames of non-fixed length. The second idea of the method is to establish events with a set of predicates of the first order, with which changes in the system or control action are associated.

The method of organizing continuous-event computing structures was originally proposed by us to explain the problem of low efficiency of artificial reproduction of sturgeon in the Caspian Sea. Such a low effect of the release of fry to the Caspian Sea could not be explained by ichthyologists. To build a model of phased ontogenesis, we propose a predicatively redefinable computational structure with three successive modes of change in the generation state. We write the new formula of general model with generalized three stages of development of ontogenesis in the interval (without trigger functional), but with inclusion of delay:

$$\frac{dN}{dt} = \begin{cases} -(\alpha_1 w(t)N(t) + \beta)N(t), & t < \tau \\ -\alpha_2 N(t) / w(\tau) - \beta N(t), & t > \tau, w(t) < \bar{w} \\ -\alpha_3 w(t)N(t)N(t-\eta), & t_w < t < T. \end{cases} \quad (1)$$

The system (1) is written by a differential equation with a set of possible forms for the right part and additionally with set of predicates for changing the mode of calculations. In hybrid model (1) we differently interpreted juvenile mortality rates of fish or insects. The parameter value  $\bar{w}$  need as the threshold level of average dimensional development for a generation. The form for the implementation of the model (1) in the computing environment is the hybrid automaton. We construct such an automaton with transitions on the basis of a graph with oriented arcs – ways of transforming the right-hand side. The rebuildings of the right-hand side occur either by timing the time (we will call such transitions «timed arcs») or predicative transitions (by calculating internal model variables) that will be associated with the conditions of other equations in the system. In our method, the changes will be between state change modes. It differs from transitions between the states themselves, as was usual in discrete-event models. The basic hybrid structure is solved (1) numerically in conjunction with an auxiliary indicator of the dimensional development of a generation. The second equation for example of simulation of young sturgeon artificial cultivation is written as follows (2) with the correction indicator  $\delta$  under the square root:

$$\frac{dw}{dt} = \frac{\mu}{\sqrt[3]{N(t)N(\tau) + \delta}}. \quad (2)$$

The model (2) fixedly reflects the availability of food supply, but we can set this indicator by the third equation:

$$\frac{d\mu}{dt} = r_\mu \mu \left(1 - \frac{\mu}{M}\right) - \varepsilon N(t). \quad (3)$$

The model (3) with maximum food abundance and fixed reproduction rate of food organisms was tested to assess the efficiency of rearing sturgeon fry in artificial conditions and showed a slowdown in the growth rate of individuals with an increase of initial generation  $N(0)$ . The method, which allows us to expand the base model, made the idea meaningful for the extreme dynamics of many invasive species with high fecundity of females. For example, for sudden insect outbreaks with an incomplete cycle of transformations, such species as aphids and psyllids. These insects have no natural defense against enemies. The state and activity of many harmful insects of phytophages are regulated by their enemies-parasites. Parasites wasps usually attack one of the development stages of a pest, most often eggs. The reaction of parasites due to presence of clusters of available victims, namely the value of  $N(0)$ . The reaction to the initial number of insect eggs will cause this modification for the specific survival of insects:

$$\frac{dN}{dt} = -(\alpha_1 w(t)N(0) + \beta)N(t) : t < \tau. \quad (1a)$$

It is important for insect species to calculate numerically the fluctuations of juvenile survival  $N(0) \rightarrow N(T) \equiv \varphi(N(0))$ . We will obtain a functional dependence on the initial (eggs, spawn fish caviar) group of individuals  $N(0) = \lambda S$  in model variation (1a). The reaction of their enemies is due to the crowding of the victims most accessible to attack. Next, we consider examples of modifying the model of equations (1), (2) and new equation (3) by our method of trigger functionals for cases of special situations in dynamics in fish and insects. Next, we will review and show a series of computer experiments for hybrid models with trigger effects.

#### 4 EXPERIMENTS

The method successfully applied to calculate the reproduction of sturgeon in the Caspian Sea, but not only, for other fish populations even more relevant. In case of small numbers, the role of unfavorable environmental factors in reproduction of populations increases many times. The spawning efficiency of *Acipenser stellatus* stellate sturgeon according to data [11], in terms of the number of juveniles that roll from the river to the Caspian Sea, decreases sharply if the number of spawning fish stocks (due to systematic overfishing) becomes less than at the threshold. *Acipenser stellatus* now is dying out.

A disproportionate reduction in reserves replenishment cannot be foreseen by correlation methods. The main novelty of our approach is introduction into the hybrid, predicatively redefinable dynamic system of trigger functionals with only a limited area of impact, which we take from conditions of the ecological problem being solved by our new models.

In our equation (1) of decay for the number of generations, there are two death rates, directly dependent on population density  $\alpha$  and independent rate  $\beta$ . The value  $\alpha$  takes into account the quickest exhaustion of resources, necessary for development as number of larvae increases. It turned out to be important for assessing the stocks of migratory fish, that with a low density of fish producers entering the river, it makes sense for us to take into account loss of their reproduction at the stage  $t=0$ . The effect of loss of reproductive activity of fish is implemented in model with trigger functional  $\Psi[S]$  with a limited range of values it takes in this way:

$$\begin{aligned} \Psi(S) &= 1 + \exp(-\sigma S^2), \\ \lim_{S \rightarrow \infty} \Psi(S) &= 1, \Psi(0) = 2, \\ \frac{dN}{dt} &= -\alpha w(t)N^2(t) - \Psi[S]\beta N(t). \end{aligned} \quad (4)$$

In this addition function the new parameter reflects the severity of the threshold effect, which acts because of the reduced probability of spawning fish pairs in the river. The numerical solution of the system (1–3) supplemented

by the functional in (4) we use as an operator of the evolution of functional iterations. We investigate the phase porters for iterations  $R_{n+1} = \varphi(R_n) - qR_n$ , where  $q \in [0,1)$  the proportion of the harvest is taken from the fish stock. Now population size is  $R$  value.

We obtained a trajectory with two possible asymptotic states, but the regions of attraction of these alternative stable states are separated by a fractal repeller. The formation of a chaotic repeller with a change in the position of the extremes of dependence  $\varphi(\lambda S)$ , generates a different type of transitional chaotic motion than in the well-known Feigenbaum Cantor-like attractor [12].

In our computational experiment scenario of the collapse of commercial stocks develops from two phases. 1) A stable population gets only after an increase in commercial withdrawal in the aperiodic mode of fluctuations already with a smaller number, but with the illusion of recovery. 2) For the situation, if that moratorium was not introduced in a timely manner, in 10–12 model seasons the second phase of degradation named “collapse” will occur decisively (as in computational experiment Fig. 1).

The resulting computational scenario summarizes situation of collapse of the large long-lived fish fishery. For the mathematical implementation of such a collapse scenario of two phases, we propose to organize two nonlinear effects in the dynamics of iterations. The first is the inverse tangent bifurcation with a reduction of attracting equilibrium state. The second is the boundary crisis of the interval attractor, which is formed after reduction of a stable point.

We used examples of the instantaneous collapse of Canadian cod stocks near Labrador in 1992 and extended depletion of 2000 in sturgeon fishes of the Caspian Sea.

The collapse of Atlantic cod was caused by predictions about the too-good state of these bioresources, the main thing is an overestimation of the reserves of cod, which were calculated by cohort models. Before the critical threshold, efficiency of reproduction of the population according to our model is quite high, it introduces deceptive expectations. A moratorium on catching cod was introduced with expectation of virtual “reserve” generations entering reproductive age. Theoretically, there should be 4–5 generations not covered by the fishery. But their abundant generations, to all surprise, were not in the networks. Otherwise, the cod fishing would recover after 7 years. Restoration of the Canada’s Northern cod subpopulation of the Atlantic cod occurs gradually due to influx of individuals from the southern ocean regions [13].

Methods for assessing stocks of sturgeon and cod significantly overestimated their actual number of fish. The official catch of cod stopped too late. For the Caspian Sea sturgeons phase of pseudo-stabilization of the stock has been stretched for 15 years, from 1977–1992, but the phase of a sharp fall in the catch is similar to the collapse of cod in Canada. The fall in stocks and collapse of short-cycle fish also proceeds in two stages in a similar way. In Fig. 2 from [14] we have seen real dynamics of the catch of anchovy fish off the coast of Peru, which collapsed in 1982. The phases before collapse are similar to the previously mentioned examples. Obviously the difference – anchovy recovery is more efficient than Canada’s cod multi-age stock. Population outbreaks are typical for small, numerous rapidly maturing fish species. Cod matures for a long time, sturgeon fish for a very long time.

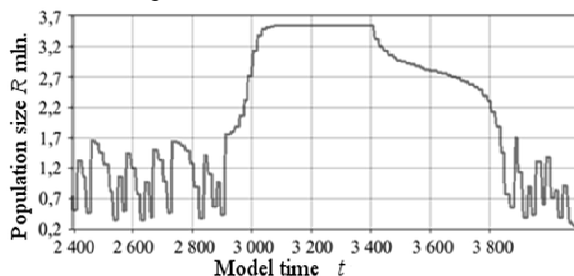


Figure 1 – Model scenario of dynamics of fish stocks collapse with two stages of degradation process

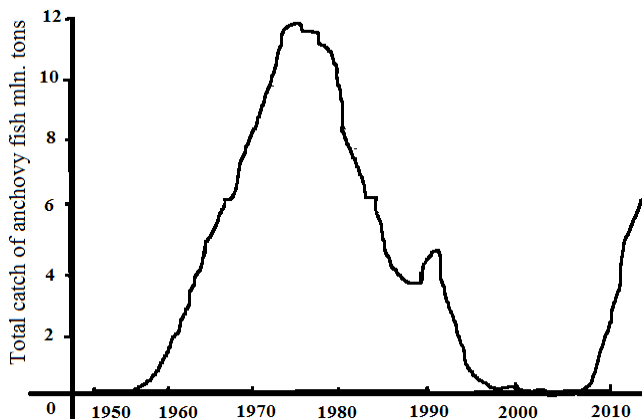


Figure 2 – Dynamics of collapse and recovery of the population anchovy *Engraulis ringens* fish in Peru

To recover from small groups they need to go into short-cycle forms. The cod of Canada has not recovered in a quarter of a century since 1992, the cod will require another quarter of a century to form the former reserves [15]. The abundance of sturgeon fish will never recover in the Caspian Sea. Artificial reproduction of fish did not show the efficiency expected from this technology, and the natural ways of spawning fish were destroyed by dams. Artificial reproduction of stellate sturgeon was a failure action in its effectiveness.

The commonality of the phases of the dynamics of such different stocks under extreme pressure pressure looks like a real biological nonsense. After all, the spawning stock of large predatory fish of cod consists of a whole series of generations. Anchovy is more likely to undergo rapid collapse as in Fig. 2 by the dynamics of total catch. Anchovy type recovery scenario will require explicit introduction of probability into the model. The recovery of the anchovy population in Peru after a long time of collapse was like a rapid outbreak of breeding. The dynamics of a small group outbreak scenario requires an addition to the computational structure.

We need to include the probabilistic model component exactly in the form of a trigger functional  $\Psi$ , conducting numerical experiments with a random new variable among the parameters of the functional. For the practice of fishing, this means that when the population goes into sporadic states. An observer has no mechanisms for calculating stock size. There are no reliable ways to predict the optimal seizure rate, based on the statistical processing of controversial data on fish capture.

Pest outbreaks are a global problem for mathematical biology. Outbreaks of different insects differ in the phases of launch, the transition to the so-called eruptive dynamics, exit at its peak and the stage of completion of a dangerous phenomenon. Insect outbreaks are a pronounced transitional and short mode.

One of the most common scenarios for outbreak transition is a threshold one. We represent this threshold mathematically as an unstable equilibrium in iterations of a complex functional dependence. It would seem that in this task may be difficult? The root of the problem is that the threshold must be overcome spontaneously, which

means without external influence. This must be a rare occurrence. A pest outbreak cannot occur even every year, otherwise there will be no forest at all. The chaotic repeller due to the locally disconnected boundary of the regions of attraction of alternative attractors remarkably solves this mathematical problem of modeling.

In the model proposed above with a functional (4), there is one solution, when a spontaneous overcoming of unstable equilibrium starts a pest outbreak with access to a stable equilibrium of a large population. However, this is how we solve only the first part of the problem of modeling an insect outbreak. Such phenomena will soon end and just quickly.

The ecosystem will not sustain such a state for a long time. The forest pest population will destroy the resources it needs. We need to describe the spontaneous termination of an insect outbreak. For this purpose, we otherwise modify the model (1) with our universal method of functionals in such form:

$$\Xi(N(\tau)) = 1 + \frac{e^{c_1 N(\tau)}}{1 + c_2 e^{c_1 N(\tau)}}, \lim_{N(\tau) \rightarrow \infty} \Xi(N(\tau)) = 1 + \frac{1}{c_2}, \quad (5)$$

$$\frac{dN}{dt} = \alpha_2 N(t) \Xi(N(\tau)) / w(\tau) - \beta N(t), \quad t > \tau,$$

We estimate  $c_2 > 1$  to characterize the swiftness of resource exhaustion. In (5) we vary the level of numbers at which the effect will noticeably manifest. We will implement the trigger functionality for the development stage number II. We describe a spontaneous, unpredictable transition from transitional chaotic dynamics to a stable equilibrium in a computational experiment. The results of the study of the model scenario constitute the phase of eruptive development of outbreak in fig. 3. Equilibrium with large numbers may seem stable for a long time. However, in the new model scenario, any equilibrium will disappear due to the functional  $\Xi$ .

In the model scenario within (5) we obtained an outbreak of insects is a rare single event. We have obtained a computational structure, which is correctly called a dynamic system with a redetermined evolution operator.

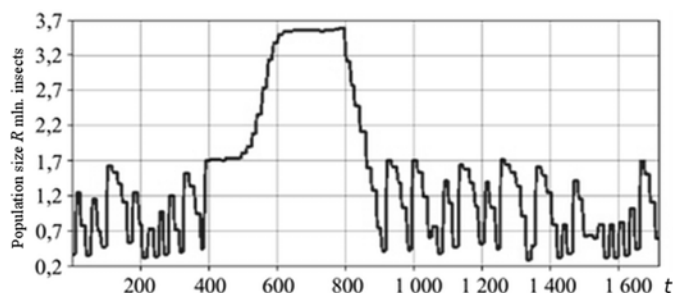


Figure 3 – Modeling the passage of phases of a single outbreak of insect pest population

## 6 RESULTS

The main result lies in our method of constructing of hybrid models for threshold phenomenon in biosystems. We abandoned the method of a single parametric function for iterations. For dynamics of the model with repeated activity of the pest, we observe a sensitive dependence on the initial conditions. It is characteristic of all chaotic modes and expressed here in the spontaneous overcoming of threshold for outbreak. Similarly, as in our model, psyllid species show peak of activity. These are harmful small insects of Psyllidae family with three stages of development (an incomplete cycle of transformations) in the eucalyptus forests of Australia [15]. Abundance of psyllids pests is controlled by parasitic wasps, which themselves are an object of attack for other parasites. The model uses only the necessary types of bifurcations to complete this outbreak process.

Thus, insect outbreaks remain unpredictable for fundamental mathematical reasons due to changing regimes of chaos and stability. The sensitivity of dynamics to initial conditions is important for first stage of the process.

## 7 DISCUSSION

The obtained variant of dynamics of insects is not the only possible scenario for completion of an extreme population process. A repeated outbreak for a pest is a real ecological option. This scenario can also be modeled using our method. Now replace variable  $w(\tau)$  in the equation of stage number II: Make the pest outbreak frequent and irregular. Modification will quickly return to the model the presence of a stationary state with a high number. So we will describe an early repeated outbreak of a pest after transient chaotic oscillations of unpredictable duration. The outbreak in such insects will end itself as a short burst in a month. Forest management and regulation cannot help in this pest control scenario.

The scenario of a collapse according to our model is a natural development of the situation under expert control. The degradation process consists of two or three phases. The number of phases before collapse depends on the average fecundity of the species. Fertility is a more important factor than the length of the life cycle in the ontogeny of a given biological species. Stock collapse is developing rapidly, collapse cannot be stopped. However, we have shown two phenomena that we hear as signs and harbingers of a future collapse. Fishing moratoriums for one season should be introduced at the first clear signs of stock reduction. Regulation using a constant quota does not help with prevent of rick of collapse, a variable quota likewise does not guarantee optimal control. Only a limit on fuel for vessels ships can protect against the rapid overfishing of biological resources. The sturgeon fish of the Caspian Sea can no longer be saved, but the Atlantic cod will restore its abundance near the Canadian coast. We have analyzed and compared various data on collapse situations of bioresources such as anchovy, stellate sturgeon, cod, crab and halibut in the Pacific Ocean [16], and we were able to find common dynamic characteristics of

such events. The population always falls into an unstable regime of fluctuations in abundance after large catches. Forecasts from experts in this case, for reasons not yet clear, are always given very favorable for fishing.

## CONCLUSIONS

We have shown on the current environmental problems that hybrid structures are difficult to use, but flexible and variable computational modeling tools. With a help of point introduction of trigger functionals, we obtained a circumscribing for occurrence of various ecological processes with abrupt and threshold changes. The method can be applied to analysis of transient phenomena and extreme states. The analysis of such different situations as rapid collapse of commercial stocks of large and even some small fish, an outbreak of insect pests, intermittent growth rates in ontogenesis will be relevant. Using predicates, we will be able to embed the logic of expert decisions into the hybrid model. The method has many directions for its application. For example, it is interesting to replace the well-known Bertalanffy equation with a hybrid structure, but this will be discussed in the next article. The stochastic component remains an important factor in modeling at the minimum population size [16].

**The scientific novelty** of obtained results is that the method of trigger functional can act purposefully, causing only the necessary changes in the phase portrait and bifurcation of attractors. Using the predominant method, we can change the boundaries of the regions of attachment of attractors. The new hybrid automata with transitions and initialization functions are able to realize more clearly and justified than in the works [17–19]. The approach will allow interaction of several hybrid automata for simulation anabolism and catabolism of different organisms.

**The practical significance** of obtained results is that we have reached a computational description of the stages of such a complex process as the collapse of bio-resources using the example of anchovy fish in Peru. We compared this collapse with the previously studied problem of the rapid extinction of sturgeon fishes in the Caspian Sea.

**Prospects for further research** are to study the process of extreme pulsating outbreak of leaf-worm butterfly of a dangerous pest in the forests of Canada.

## ACKNOWLEDGEMENTS

The research was carried out in the framework of the project on state assignment St. Petersburg Institute for Informatics and Automation No. 0073-2019-0003, with financial support from the Russian Foundation for Basic Research, projects No. 19-37-90120, No. 18-01-00626.

## REFERENCES

1. Csete M. E., Doyle J. C. Reverse engineering of biological complexity, *Science*, 2002, Vol. 295, pp. 1664–1669. DOI: 10.1126/science.1069981
2. Perevaryukha A. Yu. Computer modeling of sturgeon population of the Caspian Sea with two types of aperiodic oscillations, *Radio Electronics Computer Science Control*, 2015, No. 1, pp. 26–32. DOI: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2015-1-3>



3. Veshchev P. V., Guteneva G. I. Efficiency of natural reproduction of sturgeons in the Lower Volga under current conditions, *Russian Journal of Ecology*, 2012, Vol. 43, No. 2, pp. 142–147. DOI: 10.1134/S1067413612020154
4. Reshetnikov Yu. S., Tereshchenkov V. G. Quantitative level of research in fish ecology and errors associated with it, *Russian Journal of Ecology*, 2017, Vol. 48, pp. 233–239. DOI: 10.1134/S1067413617030146
5. Reshetnikov Yu. S., Bogdanov V. D. Features of Reproduction of Whitefishes, *Journal of Ichthyology*, 2011, Vol. 51, pp. 432–456. DOI: 10.1134/S0032945211030118
6. Mikhailov V. V. Modeling the dynamics of nutrient loading in assessing the effectiveness of replenishment of biological resources, *Information and Control Systems*, 2017, No. 4, pp. 103–110. DOI: 10.15217/issnl684-8853.2017.4.103
7. Ricker W. E. Stock and Recruitment, *Journal of the Fisheries Research Board of Canada*, 1954, Vol. 11, No. 5, pp. 559–623.
8. Bobyrev A. E., Burmensky V. A., Kriksunov E. A., Medvinsky A. B. Long-period endogenous oscillations in fish population size: mathematical modeling, *Biophysics*, 2013, Vol. 58, No. 2, pp. 245–257.
9. Kriksunov E. A. Resource availability and its role in development of invasion processes, *Biology Bulletin Reviews*, 2011, Vol. 1, No. 1, pp. 57–65.
10. Nikitina A. V., Semenyakina A. A. Mathematical modeling of eutrophication processes in Azov sea on supercomputers, *Computational Mathematics and Information Technologies*, 2017, Vol. 1, No. 1, pp. 82–101. DOI: 10.23947/2587-8999-2017-1-1-82-101
11. Dubrovskaya V. A., Trofimova I. V. Model of dynamics of structured subpopulations of sturgeon fish in the Caspian Sea takes into account deviations in the rate of development of immature fish, *Journal of the Belarusian State University. Biology*, 2017, No. 3, pp. 76–86.
12. Feigenbaum M. J. The transition to aperiodic behavior in turbulent systems, *Communications in Mathematical Physics*, 1980, Vol. 77, No. 1, pp. 65–86.
13. Barrett R. Population dynamics of the Peruvian anchovy, *Mathematical Modelling*, 1985, Vol. 6, Issue 6, pp. 525–548.
14. Rose G. A., Rowe S. Does redistribution or local growth underpin rebuilding of Canada's Northern cod? *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences*, 2018, Vol. 75, pp. 825–835. DOI: 10.1139/cjfas-2017-0421
15. Clark L. R. The population dynamics of *Cardiaspina albitextura* (Psyllidae), *Australian Journal of Zoology*, 1964, Vol. 12, pp. 362–380.
16. Perevaryukha A. Y. On the determination of fractal objects in the dynamics of bioresources management models, *SPIIRAS Proceedings*, 2013, No. 1, pp. 211–221.
17. Springer A. M., Estes J. A. Sequential megafaunal collapse in the North Pacific Ocean: An ongoing legacy of industrial whaling? *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, 2003, Vol. 100, pp. 12223–12228. DOI: 10.1073/pnas.1635156100
18. Perevaryukha A. Y. Modeling abrupt changes in population dynamics with two threshold states, *Cybernetics and Systems Analysis*, 2016, Vol. 52, No. 4, P. 623–630. DOI : 10.1007/s10559-016-9864-8
19. Skobelev V. V., Skobelev V. G. Some Problems of Analysis of Hybrid Automata, *Cybernetics and Systems Analysis*, 2018, Vol. 54, Issue 4, pp. 517–526. DOI: 10.1007/s10559-018-0053-9

Received 06.12.2020.  
Accepted 08.02.2021.

УДК 517.9, 519.6, 004.94

#### УНІВЕРСАЛЬНИЙ МЕТОД ОБЧИСЛЮВАЛЬНОГО МОДЕЛЮВАННЯ ПОРОГОВИХ ЕФЕКТІВ В НЕСТАЦІОНАРНИХ ЕКОЛОГІЧНИХ ПРОЦЕСАХ

**Переварюха А. Ю.** – канд. техн. наук, старший науковий співробітник лабораторії Прикладної інформатики, Санкт-Петербурзький інститут інформатики та автоматизації РАН, Санкт-Петербург, Росія.

#### АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** В сучасних умовах відбуваються різкі зміни в екосистемах. Стрімко змінюється видовий склад біоценозів. Динаміка популяцій набуває екстремальний характер при розвитку стрімких інвазій. Для математичного опису масштабних трансформацій потрібні нові методи моделювання. Складні популяційні режими змін мають ряд особливостей порогового розвитку. Нами розвивається методика гібридних обчислень для опису нелінійних ефектів в екодинаміці.

**Мета роботи.** Ми ставимо завдання обчислювального моделювання практично важливих сценаріїв – групи ситуацій, які відносяться до екстремальної та перехідної динаміці екосистем, як спалахів при початку небезпечних інвазій. Розвиваємо спосіб, який буде на основі моделі виживання поколінь проводити опис раптових переходів до стрімкої, але обмеженої спалаху чисельності. Аналогічно, метод можна застосовувати до аналізу ситуацій колапсу біоресурсів – швидкої і несподіваної деградації запасів риби, що не змінюється відновленням всупереч прогнозам і розрахунками фахівців.

**Метод.** Ситуації різких, але нетривалих змін в популяційних процесах неможливо розрахувати традиційними математичними моделями і висловити термінами асимптотической динаміки – замкнутими граничними множинами траєкторії. В основі ідеї запропонованого нами методу формалізація нелінійної ефективності відтворення, яка змінюється пороговим чином тільки в суворо визначених умовах середовища, для чого використано безперервно-дискретний час.

**Результати.** У гібридній системі рівнянь реалізований метод тригерних функціоналів, що діють в виділених особливих станах біосистем. Проводиться аналіз нових модельних сценаріїв з модифікаціями функціоналів в базовій гібридній системі для екстремальних ситуацій у риб і комах-шкідників.

**Висновки.** Метод ми вважаємо універсальним, так підбір функціонала може бути адаптований до широкого класу моделей, що використовують диференціальні рівняння на фіксованому інтервалі.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** математична біологія, моделювання порогових ефектів, гібридні моделі, метод тригерних функціоналів, спалахи чисельності популяцій, колапс перуанського анчоуса.

УДК 517.9, 519.6, 004.94

#### УНІВЕРСАЛЬНИЙ МЕТОД ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОРОГОВЫХ ЭФФЕКТОВ В НЕСТАЦИОНАРНЫХ ЭКОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССАХ

**Переварюха А. Ю.** – канд. техн. наук, старший научный сотрудник лаборатории Прикладной информатики, Санкт-Петербургский институт информатики и автоматизации РАН, Санкт-Петербург, Россия.

© Perevaryukha A. Yu., 2021  
DOI 10.15588/1607-3274-2021-1-8

## АННОТАЦІЯ

**Актуальність.** В сучасних умовах відбуваються різкі зміни в екосистемах. Стремительно змінюється видовий склад біоценозів. Динаміка популяцій набуває екстремальний характер при розвитку стремительних інвазій. Для математичного описання масштабних трансформацій потребують нові методи моделювання. Складні популяційні режими змінюються мають ряд особливостей порогового розвитку.

**Ціль роботи.** Ми ставимо задачу чисельного моделювання практично важливих сценаріїв – групи ситуацій, які стосуються до екстремальної та перехідної динаміки екосистем, як вибушок при початку небезпечних інвазій. Розвиваємо спосіб, який буде на основі моделі виживаємості поколінь проводити описання несподіваних переходів до стремительної, але обмеженої вибушки чисельності. Аналогічно, метод застосуємо до аналізу ситуацій колапсу біоресурсів – швидкої та несподіваної деградації запасів риби, яка не змінюється відновленням вопреки прогнозам і розрахункам спеціалістів. Нами розвивається методика гібридних числень для описання нелінійних ефектів в екодинаміці.

**Метод.** Ситуації різких, але непродовжуваних змінюються в популяційних процесах неможливо розрахувати традиційними математичними моделями і виразити термінами асимптотичної динаміки – замкнутими предельними множествами траєкторії. В основі ідеї запропонованого нами методу формалізація нелінійної ефективності виробництва, яка змінюється пороговим образом тільки в строго визначених умовах середовища, для чого використано неперервно-дискретне час.

**Результати.** В гібридній системі рівнянь реалізовано метод тригерних функціоналів, діючих в виділених особливих станах біосистем. Проводиться аналіз нових модельних сценаріїв з модифікаціями функціоналів в базовій гібридній системі для екстремальних ситуацій у риби і нашкоджувачів-вредителів.

**Висновки.** Метод ми вважаємо універсальним, так підбір функціонала може бути адаптований до широкого класу моделей, використовують диференціальні рівняння на фіксованому інтервалі.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** математична біологія, моделювання порогових ефектів, гібридні моделі, метод тригерних функціоналів, вибушки чисельності популяцій, колапс перуанського анчоуса.

## ЛІТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Csete M. E., Reverse engineering of biological complexity / M. Csete, J. C. Doyle // *Science*. – 2002. – Vol. 295. – P. 1664–1669. DOI: 10.1126/science.1069981
2. Perevaryukha A. Yu. Computer modeling of sturgeon population of the Caspian Sea with two types of aperiodic oscillations / A. Yu. Perevaryukha // *Radio Electronics Computer Science Control*. – 2015. – № 1. – P. 26–32. DOI: <https://doi.org/10.15588/1607-3274-2015-1-3>
3. Veshchev P. V. Efficiency of natural reproduction of sturgeons in the Lower Volga under current conditions / P. V. Veshchev, G. I. Guteneva // *Russian Journal of Ecology*. – 2012. – Vol. 43, № 2. – P. 142–147. DOI: 10.1134/S1067413612020154
4. Reshetnikov Yu. S. Quantitative level of research in fish ecology and errors associated with it / Yu. S. Reshetnikov, V. G. Tereshchenkov // *Russian Journal of Ecology*. – 2017. – Vol. 48. – P. 233–239. DOI: 10.1134/S1067413617030146
5. Reshetnikov Yu. S. Features of Reproduction of Whitefishes / Yu. S. Reshetnikov, V. D. Bogdanov // *J. of Ichthyology*. – 2011. – Vol. 51. – P. 432–456. DOI: 10.1134/S0032945211030118
6. Mikhailov V. V. Modeling the dynamics of nutrient loading in assessing the effectiveness of replenishment of biological resources / V. V. Mikhailov // *Information and Control Systems*. – 2017. – № 4. – P. 103–110. DOI: 10.15217/issn1684-8853.2017.4.103
7. Ricker W. E. Stock and Recruitment / W. E. Ricker // *Journal of the Fisheries Research Board of Canada*. – 1954. – Vol. 11. – № 5. – P. 559–623.
8. Bobyrev A. E. Long-period endogenous oscillations in fish population size: mathematical modeling / A. E. Bobyrev, V. A. Burmensky, E. A. Kriksunov, A. B. Medvinsky // *Biophysics*. – 2013. – Vol. 58. – № 2. – P. 245–257.
9. Kriksunov E. A. Resource availability and its role in development of invasion processes / E. A. Kriksunov // *Biology Bulletin Reviews*. – 2011. – Vol. 1, № 1. – P. 57–65.
10. Nikitina A. V. Mathematical modeling of eutrophication processes in Azov sea on supercomputers / A. V. Nikitina, A. A. Semenyakina // *Computational Mathematics and Information Technologies*. – 2017. – Vol. 1. – № 1. – P. 82–101. DOI: 10.23947/2587-8999-2017-1-1-82-101
11. Dubrovskaya V. A. Model of dynamics of structured subpopulations of sturgeon fish in the Caspian Sea takes into account deviations in the rate of development of immature fish / V. A. Dubrovskaya, A. Y. Perevaryukha, I. V. Trofimova // *Journal of the Belarusian State University. Biology*. – 2017. – № 3. – P. 76–86.
12. Feigenbaum M. J. The transition to aperiodic behavior in turbulent systems / M. J. Feigenbaum // *Communications in Mathematical Physics*. – 1980. – Vol. 77. – № 1. – P. 65–86.
13. Barrett R. Population dynamics of the Peruvian anchovy / R. Barrett // *Mathematical Modelling*. – 1985. – Vol. 6, Issue 6. – P. 525–548.
14. Rose G. A. Does redistribution or local growth underpin rebuilding of Canada's Northern cod? / G. A. Rose, S. Rowe // *Canadian Journal of Fisheries and Aquatic Sciences*. – 2018. – Vol. 75. – P. 825–835. DOI: 10.1139/cjfas-2017-0421
15. Clark L. R. The population dynamics of *Cardiaspina albiterura* (Psyllidae) / L. R. Clark // *Aust. J. Zool.* – 1964. – Vol. 12. – P. 362–380.
16. Perevaryukha A. Y. On the determination of fractal objects in the dynamics of bioresources management models / A. Y. Perevaryukha // *SPIIRAS Proceedings*. – 2013. – № 1. – P. 211–221.
17. Springer A. M. Sequential megafaunal collapse in the North Pacific Ocean: An ongoing legacy of industrial whaling? / A. M. Springer, J. A. Estes // *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*. – 2003. – Vol. 100. – P. 12223–12228. DOI: 10.1073/pnas.1635156100
18. Perevaryukha A. Y. Modeling abrupt changes in population dynamics with two threshold states / A. Yu. Perevaryukha // *Cybernetics and Systems Analysis*. – 2016. – Vol. 52. – № 4. – P. 623–630. DOI: 10.1007/s10559-016-9864-8
19. Skobelev V. V. Some Problems of Analysis of Hybrid Automata / V. V. Skobelev, V. G. Skobelev // *Cybernetics and Systems Analysis*. – 2018. – Vol. 54, Issue 4. – P. 517–526. DOI: 10.1007/s10559-018-0053-9

## МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЗАДЕРЖКИ НА ОСНОВЕ СИСТЕМ С ГИПЕРЭРЛАНГОВСКИМ И ЭРЛАНГОВСКИМ РАСПРЕДЕЛЕНИЯМИ

**Тарасов В. Н.** – д-р техн. наук, профессор, заведующий кафедрой программного обеспечения и управления в технических системах Поволжского государственного университета телекоммуникаций и информатики, Россия.

### АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** Исследования систем G/G/1 в теории массового обслуживания актуальны в связи с тем, что такие системы представляют интерес для анализа задержки систем передачи данных. В тоже время нельзя получить решения для задержки в конечном виде в общем случае при произвольных законах распределений входного потока и времени обслуживания. Поэтому важны исследования таких систем для частных случаев входных распределений. Рассмотрена задача вывода решения для средне задержки в очереди в замкнутой форме для двух систем с обычными и со сдвинутыми гиперэрланговскими и эрланговскими входными распределениями.

**Цель работы.** Получение решения для основной характеристики системы – средней задержки требований в очереди для двух систем массового обслуживания типа G/G/1 с обычными и со сдвинутыми гиперэрланговскими и эрланговскими входными распределениями.

**Метод.** Для решения поставленной задачи использован метод спектрального разложения решения интегрального уравнения Линдли. Данный метод позволяет получить решение для средней задержки ожидания для рассматриваемых систем в замкнутой форме. Метод спектрального разложения решения интегрального уравнения Линдли играет важную роль в теории систем G/G/1. Для практического применения полученных результатов использован известный метод моментов теории вероятностей.

**Результаты.** Впервые получены спектральные разложения решения интегрального уравнения Линдли для двух систем, с помощью которых выведены расчетные выражения для средней задержки в очереди в замкнутой форме. Тем самым построены математические модели задержки требований в очереди для этих систем.

**Выводы.** Полученные формулы расширяют и дополняют известную формулу теории массового обслуживания для среднего времени ожидания для систем G/G/1 с произвольными законами распределений входного потока и времени обслуживания. Такой подход позволяет рассчитать среднюю задержку для указанных систем в математических пакетах для широкого диапазона изменения параметров трафика.

Кроме средней задержки, такой подход дает возможность определить и моменты высших порядков задержки. Учитывая тот факт, что вариация задержки пакетов (джиттер) в телекоммуникациях определяется как разброс задержки от ее среднего значения, то джиттер можно будет определить через дисперсию задержки.

Полученные результаты публикуется впервые.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** эрланговский и гиперэрланговский законы распределения, интегральное уравнение Линдли, метод спектрального разложения, преобразование Лапласа.

### СОКРАЩЕНИЯ

ИУЛ – интегральное уравнение Линдли;  
СМО – система массового обслуживания;  
ФРВ – функция распределения вероятностей.

### НОМЕНКЛАТУРА

$c_\lambda$  – коэффициент вариации интервалов поступлений требований;

$c_\mu$  – коэффициент вариации времени обслуживания;

$E_2$  – распределение Эрланга второго порядка;

$E_2^-$  – сдвинутое распределение Эрланга второго порядка;

$f_\lambda(t)$  – функция плотности распределения интервалов между поступлениями требований;

$f_\mu(t)$  – функция плотности распределения времени обслуживания;

$F_\lambda^*(s)$  – преобразование Лапласа функции  $f_\lambda(t)$ ;

$F_\mu^*(s)$  – преобразование Лапласа функции  $f_\mu(t)$ ;

$HE_2$  – гиперэрланговское распределение второго порядка;

$HE_2^-$  – сдвинутое гиперэрланговское распределение второго порядка;

G – произвольный закон распределения;

M – экспоненциальный закон распределения;

$\bar{W}$  – средняя задержка в очереди;

$W^*(s)$  – преобразование Лапласа функции плотности задержки;

$\lambda_1$  – первый параметр гиперэрланговского распределения входного потока;

$\lambda_2$  – второй параметр гиперэрланговского распределения входного потока;

$\mu$  – параметр эрланговского распределения времени обслуживания;

$\rho$  – коэффициент загрузки системы;

$\bar{\tau}_\lambda$  – средний интервал между поступлениями требований;

$\bar{\tau}_\lambda^2$  – второй начальный момент интервала между поступлениями требований;

$\bar{\tau}_\mu$  – среднее время обслуживания;

$\bar{\tau}_\mu^2$  – второй начальный момент времени обслуживания;

$\Phi_+(s)$  – преобразование Лапласа ФРВ задержки;

$\psi_+(s)$  – первая компонента спектрального разложения;

$\psi_-(s)$  – вторая компонента спектрального разложения.

## ВВЕДЕНИЕ

Настоящая статья посвящена анализу систем массового обслуживания, образованными обычными и сдвинутыми гиперэрланговскими ( $HE_2$ ) и эрланговскими ( $E_2$ ) распределениями. В открытом доступе автору не удалось обнаружить результаты для среднего времени ожидания требований в очереди в таких СМО. Как известно из теории массового обслуживания, средняя задержка является главной характеристикой для любых СМО. По этой характеристике, например, оценивают задержки пакетов в сетях пакетной коммутации при их моделировании с помощью СМО, а также она востребована при проектировании различных систем передачи данных. Рассматриваемые СМО с обычными и сдвинутыми входными распределениями относятся к общему типу систем G/G/1, для которых нет конечного решения.

В теории массового обслуживания исследования систем G/G/1 актуальны в связи с тем, что они активно используются в современной теории телетрафика, к тому же нельзя получить решения для таких систем в конечном виде для общего случая. Законы распределений Вейбулла или Гамма наиболее общего вида, известные из курса теории вероятностей, которые обеспечивают диапазон изменения коэффициентов вариаций описываемых случайных величин от 0 до  $\infty$  в зависимости от величины их параметров, не позволяют их использовать в теории массового обслуживания. Поэтому остается использовать различные частные законы распределений.

В исследовании систем G/G/1 важную роль играет метод спектрального разложения решения интегрального уравнения Линдли и большинство результатов в теории массового обслуживания получены именно с помощью данного метода.

В работе автора [1] приведены результаты по исследованию систем со сдвинутыми вправо от нулевой точки гиперэкспоненциальными и экспоненциальными входными распределениями, полученные с помощью метода спектрального

разложения решения интегрального уравнения Линдли (ИУЛ). Результаты данной работы позволили развить теорию данного метода также на гиперэрланговское распределение [2].

При дальнейшем использовании метода спектрального разложения решения ИУЛ будем придерживаться подхода и символики автора классики теории массового обслуживания [3].

**Объектом исследования** является СМО типа G/G/1.

**Предметом исследования** является среднее время ожидания в системах  $HE_2/E_2/1$  и  $HE_2^-/E_2^-/1$ .

**Целью работы** является получение решения в замкнутой форме для основной характеристики системы – средней задержки требований в очереди для вышеперечисленных СМО.

## 1 ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В работе ставится задача нахождения решения для средней задержки требований в очереди в СМО  $HE_2/E_2/1$  и  $HE_2^-/E_2^-/1$ . Для решения задачи необходимо вначале построить для указанных систем спектральные разложения вида  $F_\lambda^*(-s) \cdot F_\mu^*(s) - 1 = \psi_+(s)/\psi_-(s)$ , где  $\psi_+(s)$  и  $\psi_-(s)$  некоторые рациональные функции от  $s$ , которые возможно разложить на множители. Функции  $\psi_+(s)$  и  $\psi_-(s)$  должны удовлетворять следующим условиям согласно [3]:

- для  $\text{Re}(s) > 0$  функция  $\psi_+(s)$  является аналитической без нулей в этой полуплоскости;
  - для  $\text{Re}(s) < D$  функция  $\psi_-(s)$  является аналитической без нулей в этой полуплоскости, (1)
- где  $D$  – некоторая положительная константа,

определяемая из условия:  $\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{a(t)}{e^{-Dt}} < \infty$ .

Кроме того, функции  $\psi_+(s)$  и  $\psi_-(s)$  должны удовлетворять следующим условиям:

$$\lim_{|s| \rightarrow \infty, \text{Re}(s) > 0} \frac{\psi_+(s)}{s} = 1; \quad \lim_{|s| \rightarrow \infty, \text{Re}(s) < D} \frac{\psi_-(s)}{s} = -1. \quad (2)$$

## 2 ЛИТЕРАТУРНЫЙ ОБЗОР

Метод спектрального разложения решения интегрального уравнения Линдли впервые подробно представлен в классике теории массового обслуживания [3], а впоследствии применялся во многих работах, включая [4, 5]. Аналогичный подход к решению ИУЛ используется в русскоязычной литературе, где вместо термина «спектральное разложение» использована факторизация, а вместо функций  $\psi_+(s)$  и  $\psi_-(s)$  – компоненты факторизации  $\omega_+(z, t)$  и  $\omega_-(z, t)$  функции  $1 - z \cdot \chi(t)$ , где  $\chi(t)$  – характеристическая функция случайной

величины  $\xi$  с произвольной функцией распределения  $C(t)$ , а  $z$  – любое число из интервала  $(-1, 1)$ .

Такой подход для получения конечных результатов для рассматриваемых систем менее удобен, чем подход, описанный в [3] и проиллюстрированный для лучшего понимания многочисленными примерами.

Практическое применение метода спектрального разложения решения ИУЛ для исследования систем с различными входными распределениями показано в работах [6–9]. В то же время, научной литературе, включая web-ресурсы, автору не удалось обнаружить результаты по средней задержке для СМО, образованной гиперэрланговским и эрланговским распределениями 2-го порядка общего вида.

Среди зарубежных публикаций следует выделить [10], в которой предложено рассматривать очередь запросов к Интернет ресурсам как очереди с запаздыванием во времени, но безотносительно к системам массового обслуживания.

Аппроксимативные методы относительно законов распределений подробно описаны в работах [12–14], а похожие исследования в теории массового обслуживания в последнее время проведены в [15–24]

### 3 МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Для системы  $HE_2/E_2/1$  законы распределения интервалов входного потока и времени обслуживания задаются функциями плотности вида:

$$f_{\lambda}(t) = 4p\lambda_1^2 t e^{-2\lambda_1 t} + 4(1-p)\lambda_2^2 t e^{-2\lambda_2 t}, \quad (3)$$

$$f_{\mu}(t) = 4\mu^2 t e^{-2\mu t}. \quad (4)$$

Решение для средней задержки требований в очереди для системы  $HE_2/E_2/1$  будем строить на основе классического метода спектрального разложения решения ИУЛ, как это показано в [1, 2, 6–9]. Такой подход позволяет определить не только среднее время ожидания, но и моменты высших порядков времени ожидания. С учетом определения вариации задержки – джиттера в телекоммуникациях как разброс времени ожидания от его среднего значения [10], тем самым получим возможность определения джиттера через дисперсию задержки.

Преобразования Лапласа функций (3) и (4) будут соответственно:

$$F_{\lambda}^*(s) = p \left( \frac{2\lambda_1}{s+2\lambda_1} \right)^2 + (1-p) \left( \frac{2\lambda_2}{s+2\lambda_2} \right)^2;$$

$$F_{\mu}^*(s) = \left( \frac{2\mu}{s+2\mu} \right)^2.$$

Тогда спектральное разложение решения ИУЛ для системы  $HE_2/E_2/1$

$F_{\lambda}^*(-s) \cdot F_{\mu}^*(s) - 1 = \Psi_+(s) / \Psi_-(s)$  примет вид:

$$\frac{\Psi_+(s)}{\Psi_-(s)} = \left[ p \left( \frac{2\lambda_1}{2\lambda_1 - s} \right)^2 + (1-p) \left( \frac{2\lambda_2}{2\lambda_2 - s} \right)^2 \right] \left( \frac{2\mu}{2\mu + s} \right)^2 - 1.$$

Выражение, стоящее в квадратных скобках, введя промежуточные параметры  $a_0 = 16\lambda_1^2 \lambda_2^2$ ,  $a_1 = 16\lambda_1 \lambda_2 [p\lambda_1 + (1-p)\lambda_2]$ ,  $a_2 = 4[p\lambda_1^2 + (1-p)\lambda_2^2]$  представим в виде:

$$\begin{aligned} & \left[ p \left( \frac{2\lambda_1}{2\lambda_1 - s} \right)^2 + (1-p) \left( \frac{2\lambda_2}{2\lambda_2 - s} \right)^2 \right] = \\ & = \frac{p(16\lambda_1^2 \lambda_2^2 - 16\lambda_1^2 \lambda_2 s + 4\lambda_1^2 s^2)}{(2\lambda_1 - s)^2 (2\lambda_2 - s)^2} + \\ & + \frac{(1-p)(16\lambda_1^2 \lambda_2^2 - 16\lambda_1 \lambda_2^2 s + 4\lambda_2^2 s^2)}{(2\lambda_1 - s)^2 (2\lambda_2 - s)^2} = \\ & = \frac{a_0 - a_1 s + a_2 s^2}{(2\lambda_1 - s)^2 (2\lambda_2 - s)^2}. \end{aligned}$$

Продолжая разложение, получим:

$$\begin{aligned} \frac{\Psi_+(s)}{\Psi_-(s)} &= \frac{4\mu^2(a_0 - a_1 s + a_2 s^2)}{(2\lambda_1 - s)^2 (2\lambda_2 - s)^2 (2\mu + s)^2} - \\ & - \frac{(2\lambda_1 - s)^2 (2\lambda_2 - s)^2 (2\mu + s)^2}{(2\lambda_1 - s)^2 (2\lambda_2 - s)^2 (2\mu + s)^2} = \\ & = \frac{-s(s^5 - c_4 s^4 - c_3 s^3 - c_2 s^2 - c_1 s - c_0)}{(2\lambda_1 - s)^2 (2\lambda_2 - s)^2 (2\mu + s)^2} = \\ & = \frac{-s(s + s_1)(s + s_2)(s - s_3)(s - s_4)(s - s_5)}{(2\lambda_1 - s)^2 (2\lambda_2 - s)^2 (2\mu + s)^2}. \end{aligned}$$

Окончательно, спектральное разложение решения ИУЛ для системы  $HE_2/E_2/1$  имеет вид:

$$\frac{\Psi_+(s)}{\Psi_-(s)} = \frac{-s(s + s_1)(s + s_2)(s - s_3)(s - s_4)(s - s_5)}{(2\lambda_1 - s)^2 (2\lambda_2 - s)^2 (2\mu + s)^2}. \quad (5)$$

Исследование многочлена в числителе этого разложения и определение его корней, является основным моментом метода спектрального разложения решения ИУЛ. Поэтому выпишем многочлен пятой степени в числителе разложения.

$$s^5 - c_4 s^4 - c_3 s^3 - c_2 s^2 - c_1 s - c_0 \quad (6)$$

Его коэффициенты, собранные с помощью символьных операций Mathcad, равны:

$$\begin{aligned} c_0 &= -4a_1 \mu^2 + 64\mu \lambda_1 \lambda_2 [\mu(\lambda_1 + \lambda_2) - \lambda_1 \lambda_2], \\ c_1 &= 4a_2 \mu^2 - 16[\mu^2(\lambda_1^2 + \lambda_2^2) + \lambda_1^2 \lambda_2^2] - 64\mu \lambda_1 \lambda_2 (\mu - \lambda_1 - \lambda_2), \\ c_2 &= 16[(\lambda_1 + \lambda_2)(\lambda_1 \lambda_2 + \mu^2) - \mu(\lambda_1^2 + \lambda_2^2) + 16\lambda_1 \lambda_2 - 4\mu \lambda_1 \lambda_2], \end{aligned}$$



$$c_3 = -4[\lambda_1^2 + \lambda_2^2 + \mu^2 - 4\mu(\lambda_1 + \lambda_2) - 4\lambda_1\lambda_2],$$

$$c_4 = 4(\lambda_1 + \lambda_2 - \mu).$$

Многочлен (6) имеет два действительных отрицательных корня  $-s_1, -s_2$  и три положительных корня  $s_3, s_4, s_5$  (либо вместо последних один действительный положительный и два комплексно сопряженных с положительной вещественной частью) в случае стабильной системы, т.е. когда  $\rho = \bar{\tau}_\mu / \bar{\tau}_\lambda < 1$ . Исследование знака младшего коэффициента  $c_0$  показывает, что  $c_0 > 0$  всегда в случае стабильной системы, когда  $0 < \rho < 1$ . С учетом знака минус перед  $c_0$  в многочлене (6) это также подтверждает предположение о наличии таких корней многочлена.

Далее, с учетом условий (1) и (2) строим рациональные функции  $\psi_+(s)$  и  $\psi_-(s)$ :

$\psi_+(s) = s(s + s_1)(s + s_2) / (2\mu + s)^2$ , т.к. нули многочлена (7):  $s = 0, s = -s_1, s = -s_2$  и двукратный полюс  $s = -2\mu$  лежат в области  $\text{Re}(s) \leq 0$ ,

$\psi_-(s) = -\frac{(2\lambda_1 - s)^2(2\lambda_2 - s)^2}{(s - s_3)(s - s_4)(s - s_5)}$ , т.к. ее нули и полюсы

лежат в области  $\text{Re}(s) > D$ , определенной условием (1). Выполнение условий (1) и (2) спектрального разложения для построенных функций  $\psi_+(s)$  и  $\psi_-(s)$  очевидно, что также подтверждается рисунком 1.

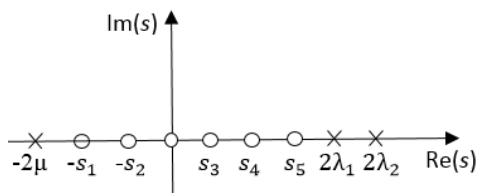


Рисунок 1 – Нули и полюсы функции  $\psi_+(s) / \psi_-(s)$  для системы  $HE_2/E_2/1$

При построении этих функций удобнее нули и полюса отношения  $\psi_+(s) / \psi_-(s)$  отметить на комплексной  $s$  – плоскости для исключения ошибок построения функций  $\psi_+(s)$  и  $\psi_-(s)$ . На рисунке полюсы отмечены крестиками, а нули – кружками.

Далее по методике спектрального разложения найдем константу  $K$ :

$$K = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\psi_+(s)}{s} = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{(s + s_1)(s + s_2)}{(s + 2\mu)^2} = \frac{s_1 s_2}{4\mu^2},$$

где  $s_1, s_2$  – абсолютные значения отрицательных корней  $-s_1, -s_2$ . Постоянная  $K$  определяет

вероятность того, что поступающее в систему требование заставит ее свободной.

Для нахождения преобразования Лапласа функции плотности задержки построим функцию

$$\Phi_+(s) = \frac{K}{\Psi_+(s)} = \frac{s_1 s_2 (s + 2\mu)^2}{4s\mu^2 (s + s_1)(s + s_2)}.$$

Отсюда преобразование Лапласа функции плотности задержки  $W^*(s) = s \cdot \Phi_+(s)$  будет равно

$$W^*(s) = \frac{s_1 s_2 (s + 2\mu)^2}{4\mu^2 (s + s_1)(s + s_2)}. \quad (7)$$

Для нахождения средней задержки найдем производную от функции  $W^*(s)$  со знаком минус в точке  $s = 0$ :

$$-\frac{dW^*(s)}{ds} \Big|_{s=0} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} - \frac{1}{\mu}.$$

Окончательно, средняя задержка для системы  $HE_2/E_2/1$

$$\bar{W} = \frac{1}{s_1} + \frac{1}{s_2} - \frac{1}{\mu}. \quad (8)$$

Из выражения (7) при необходимости также можно определить моменты высших порядков времени ожидания, например вторая производная от преобразования (7) в точке  $s = 0$  дает второй начальный момент времени ожидания, что позволяет определить дисперсию времени ожидания, следовательно и джиттер.

Для практического применения выражения (8) необходимо определить числовые характеристики распределений (3)  $HE_2$  и  $E_2$  (4).

Для этого воспользуемся свойством преобразования Лапласа воспроизведения моментов и запишем начальные моменты до второго порядка для распределения (3):

$$\bar{\tau}_\lambda = \frac{p}{\lambda_1} + \frac{(1-p)}{\lambda_2}, \quad (9)$$

$$\bar{\tau}_\lambda^2 = \frac{3}{2} \left[ \frac{p}{\lambda_1^2} + \frac{(1-p)}{\lambda_2^2} \right]. \quad (10)$$

Рассматривая равенства (9) и (10) как запись метода моментов, найдем неизвестные параметры распределения (3)  $\lambda_1, \lambda_2, p$ . Система двух уравнений (9), (10) при этом является не доопределенной, поэтому к ней добавим выражение для квадрата коэффициента вариации:

$$c_\lambda^2 = \frac{\overline{\tau}_\lambda^2 - (\overline{c}_\lambda)^2}{(\overline{c}_\lambda)^2}, \quad (11)$$

как связующее условие между (9) и (10). Кроме того, коэффициент вариации будем использовать в расчетах в качестве входного параметра системы. Исходя из вида уравнения (9) положим

$$\lambda_1 = 2p / \overline{c}_\lambda, \quad \lambda_2 = 2(1-p) / \overline{c}_\lambda \quad (12)$$

и потребуем выполнения условия (11). Подставив выражения (9), (10) и частное решение (12) в (11), получим уравнение четвертой степени относительно параметра  $p$ :  $p(1-p)[8(1+c_\lambda^2)p^2 - 8(1+c_\lambda^2)p + 3] = 0$ . Отбросив тривиальные решения  $p = 0$  и  $p = 1$ , получим квадратное уравнение  $8(1+c_\lambda^2)p^2 - 8(1+c_\lambda^2)p + 3 = 0$ , решив которое выберем для однозначности больший корень:

$$p = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{2(1+c_\lambda^2) - 3}{8(1+c_\lambda^2)}}. \quad (13)$$

Отсюда следует, что коэффициент вариации  $c_\lambda \geq 1/\sqrt{2}$ . Таким образом, получено решение системы уравнений (9) и (10).

Таким образом, гиперэрланговский закон распределения второго порядка может определяться полностью двумя первыми моментами и перекрывать весь диапазон изменения коэффициента вариации от  $1/\sqrt{2}$  до  $\infty$ , что шире, чем у гиперэкспоненциального распределения  $(1, \infty)$ .

Для распределения (4) числовые характеристики равны  $\overline{c}_\mu = 1/\mu$ ,  $c_\mu = 1/\sqrt{2}$ .

Величины  $\overline{c}_\lambda$ ,  $\overline{c}_\mu$ ,  $c_\lambda$ ,  $c_\mu$ , определенные выше, будем считать входными параметрами для расчета среднего времени ожидания для системы  $HE_2/E_2/1$ . Тогда алгоритм расчета сведется к последовательному определению параметров распределения (4) из выражений (13), (12) и к нахождению нужных корней многочлена (6), а затем к использованию расчетного выражения (8).

Далее рассмотрим принципиально отличающуюся от исследованной СМО систему  $HE_2/E_2/1$ . Для системы  $HE_2/E_2/1$  со сдвинутыми законами распределений интервалов поступлений и времени обслуживания эти законы задаются функциями плотности вида:

$$f_\lambda(t) = \begin{cases} 4p\lambda_1^2(t-t_0)e^{-2\lambda_1(t-t_0)} + 4(1-p)\lambda_2^2(t-t_0)e^{-2\lambda_2(t-t_0)}, & t > t_0, \\ 0, & 0 \leq t \leq t_0, \end{cases} \quad (14)$$

$$f_\mu(t) = \begin{cases} 4\mu^2(t-t_0)e^{-2\mu(t-t_0)}, & t > t_0, \\ 0, & 0 \leq t \leq t_0. \end{cases} \quad (15)$$

Такую СМО в отличие от обычной системы обозначим как  $HE_2^-/E_2^-/1$ . Для определения среднего времени ожидания для такой системы предварительно докажем следующее утверждение.

Утверждение. Спектральные разложения решения ИУЛ  $F_\lambda^*(-s) \cdot F_\mu^*(s) - 1 = \psi_+(s)/\psi_-(s)$  для систем  $HE_2^-/E_2^-/1$  и  $HE_2/E_2/1$  полностью совпадают и имеют вид (5).

Доказательство. Преобразования Лапласа функций (14) и (15) будут соответственно:

$$F_\lambda^*(s) = \left[ p \left( \frac{2\lambda_1}{s+2\lambda_1} \right)^2 + (1-p) \left( \frac{2\lambda_2}{s+2\lambda_2} \right)^2 \right] \cdot e^{-t_0s},$$

$$F_\mu^*(s) = \left( \frac{2\mu}{s+2\mu} \right)^2 e^{-t_0s}.$$

Спектральное разложение решения ИУЛ для системы  $HE_2^-/E_2^-/1$

$F_\lambda^*(-s) \cdot F_\mu^*(s) - 1 = \psi_+(s)/\psi_-(s)$  примет вид:

$$\frac{\psi_+(s)}{\psi_-(s)} = \left[ p \left( \frac{2\lambda_1}{2\lambda_1-s} \right)^2 + (1-p) \left( \frac{2\lambda_2}{2\lambda_2-s} \right)^2 \right] e^{t_0s} \times$$

$$\times \left( \frac{2\mu}{2\mu+s} \right)^2 e^{-t_0s} - 1 =$$

$$= \left[ p \left( \frac{2\lambda_1}{2\lambda_1-s} \right)^2 + (1-p) \left( \frac{2\lambda_2}{2\lambda_2-s} \right)^2 \right] \cdot \left( \frac{2\mu}{2\mu+s} \right)^2 - 1.$$

Здесь экспоненты из-за противоположных знаков обнуляются и тем самым операция сдвига нивелируется. Дальнейшее разложение последнего выражения приведет к виду (5), как это было проделано для обычной системы  $HE_2/E_2/1$ . Следовательно, спектральные разложения для систем  $HE_2^-/E_2^-/1$  и  $HE_2/E_2/1$  полностью совпадают и имеют вид (5). Утверждение доказано.

Таким образом, по системе  $HE_2^-/E_2^-/1$  мы полностью можем воспользоваться полученными выше результатами для системы  $HE_2/E_2/1$ , но с измененными числовыми характеристиками сдвинутых распределений (14) и (15).

Определим числовые характеристики интервала между поступлениями требований и времени обслуживания для новой системы  $HE_2^-/E_2^-/1$ . Для этого воспользуемся преобразованием Лапласа функций (14) и (15).

Определим числовые характеристики распределения (14). Значение первой производной функции  $F_{\lambda}^*(s)$  со знаком минус в точке  $s=0$  равно

$$-\left. \frac{dF_{\lambda}^*(s)}{ds} \right|_{s=0} = p\lambda_1^{-1} + (1-p)\lambda_2^{-1} + t_0.$$

Отсюда среднее значение интервалов между соседними требованиями входного потока будет равно

$$\bar{\tau}_{\lambda} = p\lambda_1^{-1} + (1-p)\lambda_2^{-1} + t_0. \quad (16)$$

Значение второй производной функции  $F_{\lambda}^*(s)$  в точке  $s=0$  дает второй начальный момент интервала поступления

$$\bar{\tau}_{\lambda}^2 = t_0^2 + 2t_0 \left[ \frac{p}{\lambda_1} + \frac{(1-p)}{\lambda_2} \right] + \frac{3p}{2\lambda_1^2} + \frac{3(1-p)}{2\lambda_2^2}. \quad (17)$$

Отсюда квадрат коэффициента вариации интервалов поступления:

$$c_{\lambda}^2 = \frac{\lambda_1^2 - 2p\lambda_2(\lambda_1 - \lambda_2) + p(1-2p)(\lambda_1 - \lambda_2)^2}{2[\lambda_1 - p(\lambda_1 - \lambda_2) + t_0\lambda_1\lambda_2]^2}. \quad (18)$$

Определим числовые характеристики распределения (15). Среднее время обслуживания в системе  $HE_2^- / E_2^- / 1$  равно

$$\bar{\tau}_{\mu} = \mu^{-1} + t_0. \quad (19)$$

Второй начальный момент времени обслуживания равен

$$\bar{\tau}_{\mu}^2 = t_0^2 + \frac{2t_0}{\mu} + \frac{3}{2\mu^2}. \quad (20)$$

Отсюда коэффициент вариации времени обслуживания будет равен

$$c_{\mu} = [\sqrt{2}(1 + \mu t_0)]^{-1} \quad (21)$$

Заметим, что коэффициенты вариации  $c_{\lambda} > 0$  и  $c_{\mu} < 1/\sqrt{2}$  при параметре сдвига  $t_0 > 0$ . Таким образом, очевидно, что система  $HE_2^- / E_2^- / 1$  относится к типу G/G/1 и диапазон ее применимости расширится по сравнению с обычной системой.

Рассматривая выражения (16)–(21) как форму записи метода моментов, найдем неизвестные параметры распределения (14) и (15):  $\lambda_1, \lambda_2, p, t_0, \mu$ . Нахождение параметров распределения (14)  $\lambda_1, \lambda_2, p$  будет аналогичным нахождению этих параметров для распределения (3). Теперь исходя из вида уравнения (16) положим

$$\lambda_1 = 2p / (\bar{\tau}_{\lambda} - t_0), \quad \lambda_2 = 2(1-p) / (\bar{\tau}_{\lambda} - t_0) \quad (22)$$

и потребуем выполнения условия (18). Подставив частное решение (22) в (18) решаем полученное уравнение четвертой степени относительно параметра  $p$  с учетом условия  $0 < p < 1$  и выберем нужное решение

$$p = \frac{1}{2} + \sqrt{\frac{1}{4} - \frac{3(\bar{\tau}_{\lambda} - t_0)^2}{8[(\bar{\tau}_{\lambda} - t_0)^2 + c_{\lambda}^2 \bar{\tau}_{\lambda}^2]}}$$

а затем определяем из (22) параметры  $\lambda_1$  и  $\lambda_2$ .

Теперь определим параметр распределения (15)  $\mu$  из (19) и получим значение  $\mu = 1 / (\bar{\tau}_{\mu} - t_0)$ . Отсюда диапазон изменения параметра сдвига составит  $0 < t_0 < \bar{\tau}_{\mu}$ .

Задавая значения  $\bar{\tau}_{\lambda}, \bar{\tau}_{\mu}, c_{\lambda}, c_{\mu}, t_0$  в качестве входных параметров системы, таким образом определяем известным методом моментов все неизвестные параметры распределений (14) и (15).

Теперь рассмотрим влияние параметра сдвига на коэффициенты вариаций распределений. Для обычного распределения  $HE_2$ , как следует из выражений (9)–(11), получим:

$$c_{\lambda}^2 = \frac{\lambda_1^2 - 2p\lambda_2(\lambda_1 - \lambda_2) + p(1-2p)(\lambda_1 - \lambda_2)^2}{2[\lambda_1 - p(\lambda_1 - \lambda_2)]^2}.$$

Сравнивая последнее выражение с (18) убеждаемся, что параметр сдвига во времени  $t_0 > 0$  уменьшает коэффициент вариации интервалов поступлений в  $1 + \frac{t_0\lambda_1\lambda_2}{[\lambda_1(1-p) + \lambda_2 p]}$  раз. Аналогично

для эрланговского закона времени обслуживания, параметр сдвига уменьшает коэффициент вариации времени обслуживания в  $1 + \mu t_0$  раз. Учитывая квадратичную зависимость средней задержки от коэффициентов вариаций интервалов поступлений и времени обслуживания, убеждаемся в том, что введение параметра сдвига в законы распределения, уменьшает среднее время ожидания в очереди в СМО.

#### 4 ЭКСПЕРИМЕНТЫ

Ниже в табл. 1 приведены данные расчетов для системы  $HE_2/E_2/1$  для случаев малой, средней и высокой нагрузки  $\rho = 0, 1; 0, 5; 0, 9$ .

Заметим, что эта система определена для  $c_{\lambda} \geq 1/\sqrt{2}$  и  $c_{\mu} = 1/\sqrt{2}$ . Данные расчетов для системы  $HE_2/E_2/1$  сравниваются с результатами близкой системы  $H_2/E_2/1$ . Прочерки означают, что при данных параметрах система  $H_2/E_2/1$  не применима.

Таблица 1 – Результаты экспериментов для СМО  $HE_2/E_2/1$

Входные параметры		Средняя задержка	
$\rho$	$c_\lambda$	для системы $HE_2/E_2/1$	для системы $H_2/E_2/1$
0,1	0,71	0,017	–
	1,0	0,027	0,083
	2,0	0,047	0,141
	4,0	0,056	0,171
0,5	0,71	0,392	–
	1,0	0,605	0,751
	2,0	1,536	1,764
	4,0	3,687	4,082
0,9	0,71	4,377	–
	1,0	6,605	6,752
	2,0	20,222	20,016
	4,0	74,870	73,321

Коэффициент загрузки  $\rho$  в обеих таблицах определяется отношением средних интервалов  $\rho = \bar{\tau}_\mu / \bar{\tau}_\lambda$ . Расчеты, приведенные в табл. 1 и 2 проведены для нормированного времени обслуживания  $\bar{\tau}_\mu = 1$ .

В табл. 2 приведены данные расчетов для системы  $HE_2^-/E_2^-/1$  при  $c_\lambda = 2$  также для случаев малой, средней и высокой нагрузки.

Таблица 2 – Результаты экспериментов для СМО  $HE_2^-/E_2^-/1$

Входные параметры			Средняя задержка	
$\rho$	$c_\mu$	$t_0$	для системы $HE_2^-/E_2^-/1$	для системы $HE_2/E_2/1$
0,1	0,071	0,9	0,000	0,047
	0,354	0,5	0,007	
	0,636	0,1	0,035	
	0,706	0,001	0,047	
0,5	0,071	0,9	0,005	1,536
	0,354	0,5	0,309	
	0,636	0,1	1,249	
	0,706	0,001	1,533	
0,9	0,071	0,9	0,589	20,222
	0,354	0,5	15,337	
	0,636	0,1	19,421	
	0,706	0,001	20,214	

Система  $HE_2^-/E_2^-/1$  определена и для  $c_\lambda < 1$ , например при  $t_0 = 0,99$ ,  $\rho = 0,9$ ,  $c_\lambda = 0,1$ , коэффициент вариации  $c_\mu = 0,007$  по формуле (21), а средняя задержка равно  $\bar{W} = 0,17 \cdot 10^{-3}$ , т.е. уменьшается почти до нуля с наименьшего значения 4,377 единиц времени в табл. 1.

## 5 РЕЗУЛЬТАТЫ

В работе получены спектральные разложения решения интегрального уравнения Линдли для двух систем  $HE_2/E_2/1$  и  $HE_2^-/E_2^-/1$ , с помощью которых выведена расчетная формула для средней задержки в очереди для этих систем в замкнутой форме.

## 6 ОБСУЖДЕНИЕ

Результаты табл. 1 подтверждают полную адекватность построенной математической модели для средней задержки требований в очереди для обычной системы  $HE_2/E_2/1$ .

Данные табл. 2 полностью подтверждают сделанные выше предположения о среднем времени ожидания в системе с запаздыванием. Кроме того, с уменьшением параметра сдвига  $t_0$  средняя задержка в очереди в системе с запаздыванием стремится к значению этого времени в обычной системе, что дополнительно подтверждает адекватность полученных результатов для обеих рассматриваемых систем.

Диапазон изменения параметров у системы  $HE_2^-/E_2^-/1$  шире, чем у системы  $HE_2/E_2/1$ , поэтому указанные системы с успехом могут быть применены в современной теории телетрафика. Результаты проведенных экспериментов подтверждают расширение диапазонов изменения параметров у системы с запаздыванием для  $c_\lambda > 0$  и  $0 < c_\mu < 1/\sqrt{2}$ .

## ВЫВОДЫ

Решена задача вывода формулы для средней задержки требований в очереди для рассмотренных систем.

**Научная новизна** полученных результатов заключается в том, что получены спектральные разложения решения интегрального уравнения Линдли для рассматриваемых систем и с их помощью выведено расчетная формула для средней задержки требований в очереди для этих систем в замкнутой форме. Эта формула расширяет и дополняет известную незавершенную формулу теории массового обслуживания для среднего времени ожидания для систем типа G/G/1 с произвольными законами распределений входного потока и времени обслуживания.

**Практическое значение** работы заключается в том, что построены математические модели задержки требований в очереди для двух систем, которые протестированы с помощью численного моделирования в математическом пакете Mathcad для широкого диапазона изменения параметров рассматриваемых систем. Эти результаты востребованы в современной теории телетрафика, а также в проектировании систем передачи данных различного назначения.

**Перспективы дальнейших исследований** просматриваются в продолжении исследования систем G/G/1 с другими общими входными

распределениями и в расширении и дополнении известных формул для средней задержки.

### БЛАГОДАРНОСТИ

Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ (проект 18-07-01446 А). Конфликта интересов при выполнении работы нет.

### ЛИТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Kleinrock L. Queueing Systems, Vol. I: Theory / L. Kleinrock. – New York : Wiley, 1975. – 417 p.
2. Brannstrom N. A Queueing Theory analysis of wireless radio systems / N. Brannstrom. – Applied to HS-DSCH. Lulea university of technology, 2004. – 79 p.
3. Whitt W. Approximating a point process by a renewal process: two basic methods / W. Whitt // Operation Research. – 1982. – No. 1. – P. 125–147.
4. Тарасов В. Н. Расширение класса систем массового обслуживания с запаздыванием / В. Н. Тарасов // Автоматика и телемеханика. – 2018. – № 12. – С. 57–70.
5. Тарасов В. Н. Анализ и сравнение двух систем массового обслуживания с гиперэрланговскими входными распределениями / В. Н. Тарасов // Радиоэлектроника, информатика, управление. – 2018. – № 4. – С. 61–70.
6. Тарасов В. Н. Исследование систем массового обслуживания с сдвинутыми эрланговскими и экспоненциальными входными распределениями / В. Н. Тарасов, Н. Ф. Бахарева // Радиоэлектроника, информатика, управление. – 2019. – № 1. – С. 67–76.
7. Тарасов В. Н. Анализ двух систем массового обслуживания  $HE_2/M/1$  с обычными и сдвинутыми входными распределениями / В. Н. Тарасов // Радиоэлектроника, информатика, управление. – 2019. – № 2. – С. 71–79.
8. Тарасов В. Н. Сравнительный анализ двух систем массового обслуживания  $M/HE_2/1$  с обычными и со сдвинутыми входными распределениями / В. Н. Тарасов, Н. Ф. Бахарева // Радиоэлектроника, информатика, управление. – 2019. – № 4. – С. 50–58.
9. Tarasov V.N. Queueing systems with delay / V. N. Tarasov // Radio Electronics, Computer Science, Control. – 2019. – Vol. 50, No. 3. – P. 71–79. DOI: 10.15588/1607-3274-2019-3-7
10. Nonlinear Dynamics in Queueing Theory: Determining the Size of Oscillations in Queues with Delay / [S. Novitzky, J. Pender, R. H. Rand, E. Wesson] // SIAM J. Appl. Dyn. Syst. – 2019, Vol. 18, No. 1. – P. 279–311. DOI: <https://doi.org/10.1137/18M1170637>
11. RFC 3393 IP Packet Delay Variation Metric for IP Performance Metrics (IPPM) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://tools.ietf.org/html/rfc3393>.
12. Myskja A. An improved heuristic approximation for the GI/GI/1 queue with bursty arrivals / A. Myskja // Teletraffic and datatrafic in a Period of Change. ITC-13. Elsevier Science Publishers. – 1991. – P. 683–688.
13. Liu X. Diffusion approximations for double-ended queues with reneging in heavy traffic // X. Liu // Queueing Systems: Theory and Applications, Springer. – 2019. – Vol. 91, No. 1. – P. 49–87. DOI: 10.1007/s11134-018-9589-7
14. Poojary S. An asymptotic approximation for TCP CUBIC // S. Poojary, V. Sharma // Queueing Systems: Theory and Applications. – 2019. – Vol. 91, No. 1. – P. 171–203. DOI: 10.1007/s11134-018-9594-x
15. Aras A. K. Many-server Gaussian limits for overloaded non-Markovian queues with customer abandonment / A. K. Aras, X. Chen, Y. Liu // Queueing Systems. – 2018. – Vol. 89, No. 1. – P. 81–125. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-018-9575-0>.
16. Jennings O.B., Pender J. Comparisons of ticket and standard queues / O. B. Jennings, J. Pender // Queueing Systems. – 2016. – Vol. 84, No. 1. – P. 145–202. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-016-9493-y>
17. Gromoll H. C., Terwilliger B., Zwart B. Heavy traffic limit for a tandem queue with identical service times / H. C. Gromoll, B. Terwilliger, B. Zwart // Queueing Systems. – 2018. – Vol. 89, No. 3. – P. 213–241. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-017-9560-z>
18. Legros B. M/G/1 queue with event-dependent arrival rates / B. Legros // Queueing Systems. – 2018. – Vol. 89, No. 3. – P. 269–301. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-017-9557-7>
19. Bazhba M. Queue with heavy-tailed Weibull service times / M. Bazhba, J. Blanchet, CH. Rhee // Queueing Systems. – 2019. – Vol. 93, No. 11. – P. 1–32. <https://doi.org/10.1007/s11134-019-09640-z>
20. Adan I. Special volume on ‘Recent Developments in Queueing Theory’ of the third ECQT conference / I. Adan, B. D’Auria, O. Kella // Queueing Systems. – 2019. – P. 1–190. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-019-09630-1>
21. Adan I. Special volume on ‘Recent Developments in Queueing Theory’ of the third ECQT conference: part 2 / I. Adan, B. D’Auria, O. Kella // Queueing Systems. – 2019. – P. 1–2. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-019-09637-8>
22. Tibi D. Martingales and buffer overflow for the symmetric shortest queue model / D. Tibi // Queueing Systems. – 2019. – Vol. 93, No. 3. – P. 153–190. DOI: 10.1007/s11134-019-09628-9
23. Jacobovic R. Asymptotic independence of regenerative processes with a special dependence structure / R. Jacobovic, O. Kella // Queueing Systems. – 2019. – Vol. 93, No. 2. – P. 139–152. DOI: 10.1007/s11134-019-09606-1
24. Wang L. Fluid and diffusion models for a system of taxis and customers with delayed matching / L. Wang V. Kulkarni // Queueing Systems. – 2020. – Vol. 96, No. 2. – P. 101–131. DOI: 10.1007/s11134-020-09659-7.

Статья поступила в редакцию 17.11.2020  
После доработки 21.01.2021.



УДК 621.391.1: 621.395

**Тарасов В. Н.** – д-р техн. наук, професор, завідувач кафедри програмного забезпечення та управління в технічних системах Поволзького державного університету телекомунікацій та інформатики, РФ.

## МАТЕМАТИЧНА МОДЕЛЬ ЗАТРИМКИ НА ОСНОВІ СИСТЕМ З ГІПЕРЕРЛАНГІВСЬКИМИ І ЕРЛАНГІВСЬКИМИ РОЗПОДІЛАМИ

### АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** Дослідження систем  $G/G/1$  в теорії масового обслуговування актуальні в зв'язку з тим, що такі системи становлять інтерес для аналізу затримки систем передачі даних. У той же час не можна отримати рішення для часу затримки в кінцевому вигляді в загальному випадку при довільних законах розподілів вхідного потоку і часу обслуговування. Тому є важливими дослідження таких систем для окремих випадків вхідних розподілів. Розглянуто задачу виведення рішення для середньої затримки в черзі у замкнутій формі для двох систем зі звичайними і зсунутими гіперерлангівськими і ерлангівськими вхідними розподілами.

**Мета роботи.** Отримання рішення для основної характеристики системи – середньої затримки вимог в черзі для двох систем масового обслуговування типу  $G/G/1$  зі звичайними і зсунутими гіперерлангівським і ерлангівським вхідними розподілами.

**Метод.** Для вирішення поставленого завдання був використаний класичний метод спектрального розкладання розв'язку інтегрального рівняння Ліндлі. Цей метод дозволяє отримати рішення для середньої затримки для розглянутих систем у замкнутій формі. Метод спектрального розкладання розв'язку інтегрального рівняння Ліндлі грає важливу роль у теорії систем  $G/G/1$ . Для практичного застосування отриманих результатів було використано відомий метод моментів теорії ймовірностей.

**Результати.** Вперше отримано спектральні розкладання розв'язку інтегрального рівняння Ліндлі для двох систем, за допомогою яких виведені розрахункові формули для середньої затримки в черзі в замкнутій формі.

**Висновки.** Отримано спектральні розкладання розв'язку інтегрального рівняння Ліндлі для розглянутих систем, та з їх допомогою виведені розрахункові формули для середньої затримки в черзі для цих систем в замкнутій формі. Ці формули розширюють і доповнюють відомі формули теорії масового обслуговування для середньої затримки для систем  $G/G/1$  з довільними законами розподілів вхідного потоку і часу обслуговування. Такий підхід дозволяє розрахувати середньої затримки для зазначених систем в математичних пакетах для широкого діапазону зміни параметрів трафіку. Всі інші характеристики систем є похідними часу очікування.

Крім середнього часу очікування, такий підхід дає можливість також визначити моменти вищих порядків часу очікування. З огляду на той факт, що варіація затримки пакетів (джиттер) в телекомунікації визначається як дисперсія затримки від його середнього значення, то джиттер можна буде визначити через дисперсію затримки.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** ерлангівський та гіперерлангівський закони розподілу, інтегральне рівняння Ліндлі, метод спектрального розкладання, перетворення Лапласа.

UDC 621.391.1:621.395

## MATHEMATICAL DELAY MODEL BASED ON SYSTEMS WITH HYPERERLANGIAN AND ERLANGIAN DISTRIBUTIONS

**Tarasov V. N.** – Dr. Sc., Professor, Head of Department of Software and Management in Technical Systems of Volga State University of Telecommunications and Informatics, Samara, Russian Federation.

### ABSTRACT

**Context.** Studies of  $G/G/1$  systems in queuing theory are relevant because such systems are of interest for analyzing the delay of data transmission systems. At the same time, it is impossible to obtain solutions for the delay in the final form in the general case for arbitrary laws of distribution of the input flow and service time. Therefore, it is important to study such systems for particular cases of input distributions. We consider the problem of deriving a solution for the average queue delay in a closed form for two systems with ordinary and shifted hypererlangian and erlangian input distributions.

**Objective.** Obtaining a solution for the main characteristic of the system – the average delay of requests in the queue for two queuing systems of the  $G/G/1$  type with ordinary and with shifted hypererlangian and erlangian input distributions.

**Method.** To solve this problem, we used the classical method of spectral decomposition of the solution of the Lindley integral equation. This method allows to obtaining a solution for the average delay for systems under consideration in a closed form. The method of spectral decomposition of the solution of the Lindley integral equation plays an important role in the theory of systems  $G/G/1$ . For the practical application of the results obtained, the well-known method of moments of probability theory is used.

**Results.** For the first time, spectral expansions of the solution of the integral Lindley equation for two systems are obtained, with the help of which calculation formulas for the average delay in a queue in a closed form are derived. Thus, mathematical models of queuing delay for these systems have been built.

**Conclusions.** These formulas expand and supplement the known queuing theory formulas for the average delay  $G/G/1$  systems with arbitrary laws distributions of input flow and service time. This approach allows us to calculate the average delay for these systems in mathematical packages for a wide range of traffic parameters. In addition to the average delay, such an approach makes it possible to determine also moments of higher orders of waiting time. Given the fact that the packet delay variation (jitter) in telecommunications is defined as the spread of the delay from its average value, the jitter can be determined through the variance of the delay.

**KEYWORDS:** hypererlangian and erlangian distribution laws, Lindley integral equation, spectral decomposition method, Laplace transform.

## REFERENCES

1. Tarasov V. N. Extension of the Class of Queueing Systems with Delay, *Automation and Remote Control*, 2018, Vol. 79, No. 12, pp. 2147–2157. DOI: 10.1134/S0005117918120056
2. Tarasov V. N. Analysis and comparison of two queueing systems with hypererlangian input distributions, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2018, Vol. 47, No. 4, pp. 61–70. DOI: 10.15588/1607-3274-2018-4-6
3. Kleinrock L. Queueing Systems, Vol. I: Theory. New York, Wiley, 1975, 417 p.
4. Brannstrom N. A. Queueing Theory analysis of wireless radio systems. Applied to HS-DSCH. Lulea university of technology, 2004, 79 p.
5. Whitt W. Approximating a point process by a renewal process: two basic methods, *Operation Research*, 1982, Vol. 30, No. 1, pp. 125–147.
6. Tarasov V. N., Bakhareva N. F. Research of queueing systems with shifted erlangian and exponential input distributions, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2019, Vol. 48, No. 1, pp. 67–76. DOI: 10.15588/1607-3274-2019-1-7
7. Tarasov V. N. The analysis of two queueing systems  $HE_2/M/1$  with ordinary and shifted input distributions, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2019, Vol. 49, No. 2, pp. 71–79. DOI: 10.15588/1607-3274-2019-2-8
8. Tarasov V. N., Bakhareva N. F. Comparative analysis of two Queueing Systems  $M/HE_2/1$  with ordinary and with the shifted input Distributions, *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2019, Vol. 51, No. 4, pp. 50–58. DOI: 10.15588/1607-3274-2019-4-5
9. Tarasov V. N. Queueing systems with delay. *Radio Electronics, Computer Science, Control*, 2019, Vol. 50, No. 3, pp. 71–79. DOI: 10.15588/1607-3274-2019-4-5
10. Novitzky S., Pender J., Rand R. H., Wesson E. Nonlinear Dynamics in Queueing Theory: Determining the Size of Oscillations in Queues with Delay, *SIAM J. Appl. Dyn. Syst.*, 18–1 2019, Vol. 18, No. 1, pp. 279–311. DOI: <https://doi.org/10.1137/18M1170637>
11. RFC 3393 IP Packet Delay Variation Metric for IP Performance Metrics (IPPM) [Electronic resource]. Available at: <https://tools.ietf.org/html/rfc3393>.
12. Myskja A. An improved heuristic approximation for the GI/GI/1 queue with bursty arrivals. Teletraffic and datatraffic in a Period of Change. ITC-13. Elsevier Science Publishers, 1991, pp. 683–688.
13. Liu X. Diffusion approximations for double-ended queues with reneing in heavy traffic, *Queueing Systems: Theory and Applications*, Springer, 2019, Vol. 91, No. 1, pp. 49–87. DOI: 10.1007/s11134-018-9589-7
14. Poojary S., Sharma V. An asymptotic approximation for TCP CUBIC, *Queueing Systems: Theory and Applications*, 2019, Vol. 91, No. 1, pp. 171–203. DOI: 10.1007/s11134-018-9594-x
15. Aras A. K., Chen X., Liu Y. Many-server Gaussian limits for overloaded non-Markovian queues with customer abandonment, *Queueing Systems*, 2018, Vol. 89, No. 1, pp. 81–125. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-018-9575-0>
16. Jennings O. B., Pender J. Comparisons of ticket and standard queues, *Queueing Systems*, 2016, Vol. 84, No. 1, pp. 145–202. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-016-9493-y>
17. Gromoll H. C., Terwilliger B., Zwart B. Heavy traffic limit for a tandem queue with identical service times, *Queueing Systems*, 2018, Vol. 89, No. 3, pp. 213–241. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-017-9560-z>
18. Legros B. M/G/1 queue with event-dependent arrival rates. *Queueing Systems*, 2018, Vol. 89, No. 3, pp. 269–301. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-017-9557-7/>
19. Bazhba M., Blanchet J., Rhee CH., et al. Queue with heavy-tailed Weibull service times, *Queueing Systems*, 2019, Vol. 93, No. 11, pp. 1–32. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-019-09640-z/>
20. Adan I., D’Auria B., Kella O. Special volume on ‘Recent Developments in Queueing Theory’ of the third ECQT conference. *Queueing Systems*, 2019, Vol. 93, No. 1, pp. 1–190. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-019-09630-1>
21. Adan I., D’Auria B., Kella O. Special volume on ‘Recent Developments in Queueing Theory’ of the third ECQT conference: part 2, *Queueing Systems*, 2019, pp. 1–2. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11134-019-09637-8>
22. Tibi D. Martingales and buffer overflow for the symmetric shortest queue model. *Queueing Systems*, 2019, Vol. 93, pp. 153–190. DOI: 10.1007/s11134-019-09628-9
23. Jacobovic R., Kella O. Asymptotic independence of regenerative processes with a special dependence structure. *Queueing Systems*, Vol. 93, 2019, pp. 139–152. DOI: 10.1007/s11134-019-09606-1
24. Wang L., Kulkarni V. Fluid and diffusion models for a system of taxis and customers with delayed matching. *Queueing Systems*, Vol. 96, 2020, pp. 101–131. DOI: 10.1007/s11134-020-09659-7

# НЕЙРОІНФОРМАТИКА ТА ІНТЕЛЕКТУАЛЬНІ СИСТЕМИ

## NEUROINFORMATICS AND INTELLIGENT SYSTEMS

### НЕЙРОІНФОРМАТИКА И ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ СИСТЕМЫ

UDC 004.8:004.032.26

#### ONLINE FUZZY CLUSTERING OF INCOMPLETE DATA USING CREDIBILISTIC APPROACH AND SIMILARITY MEASURE OF SPECIAL TYPE

**Bodyanskiy Ye. V.** – Dr. Sc., Professor at the Department of Artificial Intelligence, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine.

**Shafronenko A. Yu.** – PhD, Associate Professor at the Department of Informatics, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine.

**Klymova I. N.** – Assistant at the Department of System Engineering, Kharkiv National University of Radio Electronics, Kharkiv, Ukraine.

#### ABSTRACT

**Context.** In most clustering (classification without a teacher) tasks associated with real data processing, the initial information is usually distorted by abnormal outliers (noise) and gaps. It is clear that “classical” methods of artificial intelligence (both batch and online) are ineffective in this situation. The goal of the paper is to propose the procedure of fuzzy clustering of incomplete data using credibilistic approach and similarity measure of special type.

**Objective.** The goal of the work is credibilistic fuzzy clustering of distorted data, using of credibility theory.

**Method.** The procedure of fuzzy clustering of incomplete data using credibilistic approach and similarity measure of special type based on the use of both robust goal functions of a special type and similarity measures, insensitive to outliers and designed to work both in batch and its recurrent online version designed to solve Data Stream Mining problems when data are fed to processing sequentially in real time.

**Results.** The introduced methods are simple in numerical implementation and are free from the drawbacks inherent in traditional methods of probabilistic and possibilistic fuzzy clustering data distorted by abnormal outliers (noise) and gaps.

**Conclusions.** The conducted experiments have confirmed the effectiveness of proposed methods of credibilistic fuzzy clustering of distorted data operability and allow recommending it for use in practice for solving the problems of automatic clusterization of distorted data. The proposed method is intended for use in hybrid systems of computational intelligence and, above all, in the problems of learning artificial neural networks, neuro-fuzzy systems, as well as in the problems of clustering and classification.

**KEYWORDS:** fuzzy clustering, distorted data, credibilistic fuzzy clustering, similarity measure.

#### ABBREVIATIONS

NN is a neural network;  
NFN is a neuro-fuzzy network;  
FCM is a fuzzy c-means method;  
CFC is a credibilistic fuzzy clustering.

#### NOMENCLATURE

$X$  is a data set matrix;  
 $\tilde{X}$  is a distorted data set matrix;  
 $X_F$  is a data set matrix that contain all components;  
 $X_G$  is a data set matrix that contain components of observation vectors that are absent in  $\tilde{X}$  ;

$X_p$  is a data set matrix that contain the value of the components of the vectors-observation available in  $\tilde{X}$  ;  
 $k$  is a number of the vectors-observation;  
 $i$  is a number components of the vectors-observation;  
 $x(k)$  is a vector of observations;  
 $x_i(k)$  is a preprocessed original data;  
 $\tilde{x}_i(k)$  is a value of the vectors-observation;  
 $l, q$  is a number of cluster;  
 $U_q(k)$  is a membership level;  
 $Cl$  is a cluster;  
 $D$  is a Euclidean distance;  
 $D_p$  is a partial distance;

- $E$  is a goal function;
- $w$  is a centroid of cluster;
- $\eta(k)$  is learning step parameter;
- $Cr_q(k)$  is fuzzy credibilistic membership level;
- $\sigma$  is a Cauchy distribution;
- $\delta_i(k)$  is a Lagrange indefinite multipliers;
- $\beta$  is a fuzzyfier.

## INTRODUCTION

The problem of clustering (classification without a teacher) is an integral part of the general problem of Data Mining [1], for the solution of which many approaches, methods, and algorithms have been developed. Within the framework of this task, a special place is occupied by the problem of fuzzy clustering [2–4] which considers the situation when the classes being formed overlap, i.e. each observation can simultaneously belong to several or all classes. Within the framework of this subtask, two main approaches have been formed today: probabilistic [2], when the probability of its belonging to each of the possible classes is estimated for each observation, and the possibilistic [5], where the possibility (not probability) of belonging to some of the classes is estimated. Both of these approaches are associated with solving the optimization problem (nonlinear programming) of the adopted goal functions and, in the general case, can lead to different final results. Despite the rather serious mathematical basis of these approaches, they suffer from a number of significant drawbacks: so the probabilistic approach is very sensitive to “abnormal” observations, which are practically “blurred” with the same levels of membership in all clusters.

The possibilistic approach, in turn, is associated with the so-called coincidence problem, when some clusters merge together, which generally does not allow splitting the processed sample into homogeneous groups – clusters.

Both of these approaches process data in batch mode, i.e. it is assumed that the entire array of observations is given a priori and does not change during the analysis. If the data are fed online (Data Stream Mining task), the classical probabilistic and possibilistic algorithms of fuzzy clustering become unworkable. In this situation, the fore sequential algorithms based on gradient optimization of goal functions taken. Such online procedures have been developed both within the framework of probabilistic [6–9] and possibilistic [8, 10] approaches and have proven their efficiency.

In clustering problems related to the processing of real data, the initial information, as a rule, is distorted by abnormal outliers (noises) and gaps, and the number of these outliers and “holes” can be commensurate with the volume of “clean” data, while a situation is possible when all data are “dirty”. It is clear that “classical” methods (both batch and online) are ineffective in this situation.

To combat anomalous outliers in fuzzy clustering problems, robust methods were proposed based on the use of both robust goal functions of a special type and similar-

ity measures insensitive to outliers and designed to operate both in batch [11, 12] and online [8, 13] modes.

As for the presence of the gaps in observations, there was also developed a number of techniques (through probabilistic and possibilistic approaches) as a batch [14, 15], and online [16]. And finally, in [17], a robust credibilistic procedure for fuzzy clustering of data distorted by both outliers and gaps based on a similarity measure of a special type was introduced.

**The object of study** is fuzzy clustering of data distorted by both outliers and gaps.

**The subject of study** is procedure for fuzzy clustering of data distorted by both outliers and gaps based on a similarity measure of a special type.

**The purpose of the work** is to introduce robust credibilistic procedure for fuzzy clustering of distorted data.

## 1 PROBLEM STATEMENT

The initial information for solving the problem of fuzzy clustering using any of the known approaches is a sample of observations (batch) formed by  $N$  ( $n \times 1$ ) vectors-observations  $X = \{x(1), x(2), \dots, x(k), \dots, x(N)\} \subset R^n$  where  $x(k) = (x_1(k), \dots, x_i(k), \dots, x_n(k))^T \in R^n$  which in the self-learning mode has to be divided into mutually overlapping classes-clusters, while in the process of solving the problem for each observation  $x(k)$  the sample should be determined by its fuzzy membership level  $U_q(k)$  to each of the possible clusters  $Cl_q$  ( $1 \leq q \leq m$ ). It is also usually assumed that the original data are preprocessed (normalized, centered) so that  $-1 \leq x_i(k) \leq 1$  or  $\|x(k)\| = 1$ .

## 2 REVIEW OF THE LITERATURE

Alternatively to probabilistic and possibilistic procedures [18, 19] it was introduced credibilistic fuzzy clustering approach using as its basis the credibility theory [20], and is largely devoid of the drawbacks of known methods.

The most common approach within the framework of probabilistic fuzzy clustering is associated with minimizing the goal function [3]:

$$E(U_q(k), w_q) = \sum_{k=1}^N \sum_{q=1}^m U_q^\beta(k) D^2(x(k), w_q) \quad (1)$$

with constraints

$$\begin{cases} \sum_{q=1}^m U_q(k) = 1, \\ 0 < \sum_{k=1}^N U_q(k) < N. \end{cases} \quad (2)$$

Solution of nonlinear programming problem using the method of Lagrange indefinite multipliers leads to the well-known result

$$\left\{ \begin{aligned} U_q(k) &= \frac{\left(D^2(x(k), w_q)\right)^{\frac{1}{1-\beta}}}{\sum_{l=1}^m \left(D^2(x(k), w_l)\right)^{\frac{1}{1-\beta}}}, \\ w_q &= \frac{\sum_{k=1}^N \left(U_q(k)\right)^\beta x(k)}{\sum_{k=1}^N \left(U_q(k)\right)^\beta} \end{aligned} \right. \quad (3)$$

coinciding with  $\beta = 2$  with a popular method of Fuzzy C-Means of J. Bezdek (FCM) [2].

If the data are fed to processing sequentially, the solution of the nonlinear programming problem (1), (2) using the Arrow-Hurwitz-Uzawa algorithm leads to an online procedure [8]:

$$\left\{ \begin{aligned} U_q(k+1) &= \frac{\left(D^2(x(k+1), w_q(k))\right)^{\frac{1}{1-\beta}}}{\sum_{l=1}^m \left(D^2(x(k+1), w_l(k))\right)^{\frac{1}{1-\beta}}}, \\ w_q(k+1) &= w(k) + \eta(k+1)U_q^\beta(k+1) * \\ & * (x(k+1) - w_q(k)). \end{aligned} \right. \quad (4)$$

The goal function of credibilistic fuzzy clustering has the form [18, 19] close to (1)

$$E(Cr_q(k), w_q) = \sum_{k=1}^N \sum_{q=1}^m Cr_q^\beta(k) D^2(x(k), w_q) \quad (5)$$

with “softer” than (2) constraints:

$$\left\{ \begin{aligned} 0 \leq Cr_q(k) \leq 1, & \text{ for all } q \text{ and } k, \\ \sup Cr_q(k) \geq 0.5, & \text{ for all } k, \\ Cr_q(k) + \sup Cr_l(k) = 1, & \\ \text{for any } q \text{ and } k, & \text{ for which } Cr_q(k) \geq 0.5. \end{aligned} \right. \quad (6)$$

It should be noted that the goal functions (1) and (5) are similar and that there are no rigid probabilistic constraints in (6) on the sum of the membership in (2).

In the procedures of credibilistic clustering, there is also the concept of fuzzy membership, which is calculated using the neighborhood function of the form [21]

$$U_q(k) = \varphi_q \left( D(x(k), w_q) \right) \quad (7)$$

monotonically decreasing on the interval  $[0, \infty]$  so that  $\varphi_q(0) = 1, \varphi_q(\infty) \rightarrow 0$ .

Such a function is essentially an empirical similarity measure of [22] related to distance by the relation

$$U_q(k) = \frac{1}{1 + D^2(x(k), w_q)}. \quad (8)$$

Note also that earlier it was shown in [16] that the first relation (3) for  $\beta = 2$  can be rewritten as

$$U_q(k) = \left( 1 + \frac{D^2(x(k), w_q)}{\sigma_q^2} \right)^{-1} \quad (9)$$

where

$$\sigma_q^2 = \left( \sum_{\substack{l=1 \\ l \neq q}}^m D^2(x(k), w_l) \right)^{-1} \quad (10)$$

which is a generalization of the function (8) (for  $\sigma_q^2 = 1$  (8) coincides with (10)) and satisfies all the conditions for (7).

In batch form the algorithm of credibilistic fuzzy clustering in the accepted notation can be written as [18, 19]

$$\left\{ \begin{aligned} U_q(k) &= \left( 1 + D^2(x(k), w_q) \right)^{-1}, \\ U_q^*(k) &= U_q(k) (\sup U_l(k))^{-1}, \\ Cr_q(k) &= \frac{1}{2} \left( U_q^*(k) + 1 - \sup_{l \neq q} U_l^*(k) \right), \\ w_q &= \frac{\sum_{k=1}^N \left( Cr_q(k) \right)^\beta x(k)}{\sum_{k=1}^N \left( Cr_q(k) \right)^\beta} \end{aligned} \right. \quad (11)$$

and in the online mode, taking into account (9), (10) [23]:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_q^2(k+1) &= \frac{1}{\sum_{\substack{l=1 \\ l \neq q}}^m D^2(x(k+1), w_l(k))}, \\ U_q(k+1) &= \left( 1 + \frac{D^2(x(k+1), w_q(k))}{\sigma_q^2(k+1)} \right)^{-1}, \\ U_q^*(k+1) &= \frac{U_q(k+1)}{\sup U_l(k+1)}, \\ Cr_q(k+1) &= \frac{1}{2} \left( U_q^*(k+1) + 1 - \sup_{l \neq q} U_l^*(k) \right), \\ w_q(k+1) &= w_q(k) + \eta(k+1) Cr_q^\beta(k+1) (x(k+1) - w_q(k)). \end{aligned} \right. \quad (12)$$

From the point of view of computational implementation, algorithm (12) is not more complicated than proce-

ture (4) and, in the general case, is its generalization to the case of credibilistic approach to fuzzy clustering.

### 3 MATERIALS AND METHODS

In situations when an array of initial data  $\tilde{X} = \{\tilde{x}(1), \tilde{x}(2), \dots, \tilde{x}(k), \dots, \tilde{x}(N)\}$  contains gaps (missing observations), the approach considered above cannot be used and requires significant modification. Thus, in [14], a modification of the FCM procedure based on the partial distance strategy was proposed. Within the framework of this strategy, three subarrays of data are introduced into consideration:

$$X_F = \{\tilde{x}(k) \in \tilde{X}$$

where vector  $\tilde{x}(k)$  containing all components\},

$$X_P = \{\tilde{x}_i(k), 1 \leq i \leq n, 1 \leq k \leq N$$

where  $\tilde{x}_i(k)$  – the value of the components of the vectors-observation available in  $\tilde{X}$ \},

$$X_G = \{\tilde{x}_i(k) = \text{none}, 1 \leq i \leq n, 1 \leq k \leq N$$

where  $\tilde{x}_i(k)$  – components of observation vectors that are absent in  $\tilde{X}$ \}.

Further, the partial distance is introduced into consideration in the form

$$D_P^2(\tilde{x}(k), w_q) = \frac{n}{\delta_{\Sigma}(k)} \sum_{i=1}^n (\tilde{x}_i(k) - w_{qi})^2 \delta_i(k) \quad (13)$$

and instead of (1) – the goal function

$$\tilde{E}(U_q(k), w_q) = \sum_{k=1}^N \sum_{q=1}^m U_q^{\beta}(k) \frac{n}{\delta_{\Sigma}(k)} * \sum_{i=1}^n (\tilde{x}_i(k) - w_{qi})^2 \delta_i(k) \quad (14)$$

where

$$\delta_i(k) = \begin{cases} 0 & \text{if } \tilde{x}_i(k) \in X_G, \\ 1 & \text{if } \tilde{x}_i(k) \in X_F, \end{cases}$$

$$\delta_{\Sigma}(k) = \sum_{i=1}^n \delta_i(k).$$

Using the method of Lagrange indefinite multipliers, we obtain [14]:

$$\left\{ \begin{aligned} U_q(k) &= \frac{\left(D_P^2(\tilde{x}(k), w_q)\right)^{\frac{1}{1-\beta}}}{\sum_{l=1}^m \left(D_P^2(\tilde{x}(k), w_l)\right)^{\frac{1}{1-\beta}}}, \\ w_{qi} &= \frac{\sum_{k=1}^N \left(U_q(k)\right)^{\beta} \delta_i(k) \tilde{x}_i(k)}{\sum_{k=1}^N \left(U_q(k)\right)^{\beta} \delta_i(k)}. \end{aligned} \right. \quad (15)$$

In recurrent online form (15) can be rewritten as [24, 25]

$$\left\{ \begin{aligned} U_q(k+1) &= \frac{\left(D_P^2(\tilde{x}(k+1), w_q(k))\right)^{\frac{1}{1-\beta}}}{\sum_{l=1}^m \left(D_P^2(\tilde{x}(k+1), w_l(k))\right)^{\frac{1}{1-\beta}}}, \\ w_{qi}(k+1) &= w_{qi}(k) + \eta(k+1) U_q^{\beta}(k+1) * \\ & * (\tilde{x}_i(k+1) - w_{qi}(k)) \delta_i(k). \end{aligned} \right. \quad (16)$$

Similarly, using the partial distance strategy, a batch procedure of credibilistic fuzzy clustering can be introduced

$$\left\{ \begin{aligned} U_q(k) &= \left(1 + D_P^2(\tilde{x}(k), w_q)\right)^{-1}, \\ U_q^*(k) &= U_q(k) (\sup U_l(k))^{-1}, \\ Cr_q(k) &= \frac{1}{2} \left( U_q^*(k) + 1 - \sup_{l \neq q} U_l^*(k) \right), \\ w_{qi} &= \frac{\sum_{k=1}^N \left(Cr_q(k)\right)^{\beta} \delta_i(k) \tilde{x}_i(k)}{\sum_{k=1}^N \left(Cr_q(k)\right)^{\beta} \delta_i(k)} \end{aligned} \right. \quad (17)$$

and its online version:

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_q^2(k+1) &= \frac{1}{\sum_{l=1}^m \sum_{l \neq q} D_P^2(\tilde{x}(k+1), w_l(k))}, \\ U_q(k+1) &= \left(1 + \frac{D_P^2(\tilde{x}(k+1), w_q(k))}{\sigma_q^2(k+1)}\right)^{-1}, \\ U_q^*(k+1) &= \frac{U_q(k+1)}{\sup U_l(k+1)}, \\ Cr_q(k+1) &= \frac{1}{2} \left( U_q^*(k+1) + 1 - \sup_{l \neq q} U_l^*(k+1) \right), \\ w_{qi}(k+1) &= w_{qi}(k) + \eta(k+1) Cr_q^{\beta}(k+1) * \\ & * (\tilde{x}_i(k+1) - w_{qi}(k)) \delta_i(k). \end{aligned} \right. \quad (18)$$

It is easy to see that algorithm (18) is a generalization of procedure (12) for the case of processing data not distorted by gaps.

### 4 EXPERIMENTS

To test the developed methods, as well as the analysis of translation over other more well-known approaches, the research was conducted using well-known test data sets of the UCI repository, such as Wine, Gas, Glass and Iris. Description of these data sets shown in Table 1.

Each of the data sets has its own of Attributes Number, Data Number, Cluster Number and Data Source.



Table 1 – Data set description Data set, Data number, Attributes number, Cluster number, Data source

Data set	Data Number	Attributes Number	Cluster Number	Data Source
Wine	178	13	3	Forina et al.(1988)
Gas	296	2	6	Box and Jenkins (1970)
Glass	214	9	6	Maskey and Glass (1977)
Iris	150	4	3	Fisher (1936)

To assess the quality of data clustering, we used Silhouette index, Calinski-Harabasz index and Davis-Baldwin index. The results of clustering Iris data set demonstrated Table 3.

### 5 RESULTS

Of course, the quality of proposed method should be estimated.

For this reason, we used the overall accuracy comparison of 100 experiments for different datasets and two clustering algorithms: fuzzy c-means method (FCM) and credibilistic fuzzy clustering (CFC).

Table 2 – A comparison of 100 experiments for the other data set

Data set	Clustering algorithm	Overall accuracy		
		Highest	Mean	Variance
Wine	FCM	68.54	68.54	0
	CFC	67.98	67.98	0
Glass	FCM	49.53	49.08	0.01
	CFC	44.86	44.86	0
Gas	FCM	79.05	77.33	11.33
	CFC	68.58	68.55	0.01
Iris	FCM	89.33	89.33	0
	CFC	91.33	90.06	0.04

Credibilistic fuzzy clustering algorithm works not only with complete data, but also with data that containing missing values. To conduct experimental studies, we artificially have introduced 10 missing values into the Iris data set. Figure 1 demonstrates credibilistic fuzzy clustering (CFC) Iris data set with 10 missing values.

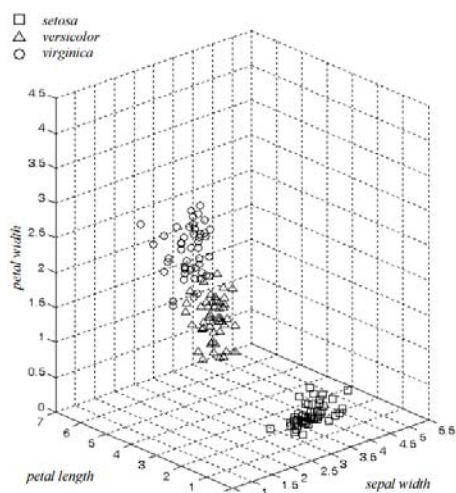


Figure 1 – Credibilistic fuzzy clustering Iris data set with 10 missing values

Table 3 – Result of clustering Iris data set with different algorithms

Clustering algorithm	Silhouette index	Calinski-Harabasz index	Davis-Baldwin index
Adaptive probabilistic fuzzy clustering data with missing values	0.2326	921.58	1.28
Adaptive possibilistic fuzzy clustering missing values	0.2325	922.01	1.25
Adaptive credibilistic fuzzy clustering missing values	0.3335	965.42	1.05
FCM	0.2354	986.39	1.23
K-means	0.3676	1419.28	1.09

### 6 DISCUSSION

The result of clustering data sets shown in Table 2. As the table shows, the prepositional credibilistic fuzzy clustering algorithm shows good results.

Comparative data analysis was performed with previously proposed clustering methods data that containing missing values such as adaptive probabilistic fuzzy clustering data with missing values, adaptive possibilistic fuzzy clustering missing values and classical algorithms FCM and K-means.

Thus, the silhouette index shows how the average distance to the objects of cluster differs from the average distance to the objects of other clusters. This value is in the range  $[-1, 1]$ . Values close to  $-1$  correspond to “bad” (disparate) types of clustering. Values close to zero indicate that the clusters intersect and overlap. Values close to 1 correspond to “dense” clearly selected clusters. Thus, the larger the silhouette, the clearer the clusters and they are compact, densely grouped clouds of points. As can see from the silhouette index, the data recovery method works quite well. The higher the value of the Calinski-Harabasz index, the better is the solution. In the Davis-Baldwin index, values close to zero indicate the best section, i.e. as can see, with almost all missing data, the distribution is “good”, so the method worked well.

### CONCLUSIONS

The conducted experiments have confirmed the effectiveness proposed methods of credibilistic fuzzy clustering of distorted data operability and allow recommending it for use in practice for solving the problems of automatic clusterization of distorted data. The proposed method is intended for use in hybrid systems of computational intelligence and, above all, in the problems of learning artificial neural networks, neuro-fuzzy systems, as well as in the problems of clustering and classification.

**The scientific novelty** of obtained results is that the method of credibilistic fuzzy clustering of distorted data based on the partial distance strategy, that shows good results in comparative analyses with another methods, that “worked” with distorted data sets.

**The practical significance** of obtained results is that analyze properties of the propose methods of credibilistic fuzzy clustering of distorted data. The experimental results allow to recommend the proposed methods for use in

practice for solving the problems of automatic clusterization of distorted data.

**Prospects for further research** methods of credibilistic fuzzy clustering of distorted data for a broad class of practical problems.

#### ACKNOWLEDGEMENTS

The work is supported by the state budget scientific research project of Kharkiv National University of Radio Electronics “Deep hybrid systems of computational intelligence for data stream mining and their fast learning” (state registration number 0119U001403).

#### REFERENCES

1. Aggarwal C. C. Data Mining. Switzerland : Springer, 2015, 727 p. DOI <https://doi.org/10.1007/978-3-319-14142-8>.
2. Bezdek J.C. Pattern recognition with fuzzy objective function algorithms. New York: Springer, 1981, 253 p. DOI <https://doi.org/10.1007/978-1-4757-0450-1>.
3. Höppner F., Klawonn F., Kruse R., Runkler T. Fuzzy Clustering Analysis: Methods for Classification, Data Analysis and Image Recognition. Chichester, John Wiley & Sons, 1999, 300 p.
4. Xu R., D. C. Wunsch Clustering. Hoboken N. J., John Wiley & Sons, Inc., 2009, 398 p.
5. Krishnapuram R., Keller J. M. A Possibilistic Approach to Clustering, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, May 1993: *proceedings*, IEEE, 1993, Vol. 1, pp. 98–110. DOI: 10.1109/91.227387.
6. Park D. C., Dagher I. Gradient based fuzzy c-means (GBFCM) algorithm, *IEEE International Conference on Neural Networks*, 28 June – 2 July, 1984: *proceedings*. Orlando, IEEE, 1984, pp. 1626–1631. DOI: 10.1109/ICNN.1994.374399.
7. Chung, F. L., Lee T. Fuzzy competitive learning, *Neural Networks*, 1994, Vol. 7, № 3, pp. 539–552. DOI: [https://doi.org/10.1016/0893-6080\(94\)90111-2](https://doi.org/10.1016/0893-6080(94)90111-2).
8. Bodyanskiy Ye. Computational intelligence techniques for data analysis, *Lecture Notes in Informatics*. Bonn, Gesellschaft für Informatik, 2005, pp. 15–36.
9. Hu Zh., Bodyanskiy Ye. V., Tyshchenko O. K. A deep cascade neuro-fuzzy system for high-dimensional online fuzzy clustering, *2016 IEEE First International Conference on Data Stream Mining & Processing (DSMP)*, Lviv, 23–27 August, 2016: *proceedings*. Lviv, IEEE, 2016, pp. 318–322. DOI: 10.1109/DSMP.2016.7583567.
10. Hu. Zh., Bodyanskiy Ye. V., Tyshchenko O. K. A cascade deep neuro-fuzzy system for high-dimensional online possibilistic fuzzy clustering, *2016 XI-th International Scientific and Technical Conference Computer Sciences and Information Technologies (CSIT)*, Lviv, 6–10 September, 2016: *proceedings*. Lviv, IEEE, 2016, pp. 119–122. DOI: 10.1109/STC-CSIT.2016.7589884.
11. Chintalapudi K. K., Kam M. A noise resistant fuzzy c-means algorithm for clustering, *1998 IEEE International Conference on Fuzzy Systems Proceedings. IEEE World Congress on Computational Intelligence (Cat. No.98CH36228) 4–9 May 1998: proceedings*. Anchorage, IEEE, 1998, Vol. 2, pp. 1458–1463. DOI: 10.1109/FUZZY.1998.686334
12. Hathaway R. J., Bezdek J. C., Hu Y. Generalized fuzzy c-means clustering strategies using L/sub p/ norm distances, *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, IEEE, 2000, Vol. 8 (5), pp. 576–582. DOI: 10.1109/91.873580.
13. Marwala T. Computational Intelligence for Missing Data Imputation Estimation and Management: Knowledge Optimization Techniques. Hershey-New York, Information Science Reference, 2009, 326 p.
14. Hu Zh., Bodyanskiy Ye., Tyshchenko O., Shafronenko A. Fuzzy clustering of incomplete data by means of similarity measures/ Hu Zh., // *2019 IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON)*, 2–6 July 2019 Lviv 2019: *proceedings*, IEEE, 2019. – Track 6. –Lviv, Ukraine, 2019. – P.149–152. DOI: 10.1109/UKRCON.2019.8879844
15. Bodyanskiy Ye., Shafronenko A., Mashtalir S. Online robust fuzzy clustering of data with omissions using similarity measure of special type, *Lecture Notes in Computational Intelligence and Decision*. Waking-Cham, Springer, 2020, Vol. 1020, pp. 637–646. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-26474-1\\_44](https://doi.org/10.1007/978-3-030-26474-1_44).
16. Zhou J., Wang Q., Hung C.-C., Yi X. Credibilistic clustering: the model and algorithms, *International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems*, 2015, Vol. 23, No. 4, pp. 545–564. DOI: <https://doi.org/10.1142/S0218488515500245>
17. Zhou J., Wang Q., Hung C. C. Credibilistic clustering algorithms via alternating cluster estimation, *Journal of Intelligent Manufacturing*, 2017, Vol. 28, pp. 727–738. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10845-014-1004-6>.
18. Liu B. A survey of credibility theory, *Fuzzy Optimization and Decision Making*, 2006, No. 4, pp. 387–408. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10700-006-0016-x>.
19. Zhao F., Jiao L., Liu H. Fuzzy c-means clustering with nonlocals partial information for noisy image segmentation, *Frontiers of Computer Science*. China, 2011, Vol. 5(1), pp. 45–56. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11704-010-0393-8>.
20. Yang Y. K., Shieh H. L., Lee C. N. Constructing a fuzzy clustering model based on its data distribution, *International Conference on Computational Intelligence for Modeling, Control and Automation (CIMCA 2004), Gold Coast 2004: proceedings*. Gold Coast, Australia, 2004.
21. Bodyanskiy Ye. V., Shafronenko A. Yu., Rudenko D. O., Klymova I. M. Online recurrent method of credibilistic fuzzy clustering, *Topical issues of the development of modern science. 5th International scientific and practical conference, Sofia 2020, proceedings*. Sofia, Publishing House “ACCENT”, 2020, pp. 37–40.
22. Bodyanskiy Ye., Shafronenko A., Volkova V. Adaptive clustering of incomplete data using neuro-fuzzy Kohonen network, *Artificial Intelligence Methods and Techniques for Business and Engineering Applications, Rzeszow-Sofia, ITHEA*, 2012, pp. 287–296.
23. Bodyanskiy Ye., Shafronenko A. Online algorithm for possibilistic fuzzy clustering based on evolutionary cat swarm optimization, *Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences*, 2019, Vol. 193, pp. 86–88. DOI: 10.31174/SEND-NT2019-193VII23-22
24. Shafronenko A., Bodyanskiy Ye., Klymova I., Holovin O. Online credibilistic fuzzy clustering of data using membership functions of special type [Electronic resource], *Proceedings of The Third International Workshop on Computer Modeling and Intelligent Systems (CMIS-2020), April 27–1 May 2020*. Zaporizhzhia, 2020. Access mode: <http://ceur-ws.org/Vol-2608/paper56.pdf>.

Received 30.11.2020.  
Accepted 11.01.2021.

УДК 004.8:004.032.26

## ОНЛАЙН НЕЧІТКА КЛАСТЕРИЗАЦІЯ ДАНИХ З ПРОПУСКАМИ З ВИКОРИСТАННЯМ ДОСТОВІРНОГО ПІДХОДУ ТА МІРИ ПОДІБНОСТІ СПЕЦІАЛЬНОГО ВИГЛЯДУ

**Бодяньський С. В.** – д-р техн. наук, професор, професор кафедри штучного інтелекту Харківського національного університету радіоелектроніки, Харків, Україна.

**Шафроненко А. Ю.** – канд. техн. наук, доцент кафедри інформатики Харківського національного університету радіоелектроніки, Харків, Україна.

**Клімова І. М.** – асистент кафедри системної інженерії Харківського національного університету радіоелектроніки, Харків, Україна.

### АНОТАЦІЯ

**Актуальність.** У більшості завдань кластеризації (класифікації без вчителя), пов'язаних з обробкою реальних даних, початкова інформація, у тому чи іншому випадку як правило, спотворюється через аномальні викиди (збурення) та пропуски. Зрозуміло, що «класичні» методи інтелектуального аналізу даних (як пакетні, так і онлайн) в цій ситуації неефективні. Метою роботи було запропонувати процедуру нечіткої кластеризації викривлених даних з використанням достовірного підходу та міри подібності спеціального типу, а також розробка метода достовірної нечіткої кластеризації спотворених даних із використанням теорії довіри, яка була би позбавлена недоліків імовірнісних і можливісних підходів кластеризації викривлених даних.

**Метод.** Процедура нечіткої кластеризації неповних даних із використанням достовірного підходу та міри схожості спеціального типу, заснована на використанні робастних цільових функцій спеціального типу, а також мір подібності, нечутливих до викидів та призначених для роботи як у пакетній, так і в онлайн версії для вирішення проблем Data Stream Mining, коли дані надходять на обробку послідовно в режимі реального часу.

**Результати.** Запропоновані методи є простими в чисельній реалізації та позбавлені недоліків, властивих традиційним методам імовірнісної та можливісної нечіткої кластеризації.

**Висновки.** Проведені експериментальні дослідження підтвердили результативність та якість роботи запропонованих методів достовірної нечіткої кластеризації спотворених даних і дозволяють рекомендувати їх для використання на практиці для вирішення проблем автоматичної кластеризації викривлених даних. Запропонований метод призначений для використання в гібридних системах обчислювального інтелекту і, перш за все, у проблемах навчання штучних нейронних мереж, нейро-фаззи систем, а також у завданнях кластеризації та класифікації.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** нечітка кластеризація, викривлені дані, достовірна нечітка кластеризація, міра подібності.

УДК 004.8:004.032.26

## ОНЛАЙН НЕЧЕТКАЯ КЛАСТЕРИЗАЦИЯ ДАННЫХ С ПРОПУСКАМИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ДОСТОВЕРНОГО ПОДХОДА И МЕРЫ СХОЖЕСТИ СПЕЦИАЛЬНОГО ВИДА

**Бодянский Е. В.** – д-р техн. наук, профессор, профессор кафедры искусственного интеллекта Харьковского национального университета радиоэлектроники, Харьков, Украина.

**Шафроненко А. Ю.** – канд. техн. наук, доцент кафедры информатики Харьковского национального университета радиоэлектроники, Харьков, Украина.

**Климова И. Н.** – ассистент кафедры системной инженерии Харьковского национального университета радиоэлектроники, Харьков, Украина.

### АННОТАЦИЯ

**Актуальность.** В большинстве задач кластеризации (классификации без учителя), связанных с обработкой реальных данных, исходная информация в том или ином случае искажается аномальными выбросами (шумом) и пропусками. Понятно, что «классические» методы интеллектуального анализа данных (как пакетные, так и онлайн) в данной ситуации малоэффективны. Целью работы было предложить численно простую процедуру нечеткой кластеризации неполных данных с использованием достоверного подхода и меры подобия специального типа, которая была бы лишена недостатков вероятностных и возможностных подходов кластеризации искаженных данных.

**Метод.** Разработана процедура нечеткой кластеризации неполных данных с использованием достоверного подхода и меры подобия специального типа, основанная на использовании как робастных целевых функций специального типа, так и мер подобия, которые нечувствительны к выбросам и рассчитаны на работу как в пакетной, так и в онлайн - версии для решения проблем Data Stream Mining, когда данные поступают на обработку последовательно друг за другом, в режиме реального времени.

**Результаты.** Представленные методы просты в численной реализации и лишены недостатков, присущих традиционным методам вероятностной и возможностной нечеткой кластеризации данных.

**Выводы.** Проведенные экспериментальные исследования подтвердили работоспособность предложенных методов достоверной нечеткой кластеризации искаженных выбросами и пропусками данных и позволяют рекомендовать их к использованию на практике для решения задач автоматической кластеризации искаженных данных. Предлагаемый метод предназначен для использования в гибридных системах вычислительного интеллекта и, прежде всего, в задачах обучения искусственных нейронных сетей, нейро-фаззи системах, а также в задачах кластеризации и классификации.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** нечеткая кластеризация, искаженные данные, достоверная нечеткая кластеризация, мера сходства.

#### ЛІТЕРАТУРА / LITERATURA

1. Aggarwal C. C. Data Mining / C. C. Aggarwal. – Switzerland : Springer, 2015. – 727 p. DOI <https://doi.org/10.1007/978-3-319-14142-8>.
2. Bezdek J. C. Pattern recognition with fuzzy objective function algorithms / J. C. Bezdek. – New York : Springer, 1981. – 253 p. DOI <https://doi.org/10.1007/978-1-4757-0450-1>.
3. Fuzzy Clustering Analysis: Methods for Classification, Data Analysis and Image Recognition / [F. Höppner, F. Klawonn, R. Kruse, T. Runkler]. – Chichester : John Wiley & Sons, 1999. – 300 p.
4. Xu R. Clustering. / R. Xu, D. C. Wunsch. – Hoboken N.J.: John Wiley & Sons, Inc., 2009. – 398 p.
5. Krishnapuram R. A Possibilistic Approach to Clustering / R. Krishnapuram, J. M. Keller // IEEE Transactions on Fuzzy Systems, May 1993: proceedings. – IEEE, 1993. – Vol. 1. – P. 98–110. DOI: 10.1109/91.227387.
6. Park D. C. Gradient based fuzzy c-means (GBFCM) algorithm / D. C. Park, I. Dagher // IEEE International Conference on Neural Networks, 28 June – 2 July, 1984 : proceedings. – Orlando : IEEE, 1984. – P. 1626–1631. DOI: 10.1109/ICNN.1994.374399.
7. Chung F. L. Fuzzy competitive learning / F. L. Chung, T. Lee // Neural Networks. – 1994. – Vol. 7, № 3. – P. 539–552. DOI: [https://doi.org/10.1016/0893-6080\(94\)90111-2](https://doi.org/10.1016/0893-6080(94)90111-2).
8. Bodyanskiy Ye. Computational intelligence techniques for data analysis / Ye. Bodyanskiy // Lecture Notes in Informatics.–Bonn: Gesellschaft für Informatik, 2005. – P. 15–36.
9. Hu Zh. A deep cascade neuro-fuzzy system for high-dimensional online fuzzy clustering/ Hu Zh., Ye. V. Bodyanskiy, O. K. Tyshchenko // 2016 IEEE First International Conference on Data Stream Mining & Processing (DSMP), Lviv, 23–27 August, 2016: proceedings. – Lviv : IEEE, 2016. – P. 318–322. DOI: 10.1109/DSMP.2016.7583567.
10. Hu. Zh. A cascade deep neuro-fuzzy system for high-dimensional online possibilistic fuzzy clustering / Hu. Zh., Ye. V. Bodyanskiy, O. K. Tyshchenko // 2016 XI-th International Scientific and Technical Conference Computer Sciences and Information Technologies (CSIT), Lviv, 6–10 September, 2016 : proceedings. – Lviv : IEEE, 2016. – P. 119–122. DOI: 10.1109/STC-CSIT.2016.7589884.
11. Chintalapudi K. K. A noise resistant fuzzy c-means algorithm for clustering. / K. K. Chintalapudi, M. Kam // 1998 IEEE International Conference on Fuzzy Systems Proceedings. IEEE World Congress on Computational Intelligence (Cat. No.98CH36228) 4–9 May 1998: proceedings. – Anchorage: IEEE, 1998. – Vol. 2. – P. 1458–1463. DOI: 10.1109/FUZZY.1998.686334
12. Hathaway R. J. Generalized fuzzy c-means clustering strategies using L/sub p/ norm distances / R. J. Hathaway, J. C. Bezdek, Y. Hu // IEEE Transactions on Fuzzy Systems. – IEEE, 2000. – Vol. 8 (5). – P. 576–582. DOI: 10.1109/91.873580.
13. Marwala T. Computational Intelligence for Missing Data Imputation Estimation and Management: Knowledge Optimization Techniques / T. Marwala. – Hershey-New York : Information Science Reference, 2009. – 326 p.
14. Fuzzy clustering of incomplete data by means of similarity measures/ [Zh. Hu, Ye. Bodyanskiy, O. Tyshchenko, A. Shafronenko] // 2019 IEEE 2nd Ukraine Conference on Electrical and Computer Engineering (UKRCON), 2–6 July 2019 Lviv 2019: proceedings. – IEEE: 2019. – Track 6. – Lviv, Ukraine, 2019. – P. 149–152. DOI: 10.1109/UKRCON.2019.8879844
15. Bodyanskiy Ye. Online robust fuzzy clustering of data with omissions using similarity measure of special type. / Ye. Bodyanskiy, A. Shafronenko, S. Mashtalir // Lecture Notes in Computational Intelligence and Decision. – Woking-Cham : Springer, 2020. – Vol. 1020. – P. 637–646. DOI: [https://doi.org/10.1007/978-3-030-26474-1\\_44](https://doi.org/10.1007/978-3-030-26474-1_44).
16. Credibilistic clustering: the model and algorithms. / [J. Zhou, Q. Wang, C.-C. Hung, X. Yi] // International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems. – 2015. – Vol. 23, № 4. – P. 545–564. DOI: <https://doi.org/10.1142/S0218488515500245>
17. Zhou, J. Credibilistic clustering algorithms via alternating cluster estimation / J. Zhou, Q. Wang, C. C. Hung // Journal of Intelligent Manufacturing. – 2017. – Vol. 28. – P. 727–738. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10845-014-1004-6>.
18. Liu B. A survey of credibility theory / B. Liu // Fuzzy Optimization and Decision Making. – 2006. – № 4– P. 387–408. DOI: <https://doi.org/10.1007/s10700-006-0016-x>.
19. Zhao F. Fuzzy c-means clustering with nonlocals partial information for noisy image segmentation / F. Zhao, L. Jiao, H. Liu // Frontiers of Computer Science. – China : 2011. – Vol. 5(1). – P. 45–56. DOI: <https://doi.org/10.1007/s11704-010-0393-8>.
20. Yang Y. K. Constructing a fuzzy clustering model based on its data distribution / Y. K. Yang, H. L. Shieh, C. N. Lee // International Conference on Computational Intelligence for Modeling, Control and Automation (CIMCA 2004), Gold Coast 2004 : proceedings. – Gold Coast, Australia, 2004.
21. Online recurrent method of credibilistic fuzzy clustering / [Ye. V. Bodyanskiy, A. Yu. Shafronenko, D. O. Rudenko, I. M. Klymova] // Topical issues of the development of modern science. 5th International scientific and practical conference, Sofia 2020: proceedings.– Sofia : Publishing House “ACCENT”, 2020. – P. 37–40.
22. Bodyanskiy Ye. Adaptive clustering of incomplete data using neuro-fuzzy Kohonen network / Ye. Bodyanskiy, A. Shafronenko, V. Volkova // Artificial Intelligence Methods and Techniques for Business and Engineering Applications, Rzeszow-Sofia : ITHEA, 2012. – P. 287–296.
23. Bodyanskiy Ye. Online algorithm for possibilistic fuzzy clustering based on evolutionary cat swarm optimization / Ye. Bodyanskiy, A. Shafronenko // Science and Education a New Dimension. Natural and Technical Sciences. – 2019. – Vol. 193. – P. 86–88. DOI: 10.31174/SEND-NT2019-193VII23-22
24. Online credibilistic fuzzy clustering of data using membership functions of special type [Electronic resource] / [A. Shafronenko, Ye. Bodyanskiy, I. Klymova, O. Holovin] // Proceedings of The Third International Workshop on Computer Modeling and Intelligent Systems (CMIS-2020), April 27–1 May 2020. – Zaporizhzhia, 2020. – Access mode: <http://ceur-ws.org/Vol-2608/paper56.pdf>.